

## Miglioramento dell'immagine

Francesco Isgr`o

3 ottobre 2023

## Miglioramento dell'immagine

### Cosa intendiamo con questo?

Input: immagine

Output: immagine elaborata

Elabora un'immagine in modo che l'immagine risultante sia più adatta per un'attività specifica.

### Esempi di compiti

l'immagine non è ben contrastata

l'immagine è corrotta dal rumore

vogliamo individuare particolari aree di interesse (segmentazione)

## Miglioramento dell'immagine

### Cosa intendiamo con questo?

Input: immagine

Output: immagine elaborata

Elabora un'immagine in modo che l'immagine risultante sia più adatta per un'attività specifica.

### Tassonomia dei metodi

Due classi principali

metodi nel dominio spaziale

manipolazione diretta dei pixel dell'immagine

metodi nel dominio della

frequenza manipolazione della trasformata di Fourier dell'immagine

# Dominio spaziale

Cosa intendiamo con questo?

Il dominio spaziale si riferisce all'aggregato di pixel che compongono un'immagine

Formalmente

Ingresso: I

Uscita: I'

$$I'_{xy} = T(I_{xy})$$

L'operatore T può eseguire l'elaborazione

a punto singolo (su un quartiere)

# Quartiere dei pixel

Un quartiere di pixel  $(i, j)$  è (tipicamente) un quadrato di sottoimmagine rettangolare centrato nel pixel  $(i, j)$

2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2

# Quartiere dei pixel

Un quartiere di pixel  $(i, j)$  è (tipicamente) un quadrato di sottoimmagine rettangolare centrato nel pixel  $(i, j)$

2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2

Questa definizione implica la metrica

$$d(p, q) = \max(|ip - iq|, |jp - jq|)$$

# Quartiere dei pixel

Un quartiere di pixel  $(i, j)$  è un diamante centrato nel pixel  $(i, j)$

```
    2  
 2 1 2  
2 1 0 1 2  
 2 1 2  
    2
```

# Quartiere dei pixel

Un quartiere di pixel  $(i, j)$  è un diamante centrato nel pixel  $(i, j)$

2  
2 1 2  
2 1 0 1 2  
2 1 2  
2

Questa definizione implica la metrica

$$d(p, q) = |ip - iq| + |jp - jq|$$

# Quartiere dei pixel

Un intorno di pixel  $(i, j)$  è un disco centrato nel pixel  $(i, j)$

2	2	2		
2	2	1	2	2
2	1	0	1	2
2	2	1	2	2
2	2	2		

# Quartiere dei pixel

Un intorno di pixel  $(i, j)$  è un disco centrato nel pixel  $(i, j)$

2	2	2		
2	2	1	2	2
2	1	0	1	2
2	2	1	2	2
2	2	2		

Questa definizione implica la metrica

$$d(p, q) = \sqrt{(ip - iq)^2 + (jp - jq)^2}$$

## Elaborazione a punto singolo

I valori nell'immagine di output sono determinati solo dal valore del pixel corrispondente nell'immagine di input mediante una funzione di mappatura  $T$

$$T : \text{SOL} \rightarrow \text{SOL}$$

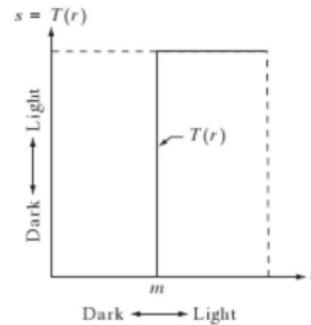
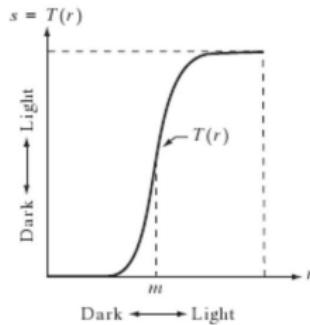
$G$  è l'insieme dei valori del livello di grigio

