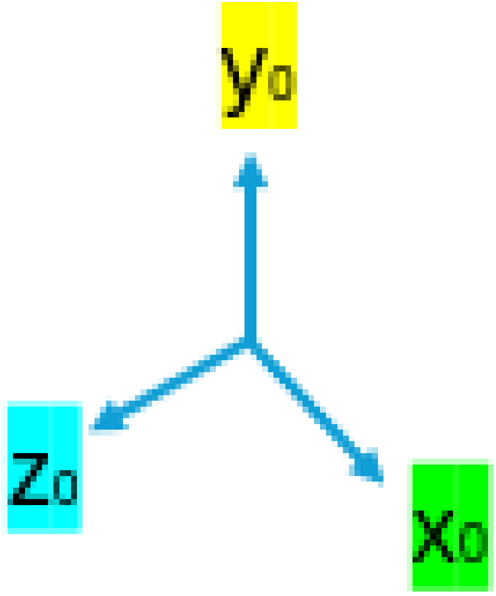
Instituto Tecnológico de Monterrey

Análisis de transformaciones

Daniel Castillo López - A01737357
Emmanuel Lechuga Arreola - A01736241
Paola Rojas Domínguez - A01737136

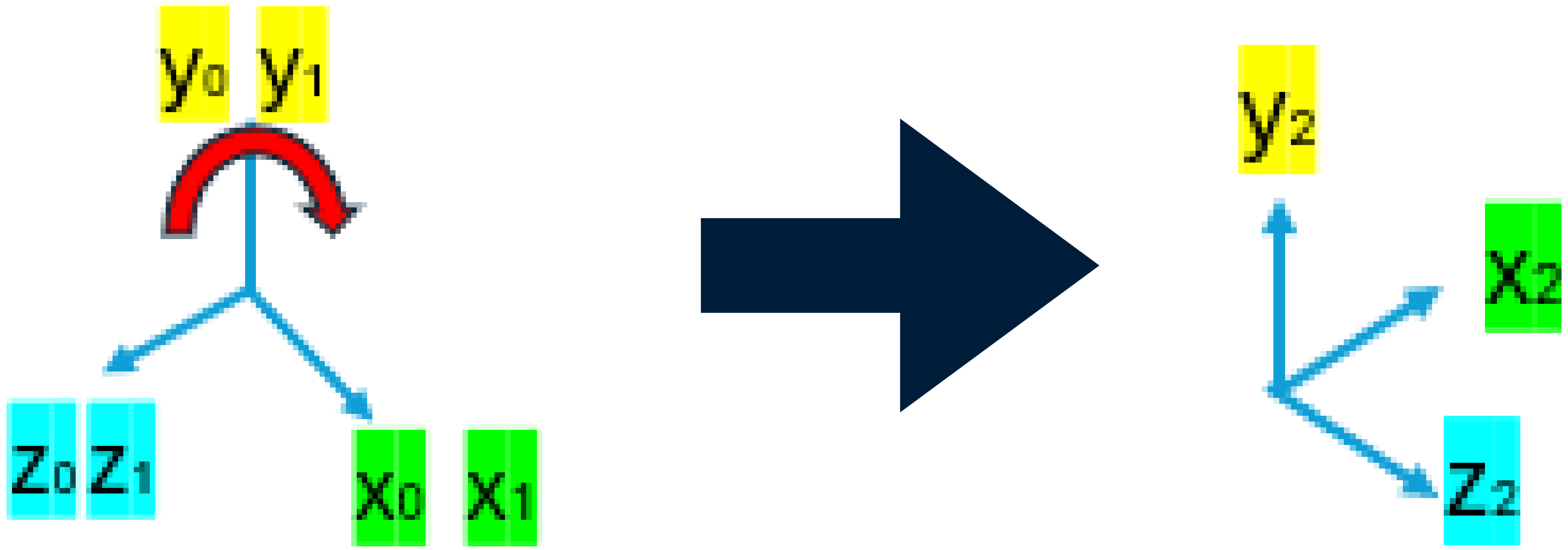
Robot cartesiano

Un robot cartesiano de 4 grados de libertad (GDL) es un tipo de manipulador cuya estructura se basa en movimientos de traslación lineales y, en algunos casos, rotaciones simples. Se les llama cartesianos porque sus movimientos están alineados con los ejes del sistema de coordenadas cartesiano (X, Y, Z).



