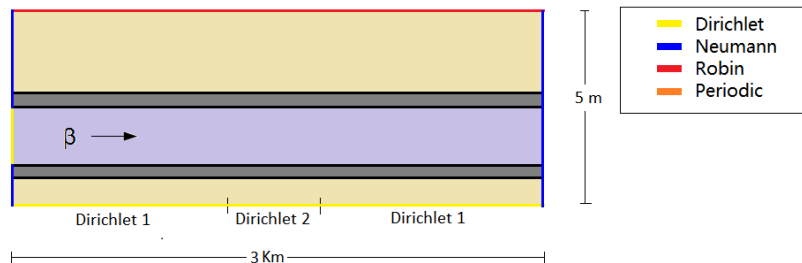


Teleriscaldamento — Gruppo 9



Geometria

- Considerate un condotto lungo 3 km di raggio 1 m e con pareti spesse 0.4 m, di cui 0.1 m di isolante.
- Assumete 2 m di terreno sopra al condotto e 3 m di terreno sotto al condotto.

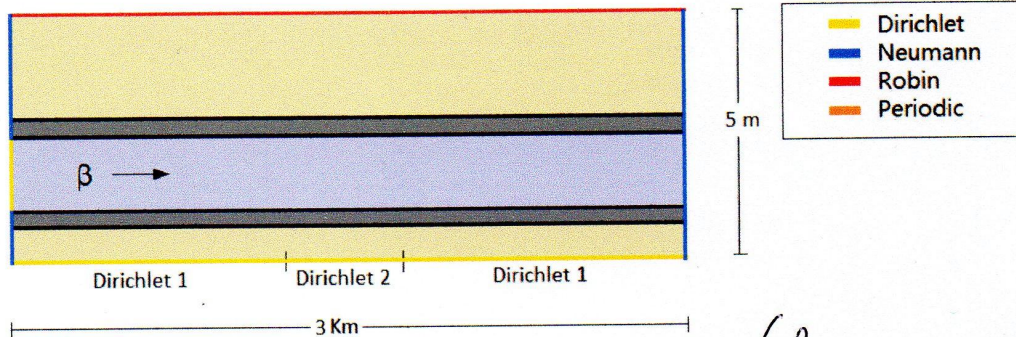
Problema stazionario e convergenza di mesh

- Considerate un profilo di velocità β parabolico.
- Ponete condizioni di Neumann omogenee sul bordo verticale sinistro del terreno.
- Assumete un andamento parabolico per la temperatura nel bordo di terreno identificato come "Dirichlet 2".
- Studiate la convergenza all'infittirsi della mesh guardando il profilo di temperatura lungo una linea che tagli orizzontalmente il dominio.

Problema transiente

- Risolvete il problema transiente implementando il *metodo di Eulero Implicito*.
- Come condizione iniziale usate la soluzione del problema stazionario nel caso in cui il fluido nel condotto sia immobile ($\beta = 0$) e la temperatura in ingresso al condotto sia pari alla temperatura del terreno.
- Assumete che all'accensione dell'impianto il fluido acquisisca istantaneamente la velocità di regime β e che la temperatura in ingresso al condotto si riscaldi nel tempo dalla temperatura del terreno fino a raggiungere asintoticamente la temperatura operativa con andamento proporzionale all'arcotangente.
- Mostrate l'evoluzione della temperatura in un punto del condotto.

