

# El camino al menor número de transbordos y costo de pasajes

Integrantes:

Paola Andrea Campiño y Daniel Alfonso Garcia Pilimur

**Entrega 1: Primera aproximación del Modelo Matemático  
Modelado, Simulación y Optimización**

Departamento de Ingeniería de Sistemas y Computación  
Universidad de Los Andes  
Bogotá, Colombia

**Link al repositorio:** <https://github.com/Paolaaaaaa/MOS>

## 1 Descripción del Problema

### Contexto:

Bogotá es una ciudad muy grande con un sistema de transporte público complejo que abarca el Transmilenio y los obuses del SITP. Imagina que un día necesitas viajar desde tu hogar a un lugar que nunca has visitado antes, por lo que careces de conocimiento sobre la ruta adecuada y de ninguna forma planeas gastar más de tu presupuesto de 7k pesos solo para llegar al lugar.

El desafío surge al buscar la manera más eficiente de llegar a tu destino, minimizando tanto el tiempo de viaje como las complicaciones. Esto implica encontrar la combinación óptima de rutas de Transmilenio y paradas del SITP para ir desde tu estación de origen hasta la estación de destino con el menor número posible de transbordos, paradas y costos.

El desafío radica en proporcionar a los usuarios una herramienta o aplicación que, dados su punto de partida y su destino, calcule automáticamente la ruta más eficiente, el número de transbordos necesarios y las paradas intermedias. Esto permitiría a los pasajeros tomar decisiones informadas para sus desplazamientos diarios en la ciudad.

### Variables a minimizar:

- El número de transbordos.
- El número de paradas.
- El costo total del viaje

### Limitaciones y restricciones del problema:

- Hay una estación (nodo) de origen.
- Hay una estación (nodo) de destino.

- Hay estaciones (nodos) intermedios que tienen un estación (nodo) de llegada y una estación (nodo) de salida.
- El número de transbordos está definido como el hecho de usar más de una ruta para llegar al destino
- El costo del viaje no puede sobrepasar un límite

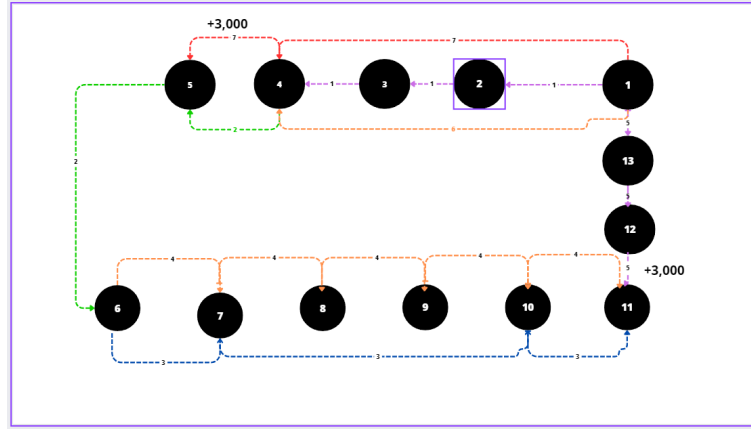


Fig. 1. Representación grafica del escenario 1

## 2 Conjuntos, Parámetros y Variables

parámetros y variables de decisión que se requieren para plantear el modelo matemático:

Table 1. Conjuntos, Parámetros y Variables de decisión.

Sets and Parameters	Description
$N$	Set de estaciones (node) .
$R$	Set de rutas .
$o$	Estación origen (nodo).
$d$	Estación destino (nodo).
$C$	Costo maximo a gastar.
$rutas_{ijk}$	Determina la existencia de un enlace entre dos estaciones (i y j) puede tomar los valores 1 o 999. t hace referencia a el bus/ruta existente entre los dos puntos
$costo_{ijk}$	Determina el costo de pasar entre estaciones en caso de darse un camino costo va a tomar el costo de pasar se está trabajando un costo de 3 . Que sería 3 mil pesos en una situación real

**Table 2.** Variables de decisión

Variables	Description
$X_{ijk}$	Determina el enlace para moverse entre estaciones (i y j) si va a ser usado puede tomar valores 1s o 0s. 0 para no usar esa ruta y 1 para usar esa ruta. t hace referencia a el bus/ruta
$Y_k$	Determina las rutas que se han usado durante el trayecto. La variable k hace referencia a la ruta usada.