ROBOT CARTESIANO (4GDL)

Articulación 1



Rotación positiva de 90 grados alrededor del eje “y1” y translación l1(t) sobre el eje Z1

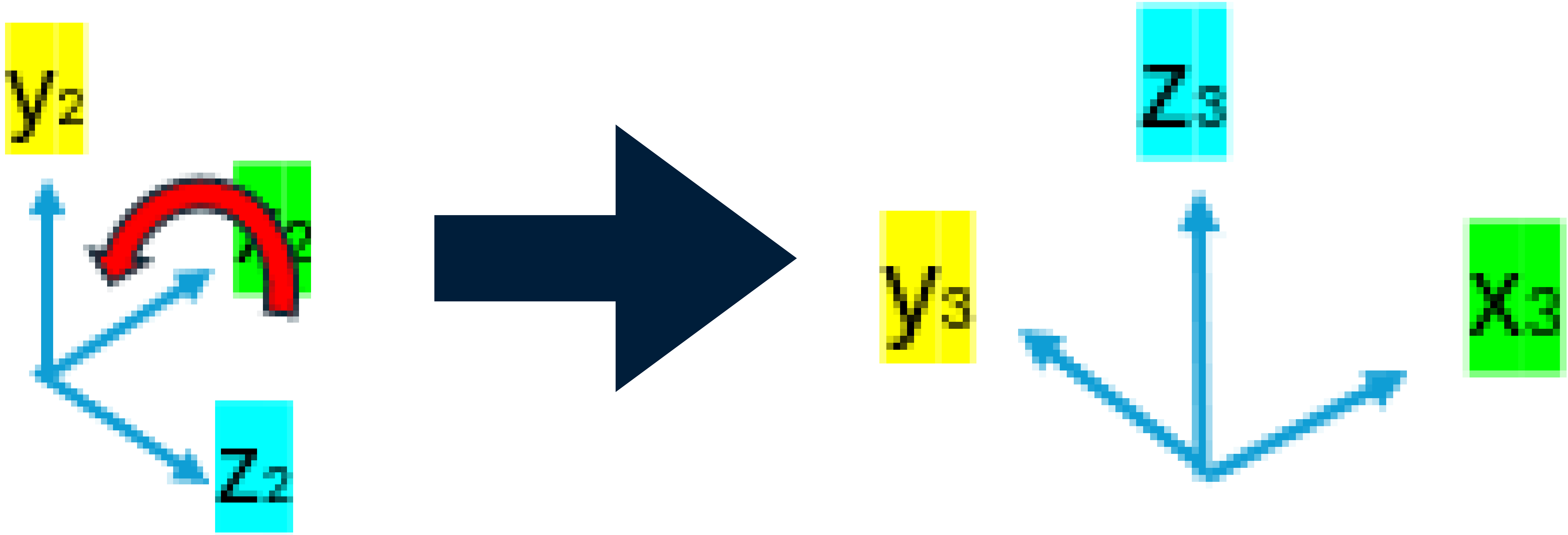
Articulación 1

$$R_y(90)\begin{bmatrix} \cos(90) & 0 & \mathrm{sen}(90) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\mathrm{sen}(90) & 0 & \cos(90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```
%Articulación 1 a Articulación 2
%Posición de la articulación 1 a 2
P(:,:,1)= [0;0;l1];

%Matriz de rotación de la junta 1 a 2
R(:,:,1)= [0  0  1 ;
           0  1  0 ;
          -1  0  0];
```

Articulación 2



Rotación negativa de 90 grados alrededor del eje “x2” y translación l2(t) sobre el eje Z2

Articulación 2

$$R_x(\theta)\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\mathrm{sen}\theta \\ 0 & \mathrm{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$R_x(-90)\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-90) & -\mathrm{sen}(-90) \\ 0 & \mathrm{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

```
%Articulación 2 a Articulación 3
%Posición de la articulación 2 a 3
P(:,:,2)= [0; 0; 12];

%Matriz de rotación de la junta 2 a 3
R(:,:,2)= [1  0  0;
           0  0  1;
           0 -1  0];
```

Articulación 3

Matriz identidad, debido a que no hay transformación adicional entre estos sistemas de referencia

```
%Posición de la articulación 3 respecto a 2
P(:,:,3)= [0; 0; 13];

%Matriz de rotación de la junta 3 respecto a 2
R(:,:,3)=   [1  0  0;
             0  1  0;
             0  0  1];
```

Articulación 4

La última articulación mantiene la misma orientación y referencia que la anterior, proporcionando otro desplazamiento lineal

```
%Posición de la articulación 4 respecto a 3
P(:,:,4)= [0; 0; 14];
%Matriz de rotación de la junta 4 respecto a 3
R(:,:,4)=   [1  0  0;
             0  1  0;
             0  0  1];
```

Matrices locales

Matriz A1

$$\begin{pmatrix} 0, & 0, & 1, & 0 \\ 0, & 1, & 0, & 0 \\ -1, & 0, & 0, & l1(t) \\ 0, & 0, & 0, & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz de Transforma

$$\begin{pmatrix} 1, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 1, & 0 \\ 0, & -1, & 0, & l2(t) \\ 0, & 0, & 0, & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz A3

$$\begin{pmatrix} 1, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 1, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 1, & l3(t) \\ 0, & 0, & 0, & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz A4

$$\begin{pmatrix} 1, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 1, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 1, & l4(t) \\ 0, & 0, & 0, & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz global