# Elaborazione a punto singolo

I valori nell'immagine di output sono determinati solo dal valore del pixel corrispondente nell'immagine di input mediante una funzione di mappatura  $T$

$$T : \text{SOL} \rightarrow \text{SOL}$$

$G$  è l'insieme dei valori del livello di grigio

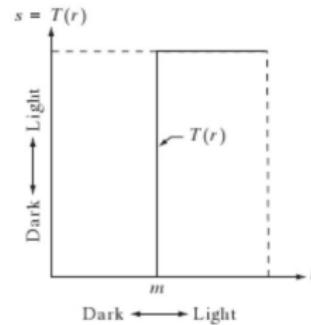
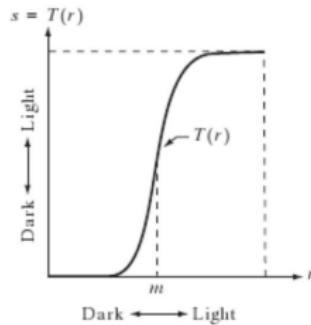


# Elaborazione a punto singolo

I valori nell'immagine di output sono determinati solo dal valore del pixel corrispondente nell'immagine di input mediante una funzione di mappatura  $T$

$$T : \text{SOL} \rightarrow \text{SOL}$$

$G$  è l'insieme dei valori del livello di grigio



In generale  $T$  è monotonicamente crescente

## Immagine negativa

Se  $G = [g, G]$

$T : \text{SOL} \ddot{\text{y}}\ddot{\text{y}}$

$\text{Sol r } \ddot{\text{y}}\ddot{\text{y}} \text{ Sol } \ddot{\text{y}} (\text{r } \ddot{\text{y}} g)$

## Immagine negativa

Se  $G = [g, G]$

$T : SOL \ddot{y}\ddot{y}$

$Sol r \ddot{y}\ddot{y} Sol \ddot{y} (r \ddot{y} g)$

Migliora i dettagli bianchi o grigi incorporati nelle aree scure

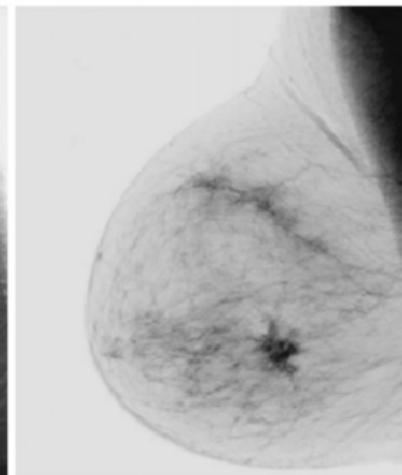
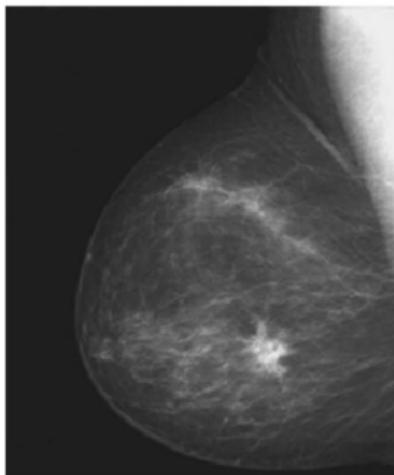
## Immagine negativa