### 3 Función Objetivo y Restricciones (50%)

#### Expresión Matemática de la Función Objetivo y Restricciones

##### Definiciones:

- Transbordo: Es cambiar de ruta
- Parada: Es la cantidad estaciones visitadas para llegar al destino. Esto incluye la para de destino.
- Siempre se considera un costo inicial, ya que se asume que el usuario se encuentra dentro del transporte (incluso si se encuentra en una para de auto-bus).

##### Función Objetivo (F.O)

La función objetivo busca minimizar el número de transbordos, el número de paradas y costo total de viajar.

Minimizar:  $F.O = \alpha \cdot \text{paradas} + \beta \cdot \text{Número de transbordos} + \epsilon \cdot (3 + \text{costos de viajar por ruta})$

Esto puede ser expresarse con la siguiente expresión matematica:

$$\begin{aligned}
 \min & \left\{ \alpha \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in R} (X_{i,j,k} \cdot rutas_{i,j,k}) \right. \\
 & + \beta \sum_{k \in R} (Y_k) \\
 & \left. + \epsilon \left( 3 + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in R} (X_{i,j,k} \cdot rutas_{i,j,k} \cdot costo_{i,j,k}) \right) \right\} \quad (1)
 \end{aligned}$$

Donde:

- $\alpha$ ,  $\epsilon$  y  $\beta$ , son pesos que se pueden ajustar para dar importancia relativa a cada uno de los tres objetivos (minimizar paradas, costos total de transporte y la minimización de transbordos y ). Los valores pueden ser seleccionados en base a las preferencias del usuario final.

- Cabe resaltar que el costo de viajar por ruta toma en cuenta una suma a 3 obligatoria, ya que se asume que la persona ya está dentro de el sistema de transporte.

## Restricciones

### 1. Origen fijo

$$\sum_{i,j,k|i=o} X_{i,j,k} = 1 \quad \text{para el nodo origen hay solo un enlace/bus de origen}$$

### 2. Destino fijo

$$\sum_{j,i,k|i=d} X_{j,i,k} = 1 \quad \text{para el destino hay solo un enlace/bus de destino}$$

### 3. Nodos intermedios

$$\sum_{i,j,k|i \neq d \ \& \ i \neq o} X_{i,j,k} = \sum_{j,i,k|i \neq d \ \& \ i \neq o} X_{j,i,k} \quad \text{Hay nodos intermedios}$$

### 4. Cantidad de rutas usadas:

$$\forall_{i,j,k} \quad Y_k \geq X_{ijk} \quad \text{Detector de rutas usadas}$$

### 5. Costo maximo del viaje:

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in R} X_{i,j,k} \cdot \text{costo}_{i,j,k} + 3 \leq C \quad \text{Costo total tiene que menor a } c$$

## 4 Implementación y resultados del Modelo Matemático

### 4.1 Escenario 1:

En este primer escenario (Fig. 1) se pueden ver las rutas, nodos y nodos representando las estaciones. Asimismo, hay ciertas conexiones que tienen un costo, el cual se puede observar mencionado como +3000:

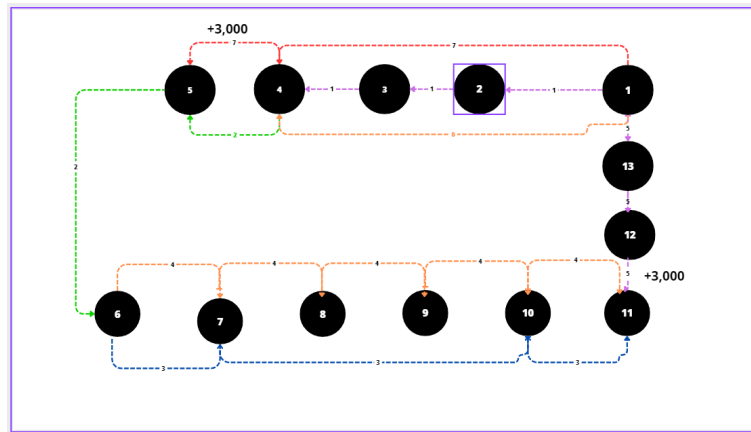


Fig. 2. Mapa escenario 1

**1. Prueba de Priorización de minimizar transbordos** En esta primera prueba con el escenario 1 se presenta la necesidad de desplazarse desde el nodo 1 hasta el nodo 5. Existen varias rutas para llegar, pero algunas requieren de 1 a 2 transbordos. En ocasiones, esto implica un costo adicional debido al cambio entre modalidades de transporte, como SITP o Transmilenio, con un precio estándar de 3 mil. Considerando la importancia de minimizar el costo (0.1), los transbordos (0.8) y la cantidad de paradas (0.1), se muestra esta situación en la imagen adjunta (fig 3), donde se espera que únicamente se utilice la ruta 7 por lo tanto que se den 0 transbordos, un costo total de 6 mil pesos y 2 paradas.