```
Matriz de Transformación global
/  0, -1, 0,       l2(t)        \
|                               |
|  0,  0, 1, l3(t) + l4(t)      |
|                               |
| -1,  0, 0,       l1(t)        |
|                               |
\  0,  0, 0,         1          /
```

Jacobianos

Jacobiano lineal

$$\begin{pmatrix} 0, & 1, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 1, & 1 \\ 1, & 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$$

Jacobiano angular

$$\begin{pmatrix} 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$$

Velocidades

Velocidad lineal

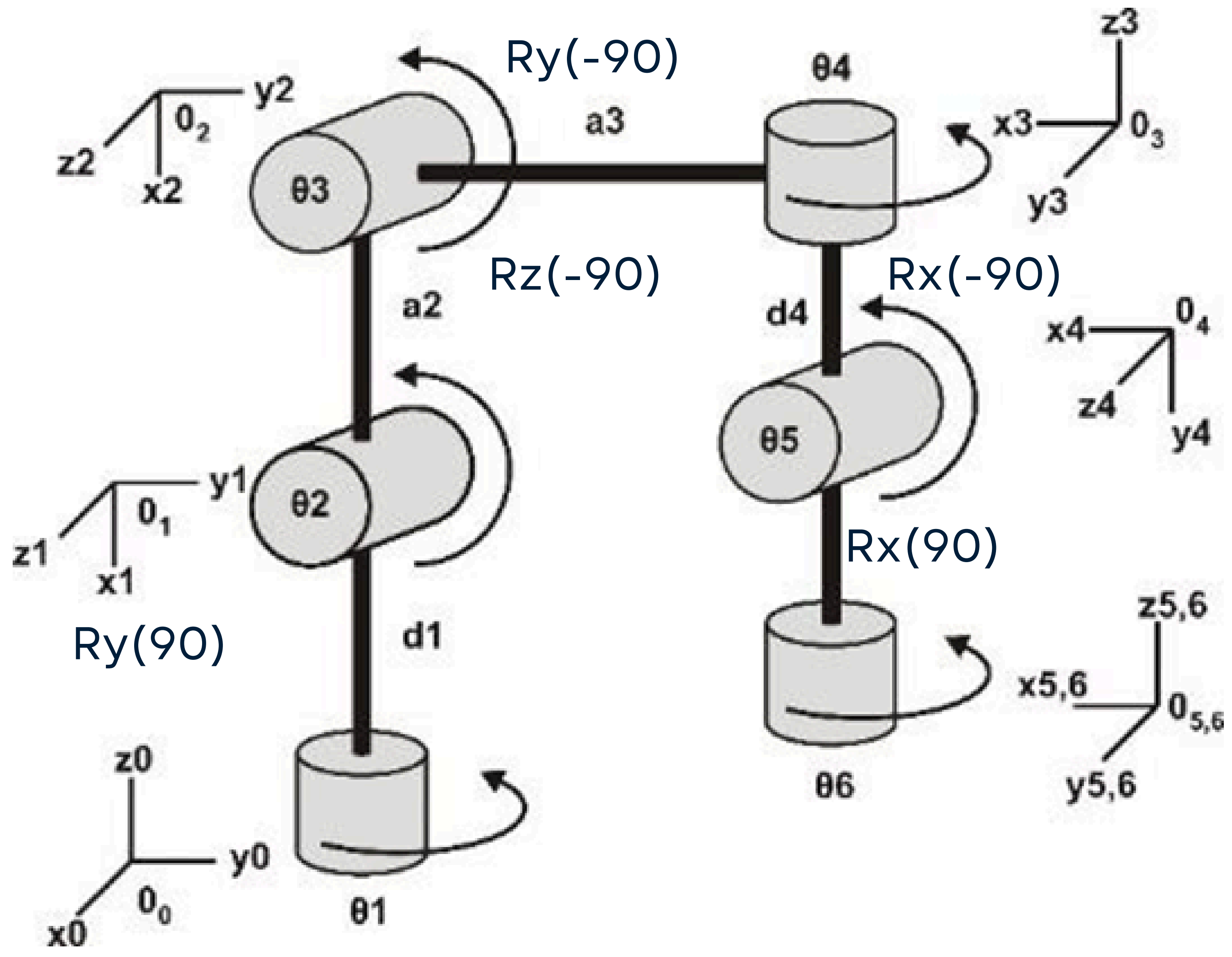
$$\begin{pmatrix} \overline{\frac{d}{dt} 12(t)} \\ \overline{\frac{d}{dt} 13(t)} + \overline{\frac{d}{dt} 14(t)} \\ \overline{\frac{d}{dt} 11(t)} \end{pmatrix}$$

Velocidad angular

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Sistema de interacción

Un Sistema de interacción de 6 grados de libertad (GDL) es un tipo de manipulador cuya estructura se basa en movimientos angulares y con rotaciones de simples a compuestas.



SISTEMA DE INTERACCIÓN (6GDL)

Articulación 1

Articulación 1

$$R_z(\theta)\begin{bmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_y(90)\begin{bmatrix} \cos(90) & 0 & \operatorname{sen}(90) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\operatorname{sen}(90) & 0 & \cos(90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) \\ 0 & \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```
%Articulación 1 a Articulación 2
%Posición de la articulación 1 a 2
P(:,:,1)= [0;0;d1];

%Matriz de rotación de la junta 1 a 2
R(:,:,1)= [0  -sin(th1)   cos(th1) ;
           0   cos(th1)   sin(th1) ;
          -1   0          0];
```