Se  $G = [g, G]$

$T : SOL \ddot{y} \ddot{y}$

$Sol r \ddot{y} \ddot{y} Sol \ddot{y} (r \ddot{y} g)$

Migliora i dettagli bianchi o grigi incorporati nelle aree scure

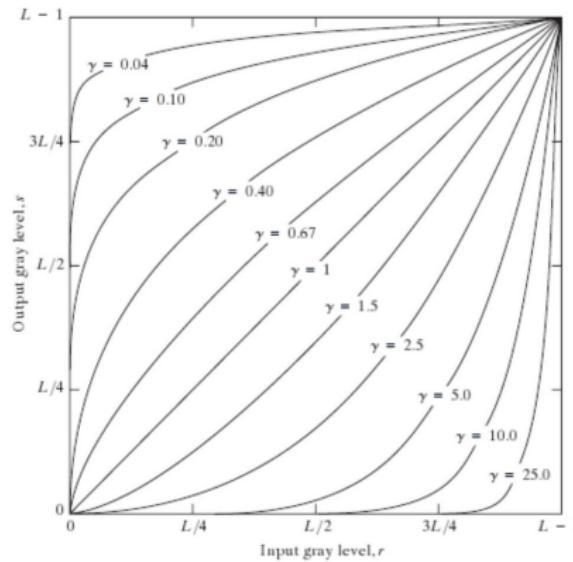


# Portare alla trasformazione del potere

T : G ѕї G r ѕї cr ѕї

# Portare alla trasformazione del potere

T : G  $\rightarrow$  G r  $\rightarrow$  cr  $\rightarrow$



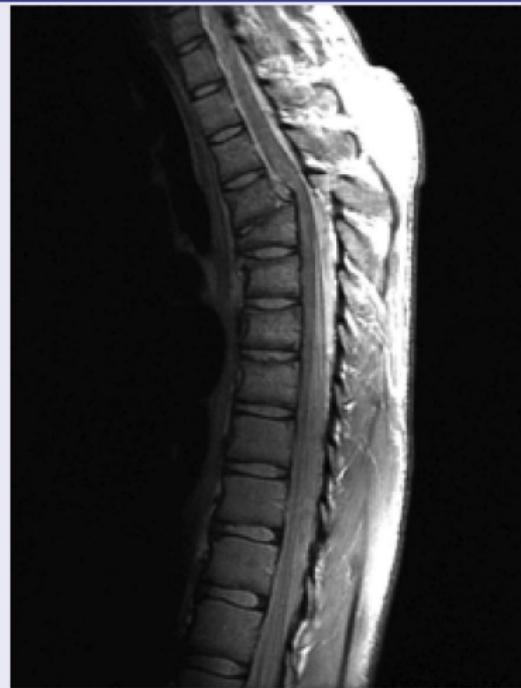
# Portare alla trasformazione del potere

## Miglioramento del contrasto



# Portare alla trasformazione del potere

## Miglioramento del contrasto



$c = 1, \ddot{y} = 0,6$

# Portare alla trasformazione del potere

## Miglioramento del contrasto



$c = 1, \ddot{y} = 0,4$

# Portare alla trasformazione del potere

Miglioramento del contrasto



$$c = 1, \ddot{y} = 0,3$$

# Portare alla trasformazione del potere

## Miglioramento del contrasto



# Portare alla trasformazione del potere

Miglioramento del contrasto



$$c = 1, \bar{y} = 3,0$$

# Portare alla trasformazione del potere

## Miglioramento del contrasto



$$c = 1, \bar{y} = 4,0$$

# Portare alla trasformazione del potere

Miglioramento del contrasto



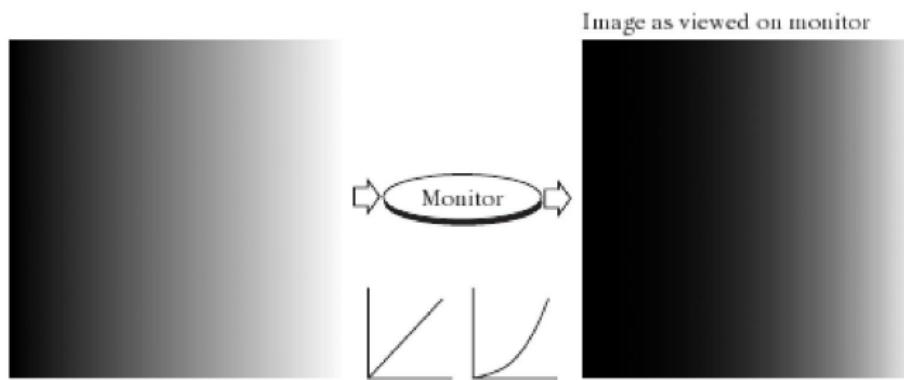
$$c = 1, \bar{y} = 5,0$$

# Correzione gamma

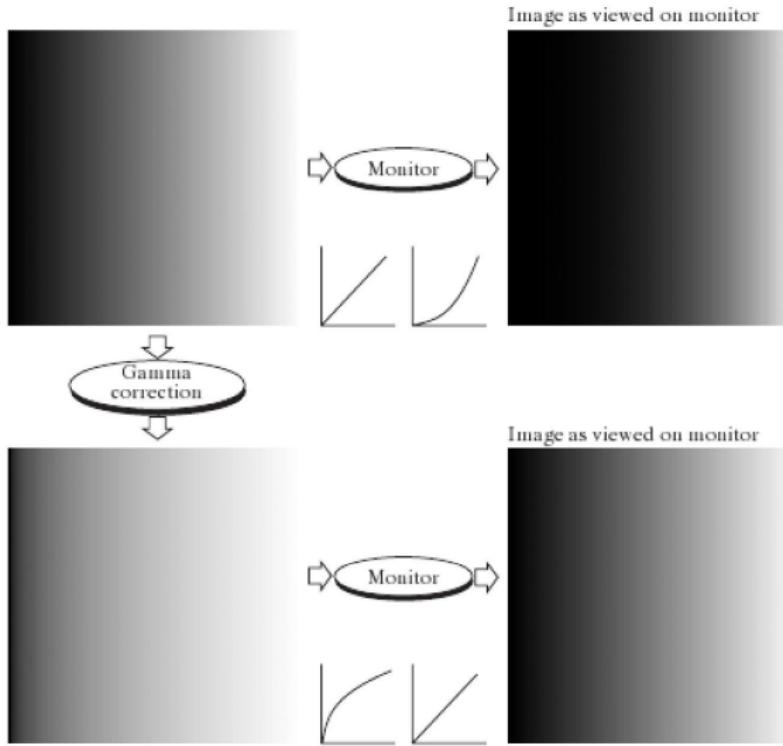
Alcuni display mostrano una relazione di aumento di potenza  $r \ddot{y}$  tra i valori originali e i valori visualizzati.