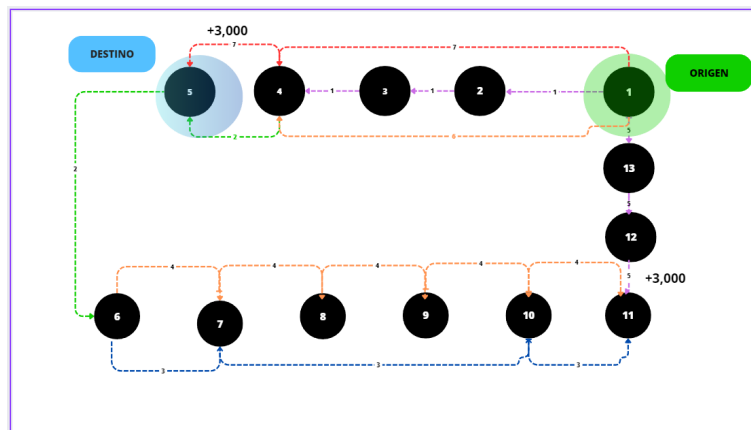
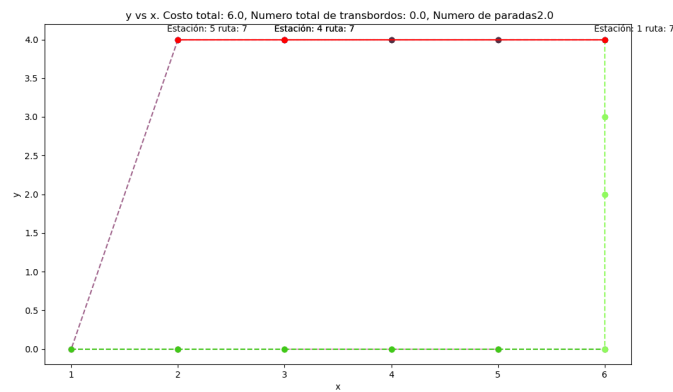


Fig. 3. Prueba 1: Priorizar minimizar transbordos

**Resultados del escenario 1 prueba 1:** Como se ha mencionado anteriormente se ha priorizado transbordos por lo que funciones objetivo como lo son costo o paradas no van a tener relevancia. Esto en efecto se puede ver en la imagen (fig 4) generada por el código entregado con el nombre proyecto\_2\_esc1\_1.py. Al final se puede ver el siguiente trayecto como la solución al problema, y en efecto se priorizado el hecho de que no se den muchos transbordos.



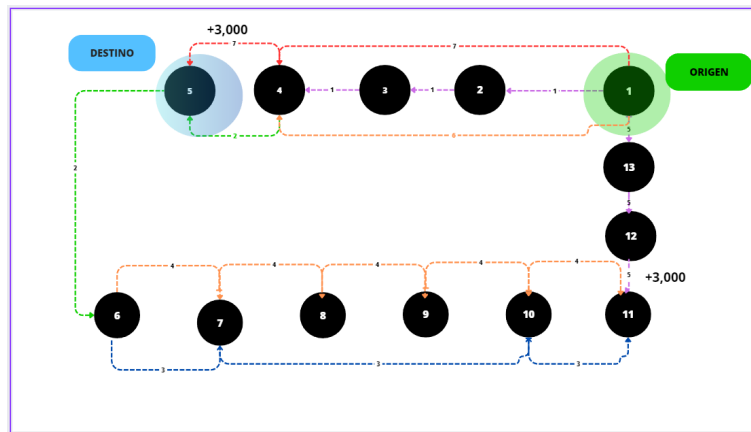
**Fig. 4.** Prueba 1: resultados de minimizar transbordos

