Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Análsis de Algortimos (2023-1)

PRÁCTICA 02

ALUMNA :

- VARGAS BRAVO PAOLA 3180747555

FECHA DE ENTREGA :22 OCT, 2022

1. ANÁLISIS ESPERADO DE COMPLEJIDAD DEL ALGORITMO :

Sabemos que la complejidad del algoritmo es de $\mathbf{O}(logn)$.
Para ello propondremos ejemplares de diversos tamaños :

- Tamaño : 4.
  Ejemplar propuesto :

$$[7, 8, 1, 5]$$

  De acuerdo a nuestro algoritmo el mismo se comporta de la siguiente manera a grandes rasgos :

  - RONDA 1 :

$$\begin{aligned} i\_izquierdo &= 1 \\ i\_derecho &= 4 \end{aligned}$$

Donde :

$$i\_izquierdo == i\_derecho \qquad \text{(Se evalúa a } \texttt{False}\text{)}$$

Por lo que :

$$\begin{aligned} \text{mitad} &= (1+4) \text{ div } 2 \\ &= 5 \text{ div } 2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

Luego

$$\text{X[mitad]} = 8 < 5 = \text{X[i\_derecho]} \qquad \text{(Se evalúa a } \texttt{False}\text{)}$$

Hacemos la llamada recursiva de :

$$\text{EneuentraIndice}(2+1=3, 4)$$

  - RONDA 2 :

$$\begin{aligned} i\_izquierdo &= 3 \\ i\_derecho &= 4 \end{aligned}$$

Donde :

$$i\_izquierdo == i\_derecho \qquad \text{(Se evalúa a } \texttt{False}\text{)}$$

Por lo que :

$$\begin{aligned} \text{mitad} &= (3+4) \text{ div } 2 \\ &= 7 \text{ div } 2 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Luego

$$\text{X[mitad]} = 1 < 5 = \text{X[i\_derecho]} \qquad \text{(Se evalúa a } \texttt{True}\text{)}$$

Hacemos la llamada recursiva de :

$$\text{EneuentraIndice}(3, 3)$$

– Ronda 3 :

$$i\_izquierdo = 3$$
$$i\_derecho = 3$$

Donde :

$$i\_izquierdo == i\_derecho \qquad \text{(Se evalúa a True)}$$

Por lo que :
return 3.
El elemento mínimo se encuentra en la posición 3:
Lo cual es cierto dado que X[3] = 1, y en efecto 1 es el elemento mínimo de la secuencia cíclica pues los elementos antes del mismo están ordenados de manera creciente y al igual los que están por detrás el mismo, siendo que el ultimo elemento de la secuencia es menor al primero de la secuencia por lo que se cumple.

Ahora notemos que se realizaron tres rondas donde, en las primeras dos rondas se dividió el arreglo entres dos por lo que el mismo se recorre de dos , pues específicamente la complejidad del arreglo es de $\mathbf{O}(log_2 n)$ entonces dado que n = 4.

$$log_2(4) = 2$$

En efecto fueron las cantidades de rondas en las que realmente se resolvió el algoritmo, dado que la ultima ronda realmente no se realizo ningún recorrido (división) por así decirlo de nuestra secuencia, así que se comporto de la forma que se esperaba.

- Tamaño : 6
  Ejemplar propuesto :

$$[20, 25, 30, 5, 10, 12]$$

De acuerdo a nuestro algoritmo el mismo se comporta de la siguiente manera a grandes rasgos :

– Ronda 1 :

$$i\_izquierdo = 1$$
$$i\_derecho = 6$$

Donde :

$$i\_izquierdo == i\_derecho \qquad \text{(Se evalúa a False)}$$

Por lo que :

$$\begin{aligned} \text{mitad} &= (1+6) \text{ div } 2 \\ &= 7 \text{ div } 2 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Luego

$$\text{X[mitad]} = 30 < 12 = \text{X[i\_derecho]} \qquad \text{(Se evalúa a False)}$$

Hacemos la llamada recursiva de :

$$\text{EncuentraIndice}(4 + 1 = 5, 6)$$

- **Ronda 2 :**

$$\begin{aligned} i\_izquierdo &= 4 \\ i\_derecho &= 6 \end{aligned}$$

Donde :

$$i\_izquierdo == i\_derecho \qquad \text{(Se evalúa a } \texttt{False}\text{)}$$

Por lo que :

$$\begin{aligned} \text{mitad} &= (4+6) \text{ div } 2 \\ &= 10 \text{ div } 2 \\ &= 5 \end{aligned}$$

Luego

$$\text{X[mitad]} = 10 < 12 = \text{X[i\_derecho]} \qquad \text{(Se evalúa a } \texttt{True}\text{)}$$

Hacemos la llamada recursiva de :

$$\text{EncuentraIndice}(4, 5)$$

- **Ronda 3 :**

$$\begin{aligned} i\_izquierdo &= 4 \\ i\_derecho &= 5 \end{aligned}$$

Donde :

$$i\_izquierdo == i\_derecho \qquad \text{(Se evalúa a } \texttt{False}\text{)}$$

Por lo que :

$$\begin{aligned} \text{mitad} &= (4+5) \text{ div } 2 \\ &= 9 \text{ div } 2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