Obiettivo: rendere la relazione lineare 1/

Soluzione: applicare all'immagine la  $r \ddot{y}$  operatore



# Correzione gamma



## Istogramma dell'immagine

### Cos'è

È una funzione discreta  $h : G \rightarrow IN$  dove  $h(r)$  è il numero di pixel dell'immagine aventi intensità  $r$

## Istogramma dell'immagine

### Cos'è

È una funzione discreta  $h : G \rightarrow \mathbb{N}$  dove  $h(r)$  è il numero di pixel dell'immagine aventi intensità  $r$

### Istogramma normalizzato

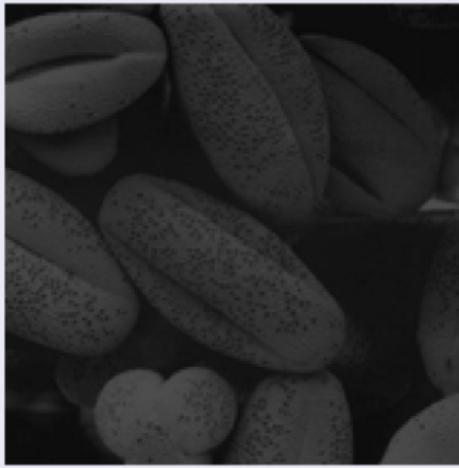
$p(r) = h(r)/N$ , dove  $N$  è il numero di pixel nell'immagine  $p(r)$  fornisce una stima della probabilità del livello di grigio  $r$   $p(r) = 1$