6 DISTRICT HEATING



ADVECTION DIFFUSION MODEL

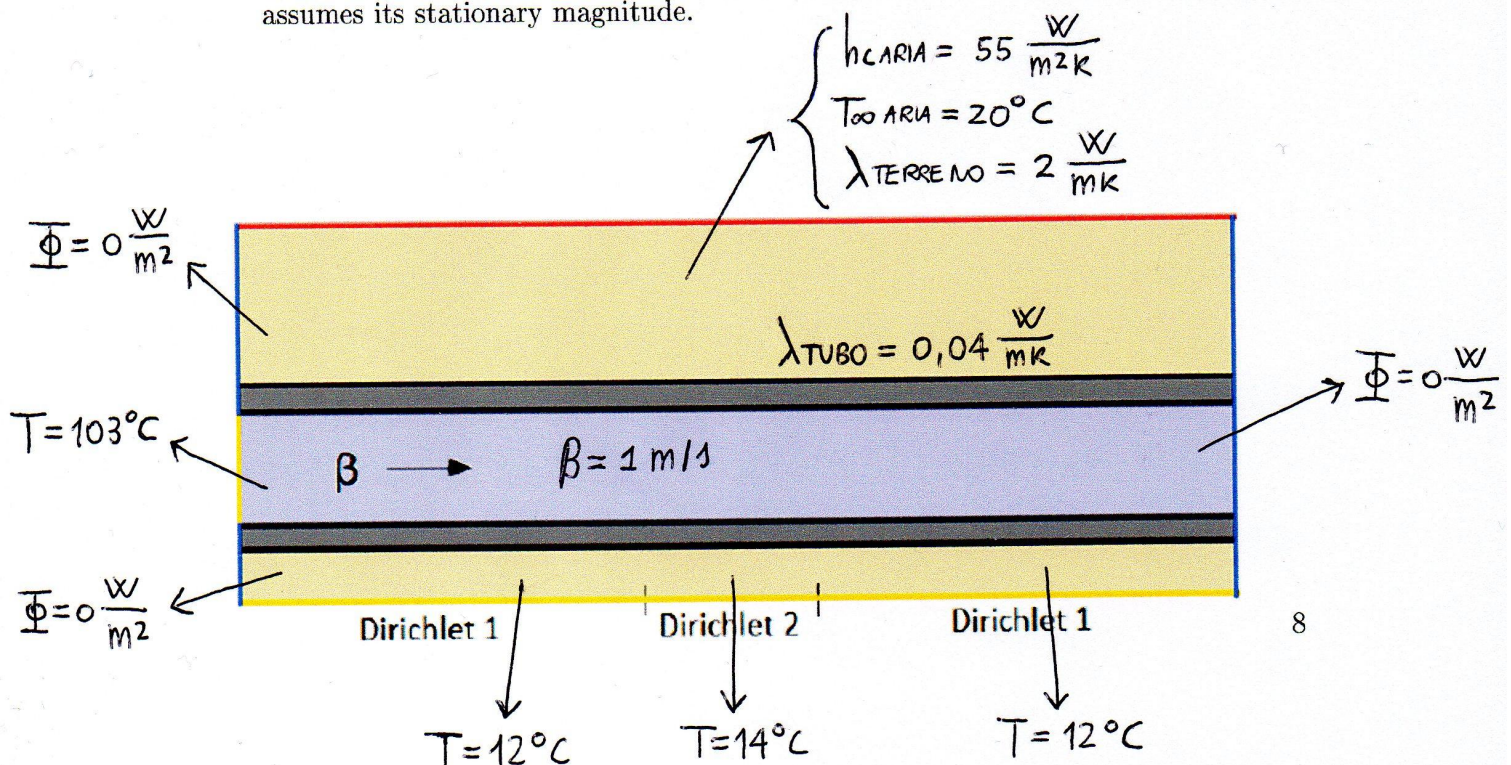
$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \beta \cdot \nabla T \right) - \nabla \cdot (\lambda \nabla T) = 0$$

$$\begin{cases} \rho_{\text{PEDIA, H}_2\text{O}} = 975 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ c_{p, \text{PEDIA, H}_2\text{O}} = 3950 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \\ \lambda_{\text{ACQUA}} = 0,5 \frac{\text{W}}{\text{m K}} \end{cases}$$

NOTES Use different values of temperature for Dirichlet 1 and Dirichlet 2 BCs.

DELIVERABLES

- Compute steady state temperature distribution using data from the corresponding project in "Applicazioni Avanzate di Fisica Tecnica".
- Simulate system starting process, with an initial temperature distribution given by the Dirichlet boundary conditions at the bottom and $\beta = 0$. Then, after ignition, simulate a temperature rise at pipe inlet, with the velocity that instantaneously assumes its stationary magnitude.



TELERISCALDAMENTO URBANO

Modellizzazione tramite Matlab dello spettro termico di un condotto sotterraneo adibito al teleriscaldamento urbano



figura 1 Schema Teleriscaldamento

Il teleriscaldamento urbano utilizza l'energia termica di scarto provenienti da centrali elettriche al fine di sfruttarla per il riscaldamento di immobili.