Luego

$$\text{X[mitad]} = 5 < 10 = \text{X[i\_derecho]} \qquad \text{(Se evalúa a } \texttt{True}\text{)}$$

Hacemos la llamada recursiva de :

$$\text{EncuentraIndice}(4, 4)$$

- **Ronda 4 :**

$$\begin{aligned} i\_izquierdo &= 4 \\ i\_derecho &= 4 \end{aligned}$$

Donde :

$$i\_izquierdo == i\_derecho \qquad \text{(Se evalúa a True)}$$

Por lo que :
return 4.
El elemento mínimo se encuentra en la posición 4:
Lo cual es cierto dado que X[4] = 5, y en efecto 1 es el elemento mínimo de la secuencia cíclica pues los elementos antes del mismo están ordenados de manera creciente y al igual los que están por detrás el mismo, siendo que el ultimo elemento de la secuencia es menor al primero de la secuencia por lo que se cumple.

Ahora notemos que se realizaron cuatro rondas donde, en las primeras tres rondas se dividió la secuencia entres dos por lo que el mismo se recorre de dos en dos , pues específicamente la complejidad del arreglo es de $\mathbf{O}(log_2 n)$ entonces dado que n = 6.

$$\begin{aligned} log_2(6) &= 2.58 \\ &= 3 \end{aligned}$$

En efecto fueron las cantidades de rondas en las que realmente se resolvió el algoritmo, dado que la ultima ronda realmente no se realizo ningún recorrido (división) por así decirlo de nuestra secuencia, así que se comporto de la forma que se esperaba.

- Tamaño = 7
  Ejemplar propuesto :

$$[14, 4, 5, 9, 10, 11, 13]$$

De acuerdo a nuestro algoritmo el mismo se comporta de la siguiente manera a grandes rasgos :

  - Ronda 1 :

$$\begin{aligned} i\_izquierdo &= 1 \\ i\_derecho &= 7 \end{aligned}$$

Donde :

$$i\_izquierdo == i\_derecho \qquad \text{(Se evalúa a False)}$$

Por lo que :

$$\begin{aligned} \text{mitad} &= (7 + 1) \text{ div } 2 \\ &= 8 \text{ div } 2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

Luego

$$\text{X[mitad]} = 9 < 13 = \text{X[i\_derecho]} \qquad \text{(Se evalúa a True)}$$

Hacemos la llamada recursiva de :

$$\text{EncuentraIndice}(1, 4)$$

- RONDA 2 :

$$\begin{aligned} i\_izquierdo &= 1 \\ i\_derecho &= 4 \end{aligned}$$

Donde :

$$i\_izquierdo == i\_derecho \qquad \text{(Se evalúa a False)}$$

Por lo que :

$$\begin{aligned} \text{mitad} &= (1+4) \text{ div } 2 \\ &= 5 \text{ div } 2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

Luego

$$\text{X[mitad]} = 4 < 9 = \text{X[i\_derecho]} \qquad \text{(Se evalúa a True)}$$

Hacemos la llamada recursiva de :

$$\text{EncuentraIndice}(1, 2)$$

- RONDA 3 :

$$\begin{aligned} i\_izquierdo &= 1 \\ i\_derecho &= 2 \end{aligned}$$

Donde :

$$i\_izquierdo == i\_derecho \qquad \text{(Se evalúa a False)}$$

Por lo que :

$$\begin{aligned} \text{mitad} &= (1+2) \text{ div } 2 \\ &= 3 \text{ div } 2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

Luego

$$\text{X[mitad]} = 13 < 4 = \text{X[i\_derecho]} \qquad \text{(Se evalúa a False)}$$

Hacemos la llamada recursiva de :

$$\text{EncuentraIndice}(1+1=2, 2)$$

- RONDA 4 :

$$\begin{aligned} i\_izquierdo &= 2 \\ i\_derecho &= 2 \end{aligned}$$

Donde :

$$i\_izquierdo == i\_derecho \qquad \text{(Se evalúa a True)}$$

Por lo que :
return 2.
EL ELEMENTO MÍNIMO SE ENCUENTRA EN LA POSICIÓN 2:
Lo cual es cierto dado que X[2] = 4, y en efecto 1 es el elemento mínimo de la secuencia cíclica pues los elementos antes del mismo están ordenados de manera creciente y al igual los que están por detrás el mismo, siendo que el ultimo elemento de la secuencia es menor al primero de la secuencia por lo que se cumple.

Ahora notemos que se realizaron cuatro rondas donde, en las primeras tres rondas se dividió la secuencia entres dos por lo que el mismo se recorre de dos en dos , pues específicamente la complejidad del arreglo es de $\mathbf{O}(log_2 n)$ entonces dado que n = 7.

$$\begin{aligned} log_2(7) &= 2.80 \\ &= 3 \end{aligned}$$

En efecto fueron las cantidades de rondas en las que realmente se resolvió el algoritmo, dado que la ultima ronda realmente no se realizo ningún recorrido (división) por así decirlo de nuestra secuencia, así que se comporto de la forma que se esperaba.

Con estos tres ejemplares podemos visualizar que realmente el algoritmo en efecto tiene una complejidad de $\mathbf{O}$(log n).