G

g

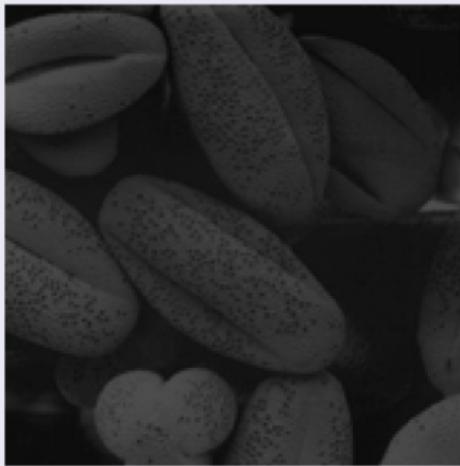
## Istogramma dell'immagine

Immagine scura

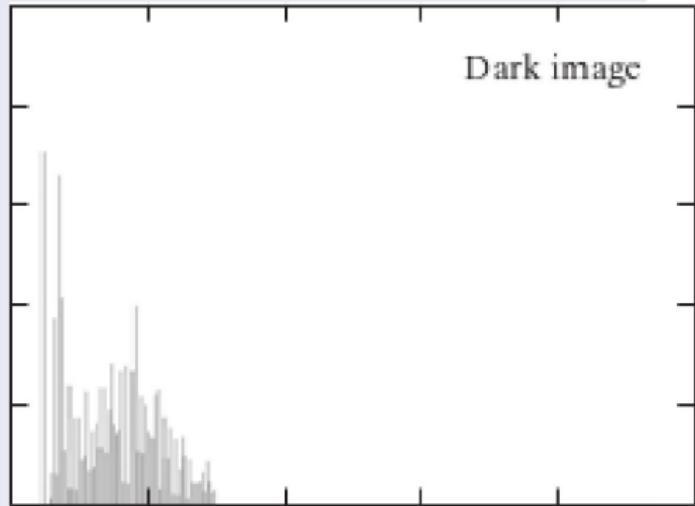


## Istogramma dell'immagine

Immagine scura

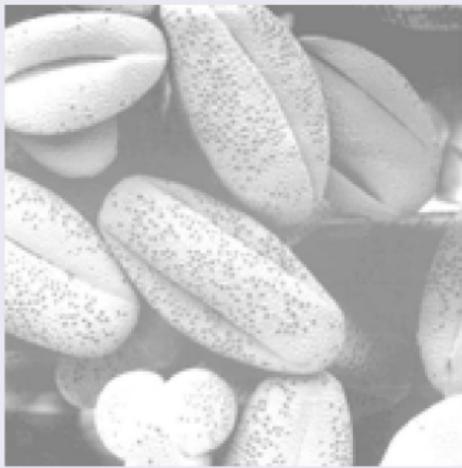


Dark image



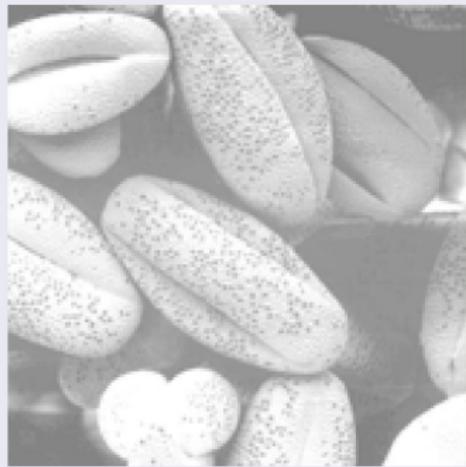
## Istogramma dell'immagine

Immagine luminosa

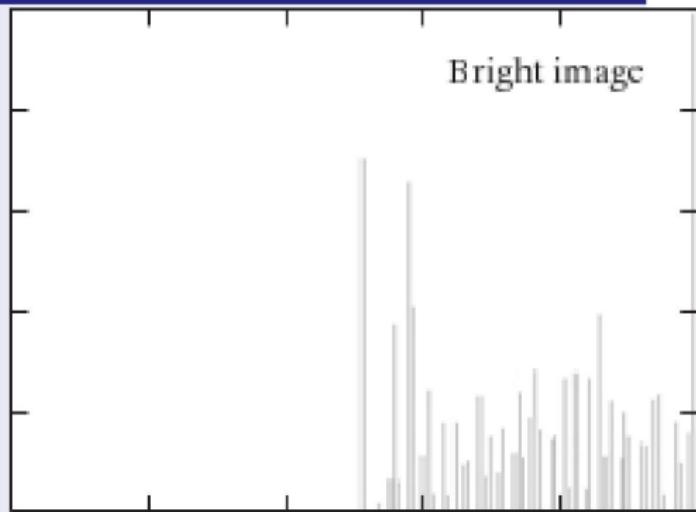


## Istogramma dell'immagine

Immagine luminosa

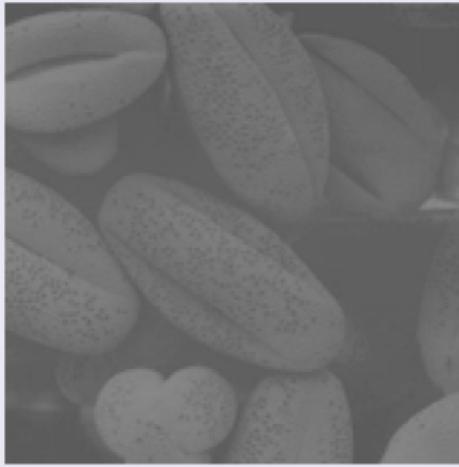


Bright image



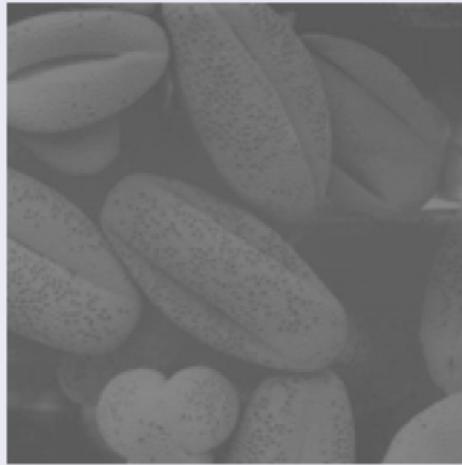
