

**Espacio con producto interno** Un espacio vectorial dotado de una estructura adicional llamada *producto interno*:  $\langle \cdot, \cdot \rangle$ , que asocia cada par de vectores con una cantidad escalar sobre  $F$ . Es decir,  $\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times V \rightarrow F$ . Que cumple, para  $x, y, z$  vectores en  $V$  y  $a$  en  $F$ :

- $\langle x, y \rangle = \overline{\langle y, x \rangle}$
- $\langle ax, y \rangle = a \langle x, y \rangle$
- $\langle x + y, z \rangle = \langle x, z \rangle + \langle y, z \rangle$
- $\langle x, x \rangle \geq 0$
- $\langle x, x \rangle = 0 \Leftrightarrow x = \mathbf{0}$

**Espacio Funcional** Un espacio funcional es un espacio vectorial cuyos elementos son funciones.

**Espacio Métrico** Un espacio métrico es un espacio donde la distancia (norma) inducida por el producto punto está definido sobre todos sus elementos. Norma:  $\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$  la raíz no negativa del producto interno.

**Espacio Métrico Completo** Un espacio métrico es completo si todas las secuencias de Cauchy, convergen a puntos dentro del espacio.

**Espacio Vectorial** Un espacio vectorial sobre un campo  $F$  es un conjunto  $V$ , dotado de dos operaciones, *suma*  $+$  y *multiplicación escalar*  $\cdot$  que cumple los siguientes axiomas. Sean  $x, y, z$  vectores en  $V$ , y  $a, b$  escalares en  $F$

1.  $x + (y + z) = (x + y) + z$
2.  $x + y = y + x$
3.  $\exists 0 \in V$  tal que,  $x + 0 = x$
4.  $\forall x \in V \quad \exists -x \in V$  tal que,  $x + (-x) = 0$
5.  $a(bx) = (ab)x$
6.  $\exists 1 \in F$  tal que,  $1x = x$
7.  $a(x + y) = ax + ay$
8.  $(a + b)x = ax + bx$

**Ortogonalidad** Dos elementos son ortogonales (en cierto espacio) si  $\langle x, y \rangle = 0$ . Denotado  $x \perp y$