---

**Tenga en cuenta que el camino seleccionado está de color rojo**

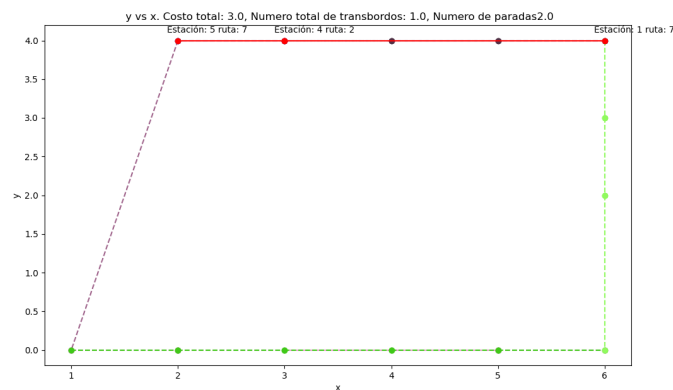
---

**2. Priorización de minimizar Costos** Considerando la importancia de minimizar el costo (0.8), los transbordos (0.1) y la cantidad de paradas (0.1). Así mismo se considera la necesidad de no gastar más de 7 mil pesos. Ahora considerando que el nodo origen es la estación 1 y el nodo destino es la estación 5. A continuación, se presenta el problema con la siguiente imagen (fig 5) se espera que únicamente se llegue a utilizar la ruta 1 y ruta 2.



**Fig. 5.** Prueba 2: resultados de minimizar costos del viaje

**Resultados del escenario 1 prueba 2:** Se ha llegado a minimizar los costos correctamente, este se puede ver si es comparado al resultado de minimizar transbordos se ha llegado a solo tener que gastar 3 mil pesos. Sin embargo, se llevó a aumentar el número de transbordos significativamente. En la siguiente grafica (fig 6) se muestra el trayecto a tomar. cabe resaltar que para ver la ejecución puede ejecutar el archivo .py con el nombre proyecto\_2\_esc1.2.py



**Fig. 6.** Prueba 2: resultados de minimizar costos del viaje

Tenga en cuenta que el camino seleccionado está de color rojo

### 3. Priorización de minimizar paradas para llegar a la estación destino.

Considerando el mismo mapa utilizado en el escenario uno, pero con un origen y destino diferentes, se busca minimizar el costo (0.1), los transbordos (0.1) y la cantidad de paradas (0.8). La situación se ilustra en la imagen adjunta, donde se espera utilizar exclusivamente la ruta 6 desde el nodo 1 al 4, la ruta 2 desde el 5 al 5, y del 5 al 6; y finalmente, la ruta 3 desde el nodo 6 al 7 y del 7 al 10. A continuación se puede ver una representación gráfica del problema planteado:

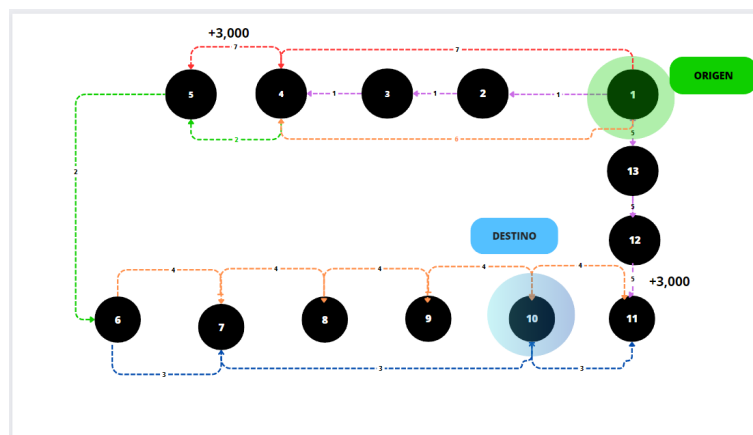


Fig. 7. Prueba 3: Planteamiento del problema de minimizar las paradas

**Resultados del escenario 1 prueba 3:** En efecto sigue una ruta similar a la esperada, logrando minimizar la cantidad de paradas. Para llegar al nodo 4, siguió la vía más directa. En el caso de ir del nodo 6 al nodo 10, eligió la ruta más rápida, asegurando solo 2 paradas en la ruta 3, en comparación con las 4 paradas de la ruta 4.