## Istogramma dell'immagine

Immagine a basso contrasto

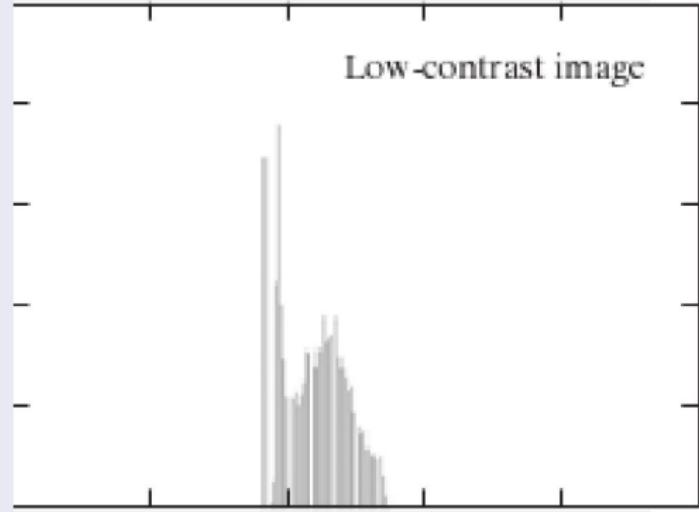


## Istogramma dell'immagine

Immagine a basso contrasto

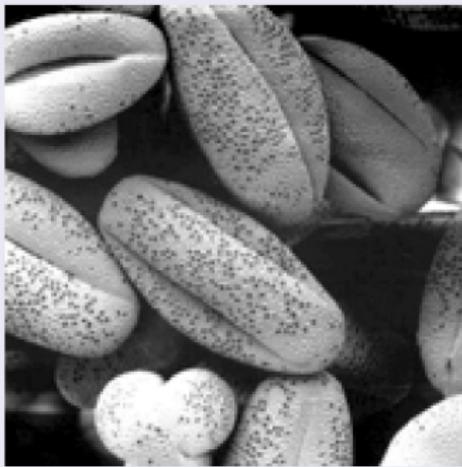


Low-contrast image



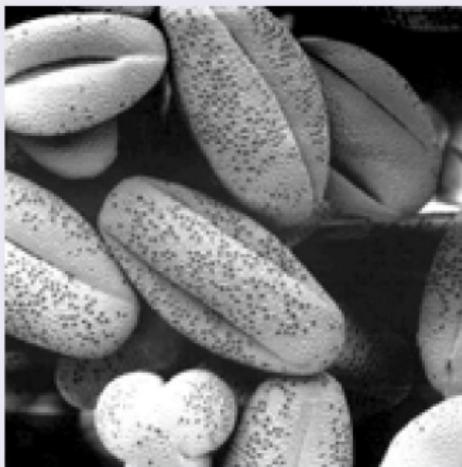
## Istogramma dell'immagine

Immagine ad alto contrasto

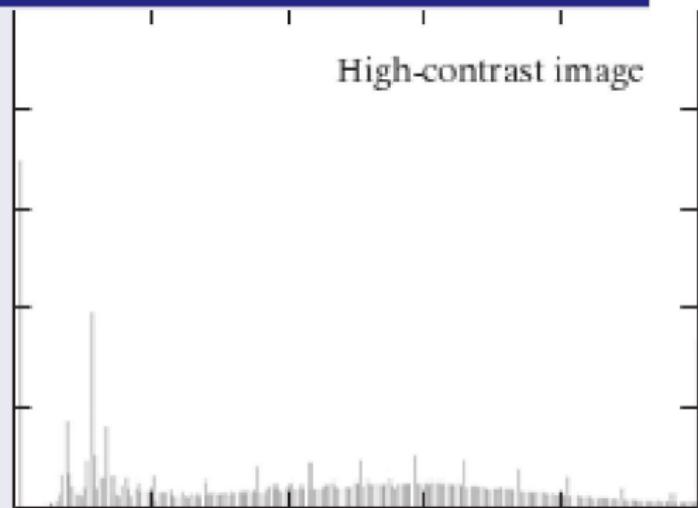


## Istogramma dell'immagine

[Immagine ad alto contrasto](#)



High-contrast image



# Soglia

## Cos'è

Un modo semplice per segmentare le regioni di interesse dallo sfondo.