Articulación 2

Articulación 2

$$R_z(\theta)\begin{bmatrix}\cos\theta & -\mathrm{sen}\theta & 0\\ \mathrm{sen}\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

```
%Articulación 2 a Articulación 3
%Posición de la articulación 2 a 3
P(:,:,2)= [a2*cos(th2);a2*sin(th2);0];

%Matriz de rotación de la junta 2 a 3
R(:,:,2)= [cos(th2)  -sin(th2)   0 ;
           sin(th2)   cos(th2)   0 ;
           0          0          1];
```

Articulación 3

Articulación 3

$$R_z(\theta)\begin{bmatrix}\cos\theta & -\mathrm{sen}\theta & 0\\ \mathrm{sen}\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$R_y(-90)\begin{bmatrix}\cos(-90) & 0 & \mathrm{sen}(-90)\\ 0 & 1 & 0\\ -\mathrm{sen}(-90) & 0 & \cos(-90)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\cos\theta & -\mathrm{sen}\theta & 0\\ \mathrm{sen}\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -\sin(\theta) & -\cos(\theta)\\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$R_{2.1}(\theta)\begin{bmatrix}0 & -\sin(\theta) & -\cos(\theta)\\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$R_z(-90)\begin{bmatrix}\cos(-90) & -\mathrm{sen}(-90) & 0\\ \mathrm{sen}(-90) & \cos(-90) & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}0 & -\sin(\theta) & -\cos(\theta)\\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sin(\theta) & 0 & -\cos(\theta)\\ -\cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta)\\ 0 & 1 & -1\end{bmatrix}$$

```
%Posición de la articulación 3 respecto a 2
P(:,:,3)= [a3*cos(th3);a3*sin(th3);0];

%Matriz de rotación de la junta 3 respecto a 2
R(:,:,3)=   [sin(th3)  0  -cos(th3);
            -cos(th3)  0  -sin(th3);
             0         1  -1];
```

Articulación 4

$$R_z(\theta)\begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta & 0 \\ \text{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_x(-90)\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-90) & -\sin(-90) \\ 0 & \sin(-90) & \cos(-90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta & 0 \\ \text{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\text{sen}(\theta) \\ \text{sen}(\theta) & 0 & \cos(\theta) \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

```
%Posición de la articulación 4 respecto a 3
P(:,:,4)= [0;0;-d4];

%Matriz de rotación de la junta 4 respecto a 3
R(:,:,4)=   [cos(th4) 0  -sin(th4);
             sin(th4) 0   cos(th4);
             0        -1   0];
```

Articulación 5

$$R_z(\theta)\begin{bmatrix}\cos\theta & -\mathrm{sen}\theta & 0\\ \mathrm{sen}\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$R_x(90)\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos(90) & -\sin(90)\\ 0 & \sin(90) & \cos(90)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\cos\theta & -\mathrm{sen}\theta & 0\\ \mathrm{sen}\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos(\theta) & 0 & \mathrm{sen}(\theta)\\ \mathrm{sen}(\theta) & 0 & -\cos(\theta)\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

```
%Posición de la articulación 5 respecto a 4
P(:,:,5)= [l5*cos(th5);l5*sin(th5);0];

%Matriz de rotación de la junta 5 respecto a 4
R(:,:,5)=   [cos(th5) 0  sin(th5);
             sin(th5) 0 -cos(th5);
             0        1  0];
```

Articulación 6

$$R_z(\theta)\begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta & 0 \\ \text{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
%Posición de la articulación 6
P(:,:,6)= [0;0;0];

%Matriz de rotación de la junta 6
R(:,:,6)=   [cos(th6) -sin(th6)  0;
             sin(th6)  cos(th6)  0;
               0         0       1];
```

- Matrices global
- Jacobiano lineal
- Velocidades