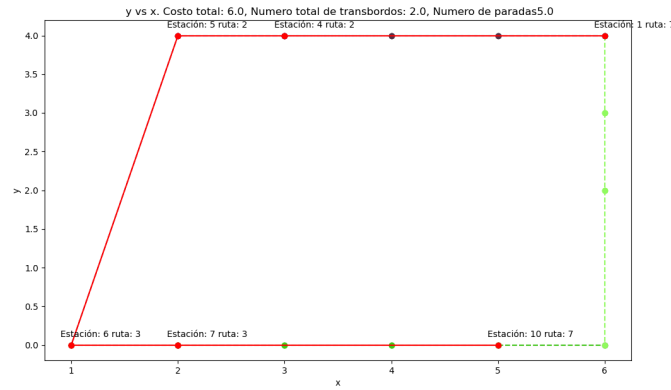


Fig. 8. Prueba 3: Resultados de minimizar las paradas

Tenga en cuenta que el camino seleccionado está de color rojo

**4. Priorización de minimizar transbordos y costos llegar a la estación destino.** Considerando el mismo mapa utilizado en el escenario uno, pero con un origen y destino diferentes, se busca minimizar el costo (0.45), los transbordos (0.45) y la cantidad de paradas (0.1). La situación se ilustra en la imagen adjunta, donde se espera utilizar exclusivamente la ruta 6 desde el nodo 1 al 4, la ruta 2 desde el 5 al 5, y del 5 al 6; y finalmente, la ruta 3 desde el nodo 6 al 7 y del 7 al 10. A continuación se puede ver una representación gráfica del problema planteado:

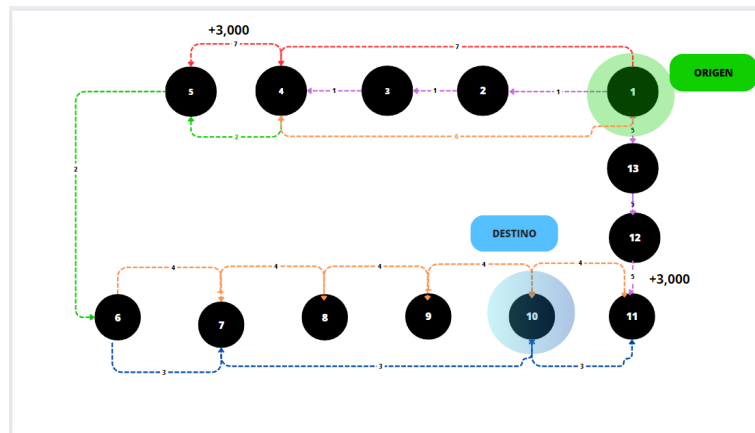
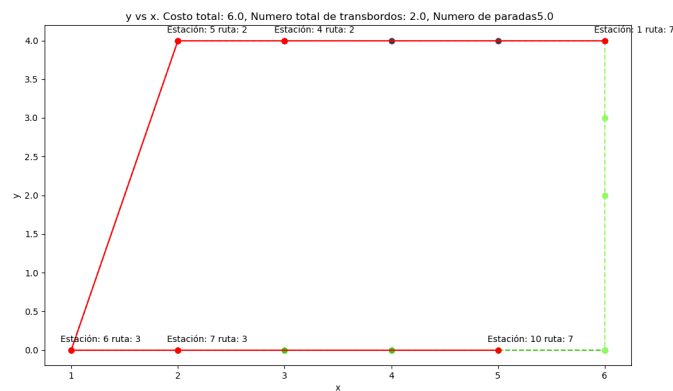


Fig. 9. Prueba 4: Planteamiento del problema de minimizar transbordos y costos

**Resultados del escenario 1 prueba 4:** En efecto se sigue una ruta similar a la esperada, logrando minimizar la cantidad de paradas. Para llegar al nodo 4, siguió la vía más directa, con tal de minimizar costos se hizo un transbordos con la ruta 2 así evitando la conexión que hace la ruta 7 que tiene costo de 3, asegurando solo 2 paradas en la ruta 3, en comparación con las 4 paradas de la ruta 4. Así mismo puede confirmarse el funcionamiento del código con el archivo con el nombre "proyecto\_2\_esc1\_4.py"



**Fig. 10.** Prueba 4: Resultados de minimizar las Transbordos y costos para llegar a la estación destino

---

**Tenga en cuenta que el camino seleccionado está de color rojo**

---

## 4.2 Escenario 2:

En este primer escenario (Fig. 11) se pueden ver las rutas, nodos y nodos representando las estaciones. Asimismo, hay ciertas conexiones que tienen un costo, el cual se puede observar mencionado como +3000. En este mapase presenta una situación más realista en la que se considera más con conexiones entre estaciones así como más rutas. Como una situación muy realista resultaría en un grafo muy grande solo se ha considerado una pequeña parte de la ciudad:

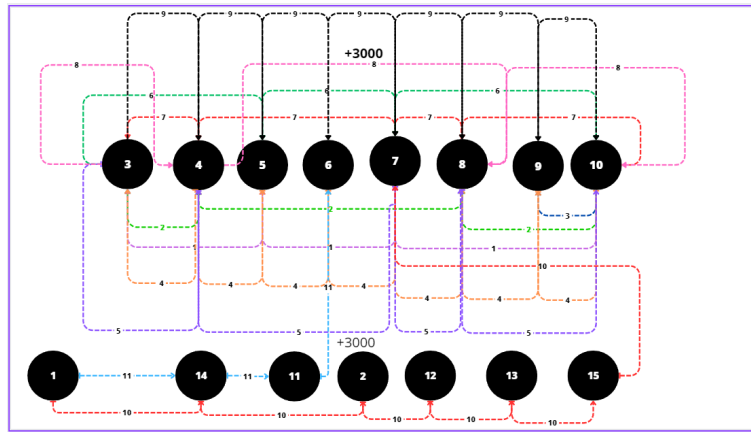


Fig. 11. Mapa escenario 1

**1. Prueba de Priorización de minimizar transbordos** En esta primera prueba con el escenario 2 se presenta la necesidad de desplazarse desde el nodo 1 hasta el nodo 10. Existen varias rutas para llegar, pero algunas requieren más de un transbordo. Que en su caso implicaría sacrificar un menor número de paradas. Considerando que la importancia de minimizar el costo (0.1), los transbordos (0.8) y la cantidad de paradas (0.1), se muestra esta situación en la imagen adjunta (fig 12), donde se espera que únicamente se utilice la ruta 10 por lo tanto que se den 1 transbordos hasta al ruta 6, con un costo de 3 mil.

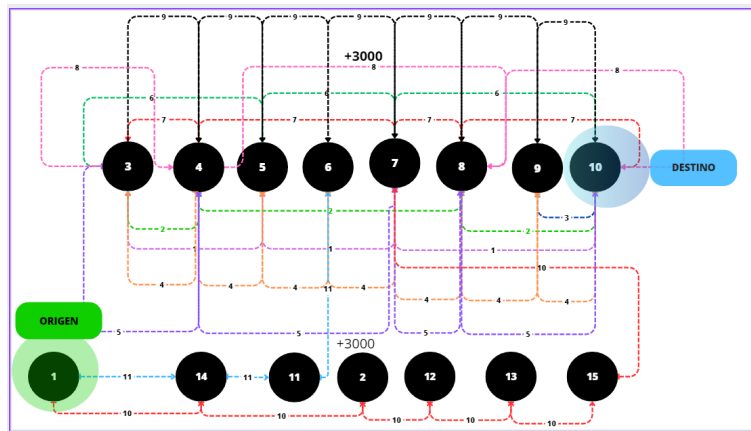
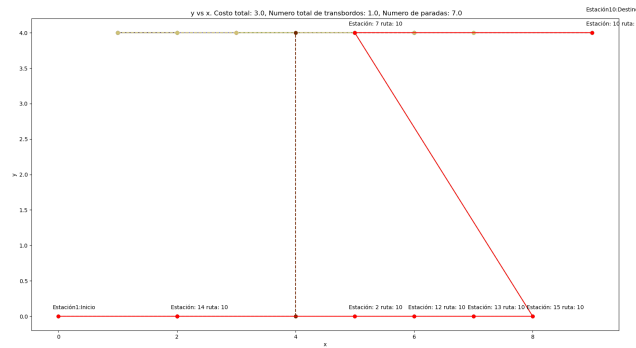


Fig. 12. Prueba 4: Resultados de minimizar las Transbordos y costos para llegar a la estación destino

**Resultados del escenario 2 prueba 1:** En efecto sigue una ruta es como se esperaba. Efectivamente se logró reducir los transbordos. A continuación se muestra la representación gráfica de la solución con (fig 12). Así mismo puede confirmar el funcionamiento del código con el archivo con el nombre "proyecto\_2\_esc1\_1.py":



**Fig. 13.** Prueba 4: Resultados de minimizar las Transbordos y costos para llegar a la estación destino

---

Tenga en cuenta que el camino seleccionado está de color rojo

---

**2. Priorización de minimizar Costos** Considerando la importancia de minimizar el costo (0.8), los transbordos (0.1) y la cantidad de paradas (0.1) y considerando que el nodo origen es la estación 1 y el nodo destino es la estación 6. A continuación, se presenta el problema con la siguiente imagen (fig 13) se espera que únicamente se llegue a utilizar la ruta 10 y ruta 9.