# Soglia

## Cos'è

Un modo semplice per segmentare le regioni di interesse dallo sfondo.

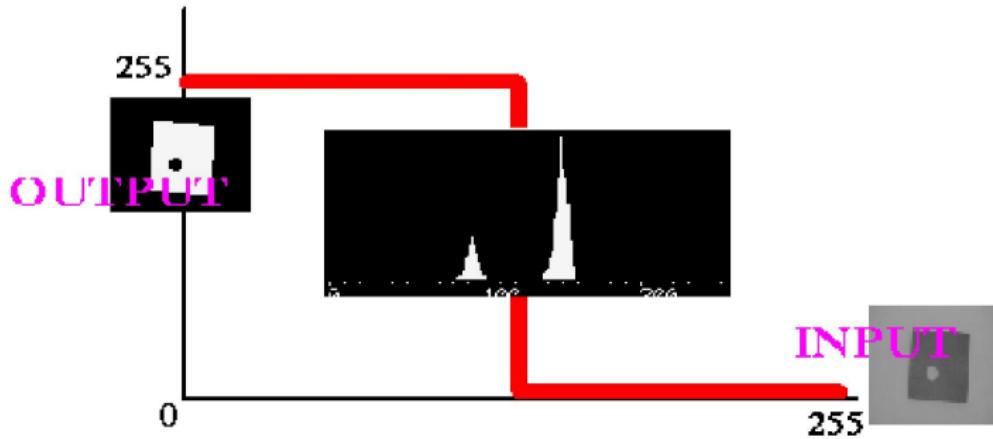
## Come funziona

Ingresso:  $I$ ,  $k$

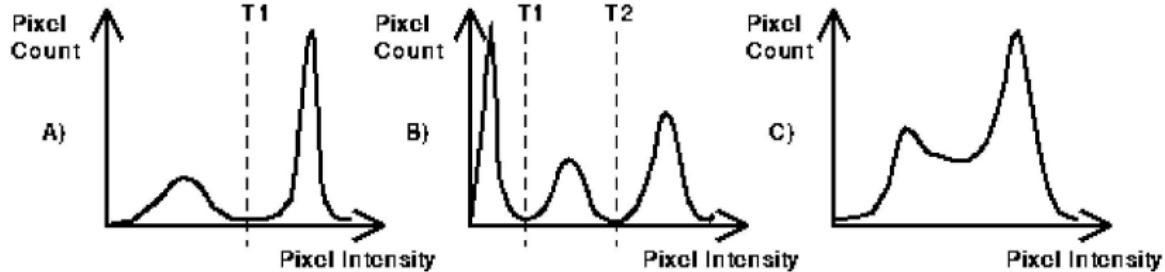
Output:  $I$ , immagine binaria

$$\text{io}_{xy} = \begin{cases} 0 & I_{xy} \leq k \\ 1 & I_{xy} > k \end{cases}$$