L'analisi che segue prevede lo studio di un condotto adibito al trasporto dell'acqua calda proveniente dalla centrale e diretto alle abitazioni. Per prevenire eventuali dissipazioni termiche, questo è ricoperto da uno strato isolante e inserito nel sottosuolo. Tuttavia si presuppone che, a causa degli attriti con la superficie interna del tubo, il profilo di velocità del fluido vettore, sia di tipo parabolico. Inoltre altra ipotesi necessaria per l'esito del calcolo è quella di presupporre le condizioni al bordo secondo lo schema allegato:

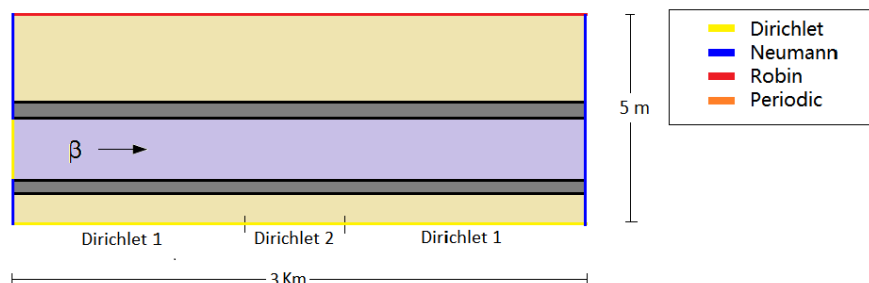


figura 2 Schema Condizioni al bordo- Tubo interrato

Si tende a evidenziare che le diverse condizioni di Dirichlet sono differenti in base all'area selezionata:

- Dirichlet 1 presenta una temperatura costante $T_1 = 285 \text{ K}$
- Dirichlet 2 mostra un profilo di temperatura parabolico avente un massimo $T_2 = 307 \text{ K}$
- Dirichlet all'imbocco del tubo $T_{in,fluid} = 376 \text{ K}$
- Neumann omogeneo: $\Phi = 0 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
- Robin: coefficiente convettivo $\alpha_{aria} = 5,5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$ e una temperatura ambiente $T_{\infty aria} = 293 \text{ K}$

Il problema consiste nel calcolo del profilo di temperatura lungo la condotta lunga 3km ed è stato analizzato in due step:

- Si è valutata la situazione stazionaria, rappresentando l'andamento termico a regime
- Successivamente è stato calcolato il transitorio, ipotizzando al tempo iniziale una situazione stazionaria.

FORMULAZIONE VARIAZIONALE

$$\int_{\Omega} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} v d\bar{x} + \int_{\Omega} \rho c (\bar{\beta} \nabla T) v d\bar{x} + \int_{\Omega} \lambda \nabla T \nabla v d\bar{x} - \int_{\Gamma_R} \lambda \frac{\partial T}{\partial n} v ds = 0$$

Nell'ultimo termine Robin è stato definito $\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T_{\infty} - T)$ mentre i contributi di Dirichlet (Γ_D) e Neumann omogeneo (Γ_N) sono nulli.

FORMULAZIONE VARIAZIONALE DISCRETA

Passando alla formulazione variazionale discreta con $v_h = \Phi_j$, e sostituendo

$T_h = \sum_{k=1}^N T_k \varphi_k + \sum_{k=N+1}^{N_h} g_k \varphi_k$, si riscrive l'equazione precedente, analizzando ciascun termine a sinistra e destra dell'uguaglianza, e i contributi, relativi a ciascuna matrice, che costituiscono la seguente equazione differenziale (per ogni elemento k-esimo dell'equazione): $M \dot{T}_k + A T_k = b(t)$

$$M = \int_{\Omega} \rho c \varphi_k \Phi_j d\bar{x} \text{ MATRICE DI MASSA}$$

$$A = \int_{\Omega} \rho c \bar{\beta} \nabla \varphi_k \Phi_j d\bar{x} + \int_{\Omega} \lambda \nabla \varphi_k \cdot \nabla \Phi_j d\bar{x} + \int_{\Gamma_R} \alpha \varphi_k \Phi_j ds \text{ MATRICE DI RIGIDEZZA, costituita}$$

rispettivamente dai seguenti termini: convettivo, diffusivo e contributo di Robin incognito

$$b(t) = \int_{\Gamma_R} \alpha T_{\infty} \Phi_j ds - g_k \left(\int_{\Omega} \rho c \varphi_k \Phi_j d\bar{x} \right) - g_k \left(\int_{\Omega} \lambda \nabla \varphi_k \cdot \nabla \Phi_j d\bar{x} + \int_{\Omega} \rho c \bar{\beta} \nabla \varphi_k \Phi_j d\bar{x} \right)$$

MATRICE DEI TERMINI NOTI, costituita rispettivamente da: Robin noto, contributo matrice di massa legata a Dirichlet variabile(mvar) e contributi matrice di rigidezza diffusivo e convettivo.