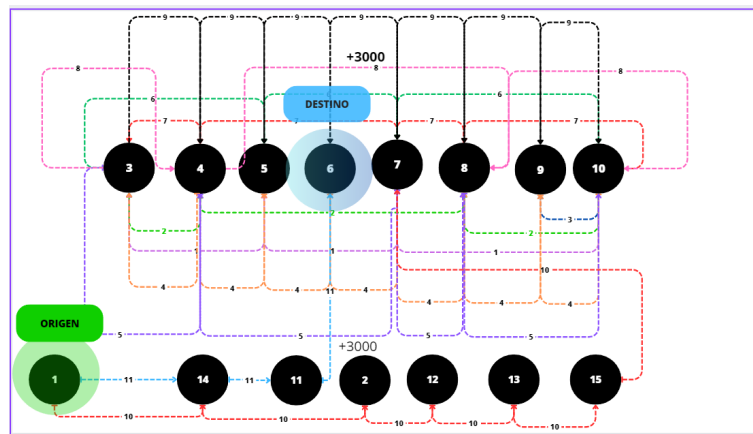


Fig. 14. Prueba 2: resultados de minimizar costos del viaje

**Resultados del escenario 1 prueba 2:** Se ha llegado a minimizar los costos correctamente, este se puede ver si es comparado al resultado de minimizar transbordos se ha llegado a solo tener que gastar 3 mil pesos. Sin embargo, se llevó a aumentar el número de paradas y transbordos a lo que hubiera pasado si se tomara la ruta 11. En la siguiente grafica (fig 14) se muestra el trayecto a tomar. cabe resaltar que para ver la ejecución puede ejecutar el archivo .py con el nombre proyecto\_2\_esc2\_2.py.

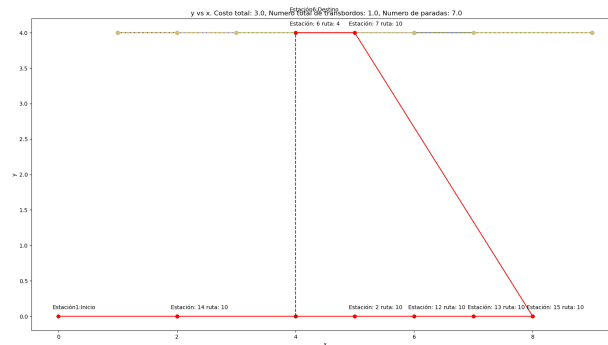


Fig. 15. Prueba 2: resultados de minimizar costos del viaje

Tenga en cuenta que el camino seleccionado está de color rojo

### 3. Priorización de minimizar paradas para llegar a la estación destino.

Considerando el mismo mapa utilizado en el escenario uno, pero con un origen y destino diferentes, se busca minimizar el costo (0.1), los transbordos (0.1) y la cantidad de paradas (0.8). La situación se ilustra en la imagen adjunta, donde se espera utilizar exclusivamente la ruta 11, desde nodo 1 a nodo 6,. A continuación se puede ver una representación gráfica del problema planteado (fig 15):

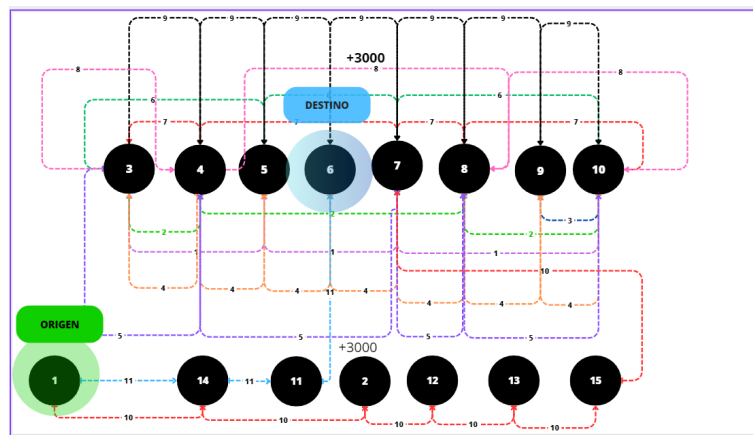


Fig. 16. Prueba 3: Planteamiento del problema de minimizar las paradas

**Resultados del escenario 2 prueba 3:** En efecto sigue una ruta similar a la esperada, logrando minimizar la cantidad de paradas, pero hay una elevación de costo esperada por usar la ruta 11, que la final solo implica 3 paradas. A continuación se puede ver una representación grafica de la solución. Así mismo este problema puede ejecutarlo con el archivo "proyecto\_2\_esc2\_3.py".