DATI DEL DOMINIO

$$\rho_{H_2O} = 975 \frac{kg}{m^3}; \rho_{floor} = 1100 \frac{kg}{m^3}; \rho_{isulador} = 250 \frac{kg}{m^3}; \rho_{metal} = 7800 \frac{kg}{m^3}$$

$$\lambda_{H_2O} = 0,5 \frac{W}{m \cdot K}; \lambda_{floor} = 2 \frac{W}{m \cdot K}; \lambda_{isulador} = 0,04 \frac{W}{m \cdot K}; \lambda_{metal} = 50 \frac{W}{m \cdot K}$$

$$c_{p,H_2O} = 3950 \frac{J}{kg \cdot K}; c_{p,floor} = 900 \frac{J}{kg \cdot K}; c_{p,isulador} = 1300 \frac{J}{kg \cdot K}; c_{p,metal} = 500 \frac{J}{kg \cdot K}$$

$$\beta = (-0,5 * (y - 4,4)^2 + (0,5)) * 10^{-3} \frac{m}{s} \text{ andamento parabolico (riscalato di } 10^{-3} \text{ per problemi di instabilità)}$$

MODELLIZZAZIONE

È stato necessario rappresentare il dominio su Matlab. Pertanto si è riprodotto suddividendolo in una serie di rettangoli sfruttando la funzione "Regions" implementata nel meshtoolbox. Dopo di che, per ogni regione, si sono calcolate le condizioni al bordo, secondo il seguente schema:

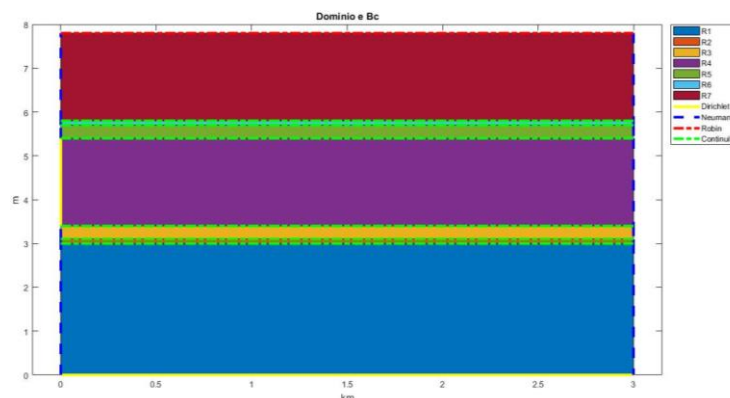


figura 3 Condizioni al bordo-MeshToolbox

Si intende porre attenzione alla diversa unità dimensionale utilizzata per la rappresentazione dei due assi: l'utilizzo di una scala in metri, anche lungo la direzione orizzontale del condotto, causerebbe una difficoltà computazionale troppo onerosa, che impedirebbe la risoluzione del problema. Tuttavia, questa scelta, comporta delle difficoltà durante la fase di implementazione delle funzioni che verranno tuttavia analizzate successivamente.

Lo studio del problema termico presuppone l'assegnazione di definite condizioni sul dominio. Nel particolare caso esaminato risulta necessario considerare la proprietà di conducibilità termica non solo del tubo e del relativo materiale isolante, ma anche del terreno stesso, che contribuirà a disperdere calore. Inoltre, elemento essenziale per la riuscita dell'analisi è l'attribuzione di un profilo di velocità di tipo parabolico all'interno del condotto. Tutto ciò è stato possibile tramite il comando `addProperty` con il quale si sono definite le proprietà sul dominio.

Una volta definiti il dominio, le condizioni al bordo e le sue proprietà si è intrapresa l'analisi del caso stazionario e successivamente di quello transiente.

STAZIONARIO

La risoluzione del problema richiede la creazione della mesh che è stata ottenuta tramite il comando `Mesh2D` del `MeshToolBox`. Questo permette di definire il valore dell'area massima di ogni triangolazione. Tramite una serie di tentativi è stata individuata la dimensione ottimale al fine di ottenere una corretta discretizzazione del dominio, in tempi ragionevoli come rappresentato in figura.

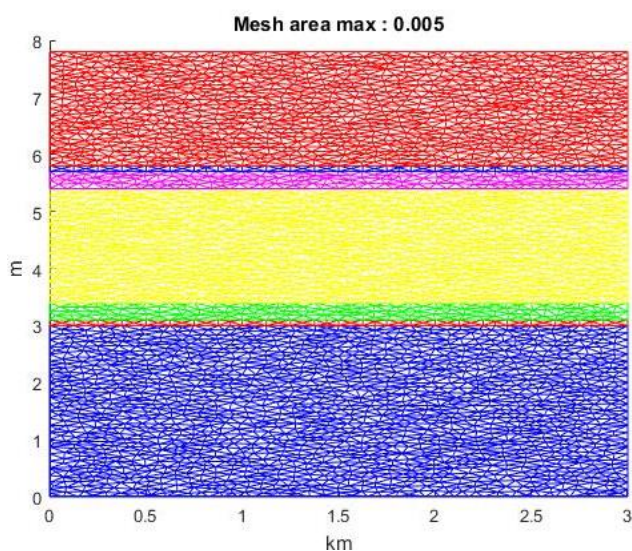


figura 4 Rappresentazione Mesh

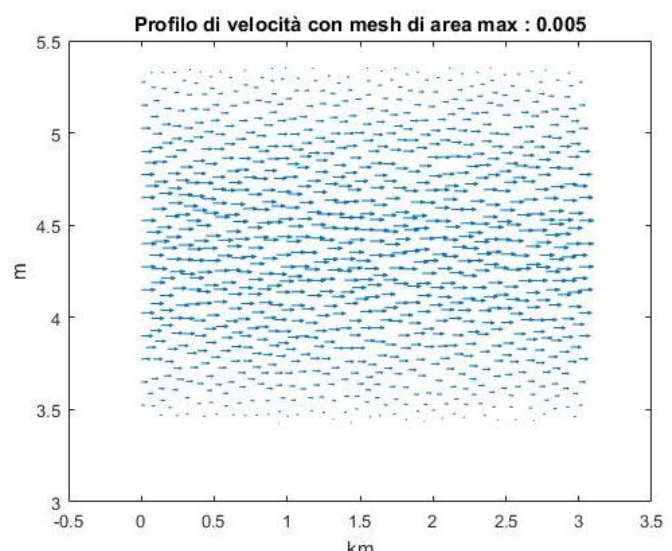


figura 5 Rappresentazione velocità-Quiver

A causa dell'importanza che il profilo di velocità parabolico riveste nel problema, si è deciso di rappresentarlo tramite il comando "quiver".

Dopo aver effettuato la mesh è stata implementata la funzione `Tesina_stazionario_BuildStiff` con la quale sono state calcolate la matrice dei coefficienti e il vettore termine noto. Come accennato in precedenza l'approssimazione del dominio da una lunghezza di 3000 a 3 non può ritenersi lecita se non vengono fatte delle considerazioni ulteriori all'interno della funzione stessa. Si è così deciso di "convertire" la proiezione orizzontale della distanza tra i nodi (Dx) moltiplicandola per un fattore di 10^3 . Tuttavia, ricordando che per definizione l'area di un triangolo $A = \frac{b \cdot h}{2}$, anche le aree dei singoli triangoli della mesh risentono di questo fenomeno e dunque necessitano la stessa "correzione".

Grazie alla finezza della Mesh = 0,005 (ritenuta ottimale nella valutazione del compromesso precisione - tempo computazionale) è stato ottenuto il seguente profilo spettrale della temperatura:

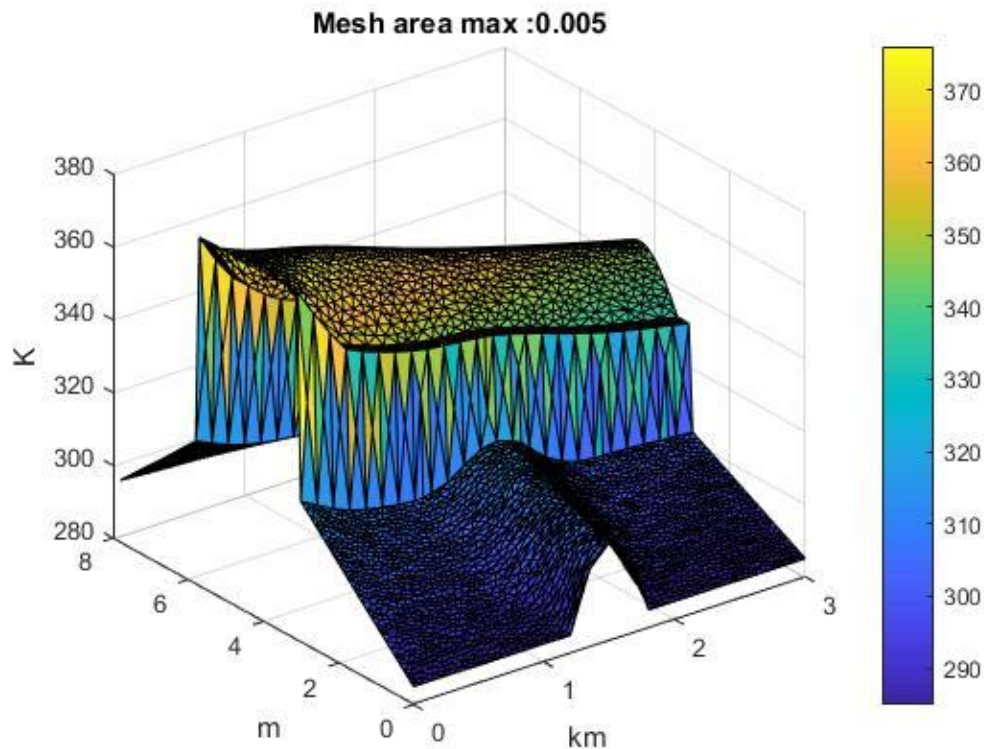


figura 6 Spettro della Temperatura-Transitorio

Successivamente, per confermare la scelta della dimensione della triangolazione, si è valutato l'andamento della temperatura rispetto a un piano che seziona orizzontalmente la tubazione al variare della mesh. I risultati ottenuti, di seguito riportati, mostrano come sia nel caso di area massima di 0.01 e sia di 0.005 i valori tendano a sovrapporsi.

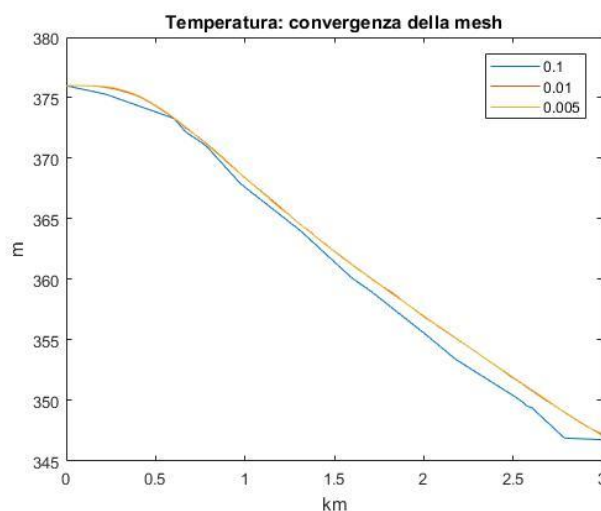


figura 7 Andamento Temperatura per varie mesh-piano orizzontale al dominio

In conclusione si è valutato come il tempo necessario per lo studio del sistema algebrico, tramite il metodo del gradiente biconiugato, sia fortemente connesso al preconditionamento della matrice. Infatti, effettuandolo in modo più accurato (ottenuto abbassando il valore del droptol), il tempo per la risoluzione

con metodo del gradiente diminuisce (a discapito di quello necessario per il preconditionamento). È stato tuttavia possibile individuare un valore ottimale di droptol, come evidenziato nel seguente grafico, che corrisponde a circa 10^{-3} .