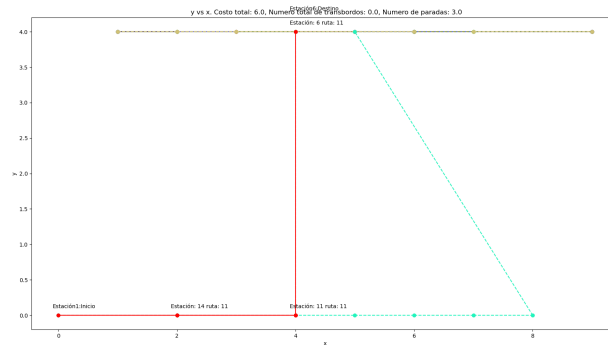


Fig. 17. Prueba 3: Resultados de minimizar las paradas

Tenga en cuenta que el camino seleccionado está de color rojo

**4. Priorización de minimizar paradas y costos llegar a la estación destino.** Considerando el mapa el siguiente mapa, se busca minimizar el costo (0.45), los paradas (0.45) y la cantidad de transbordos (0.1). La situación se ilustra en la imagen adjunta, puede llegar a ser complicada de decidir ya si se opta por la ruta 10 se espera tener que lidiar con muchas paradas y si se toma la ruta 11 se espera un costo elevado casi de 6.

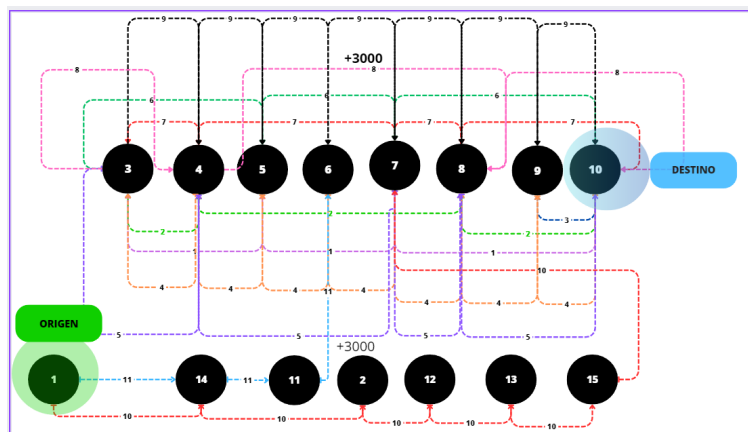
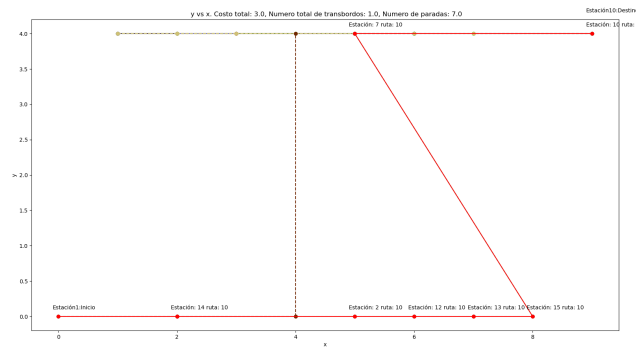


Fig. 18. Prueba 4: Planteamiento del problema de minimizar paradas y costos

**Resultados del escenario 1 prueba 4:** En efecto se sigue una ruta similar a la esperada, logrando minimizar la cantidad de paradas. Para llegar al nodo 4, siguió la vía más directa, con tal de minimizar costos se hizo un transbordo con la ruta 2 así evitando la conexión que hace la ruta 7 que tiene costo de 3, asegurando solo 2 paradas en la ruta 3, en comparación con las 4 paradas de la ruta 4. Así mismo puede confirmarse el funcionamiento del código con el archivo con el nombre "proyecto\_2\_esc1\_4.py"



**Fig. 19.** Prueba 4: Resultados de minimizar las Transbordos y costos para llegar a la estación destino