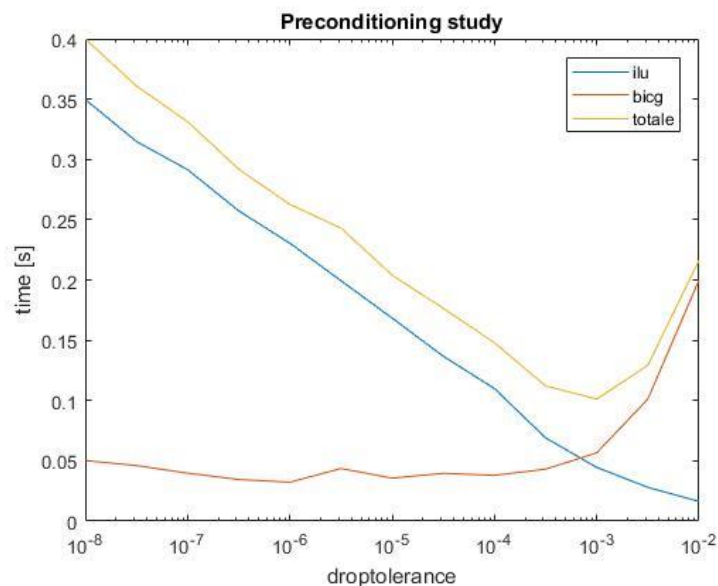


figura 8 Studio del Precondizionamento

Infine, a titolo di completezza, si è calcolato il numero di Peclet: $2,17 \cdot 10^3$, che nonostante i tre ordini di grandezza superiori all'unità non comporta instabilità numerica nel calcolo stazionario.

TRANSIENTE

L'analisi è stata affrontata utilizzando lo stesso schema di calcolo del problema stazionario per quanto concerne la definizione del dominio e delle proprietà. Inoltre, per il calcolo dei parametri iniziali ($t = 0$), necessari per la risoluzione del problema tramite il metodo di Eulero Implicito, si è sfruttata la sintassi del caso precedente, imponendo temperatura all'ingresso del condotto pari a quella del terreno e fluido fermo. Il metodo di Eulero implicito non prevede l'inversione della matrice di rigidezza, perciò rende meno oneroso il calcolo computazionale.

Il transitorio che si vuole studiare riguarda l'andamento di temperatura causato dal progressivo moto del fluido nel condotto. Si suppone di raggiungere asintoticamente la temperatura operativa con un andamento proporzionale all'arcotangente.

I risultati dell'analisi, di seguito allegati, mostrano la progressiva crescita della temperatura all'avanzare del tempo, sino al conseguimento del valore asintotico. Si è deciso di utilizzare nel codice Matlab due diversi passi temporali (25000 sec e 1000 sec) in modo da raggiungere in tempi accettabili il valore di regime ($t = 200 \cdot 10^5$ sec), e inoltre poter prendere visione dell'andamento termico nei primi $20 \cdot 10^5$ secondi.

Infine, la rappresentazione grafica è stata effettuata ogni 100 passi temporali per entrambe le evoluzioni. Si nota dai grafici come la bassa velocità del fluido comporti il raggiungimento del valore a regime dopo un lungo periodo di tempo.

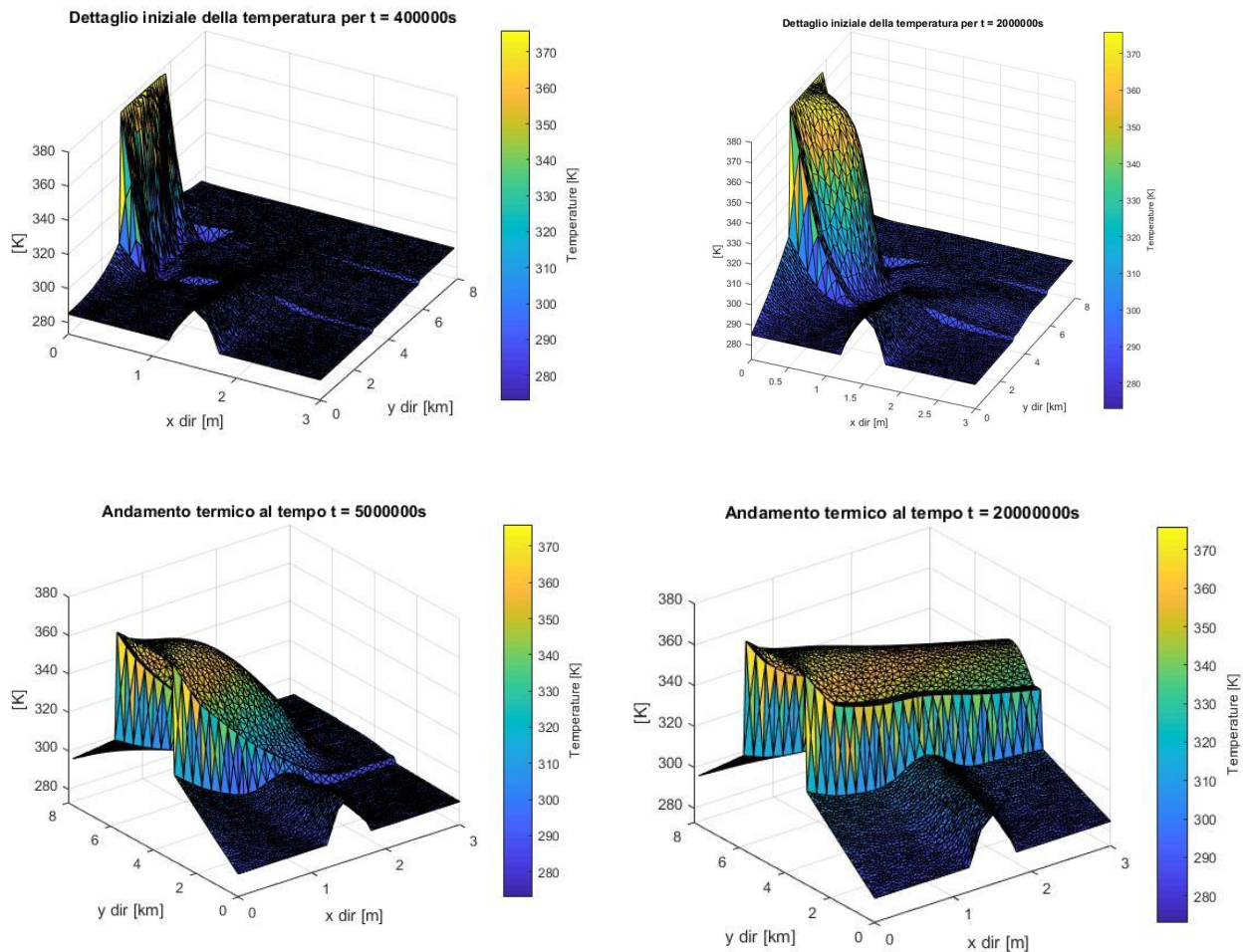


figura 9 Spettro della Temperatura nel tempo a $t = (4-20-50-200) \cdot 10^5 \text{ sec}$

Si conclude la trattazione del caso transiente analizzando l'andamento di temperatura, all'evolvere del tempo, di un punto appartenente al condotto, situato nella porzione sinistra del dominio (Nodo 1020 della triangolazione). L'esito ottenuto è di seguito riportato:

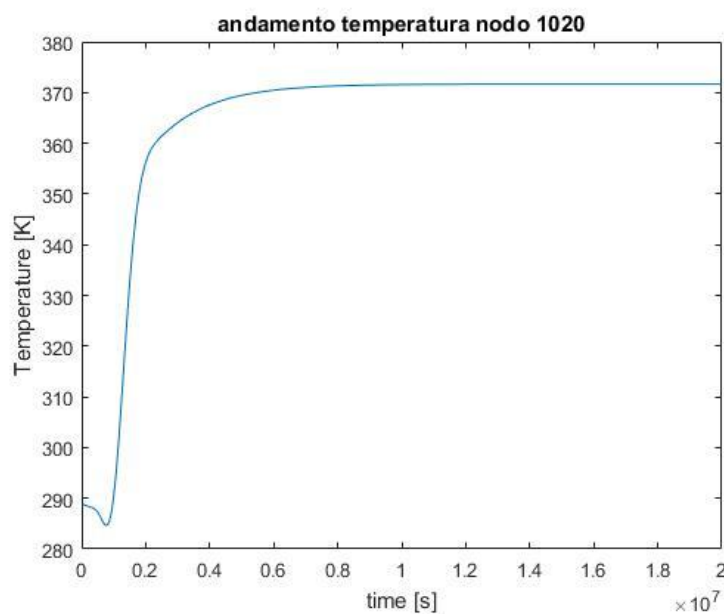


figura 10 Andamento temperatura in un punto del condotto (nodo 1020)