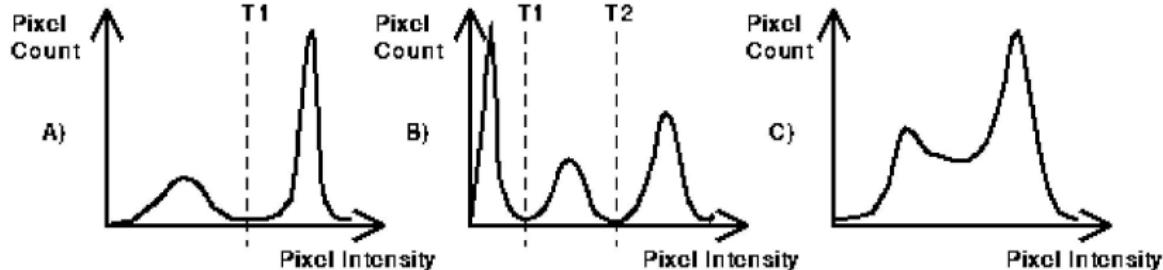
# Soglia



# Soglia



# Soglia



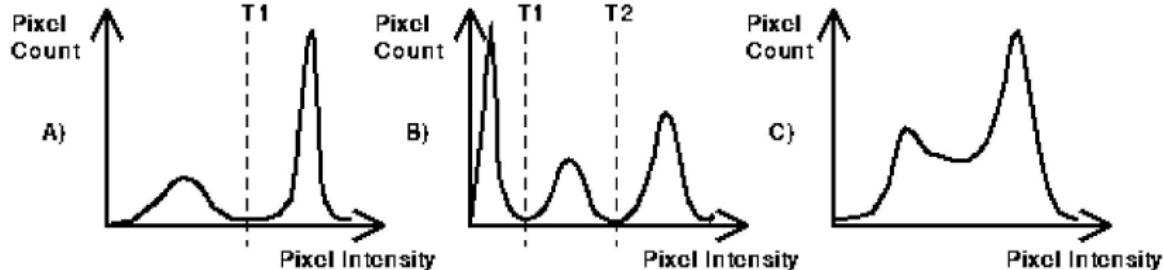
## Caso A

Ingresso:  $I$ ,  $T_1$

Output:  $I$ , immagine binaria

$$\text{io}_{xy} = \begin{cases} 0 & \text{if } I_{xy} \leq T_1 \\ 1 & \text{if } I_{xy} > T_1 \end{cases}$$

# Soglia



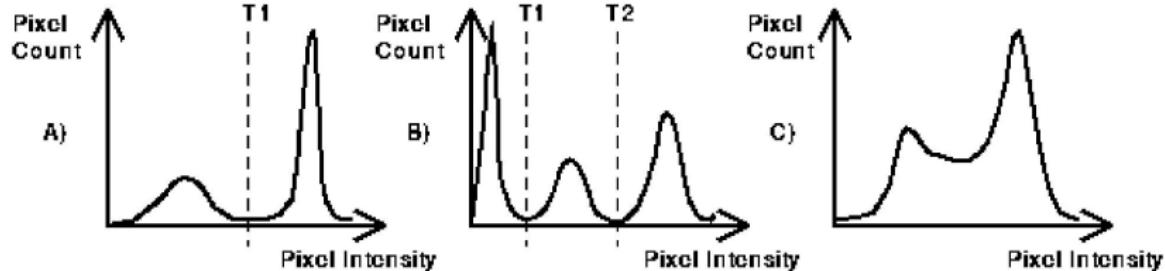
## Caso B

Ingresso:  $I$ ,  $T_1$ ,  $T_2$

Output:  $I$ , immagine binaria

$$\begin{aligned}
 \text{io}_{xy} &= 0 \text{ } I_{xy} < T_1 \text{ } \vee \text{ } I_{xy} > T_2 \\
 &\quad 1 \text{ } T_1 < I_{xy} < T_2
 \end{aligned}$$

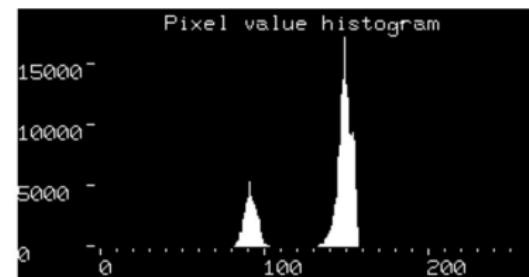
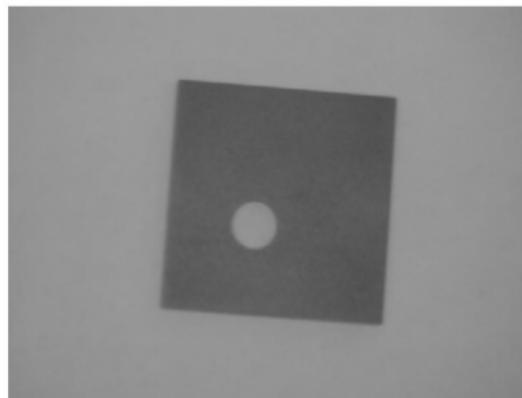
# Soglia



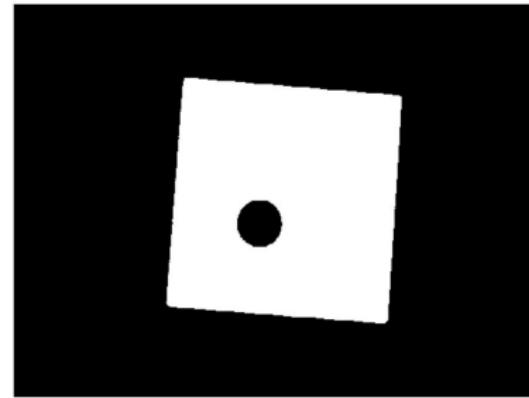
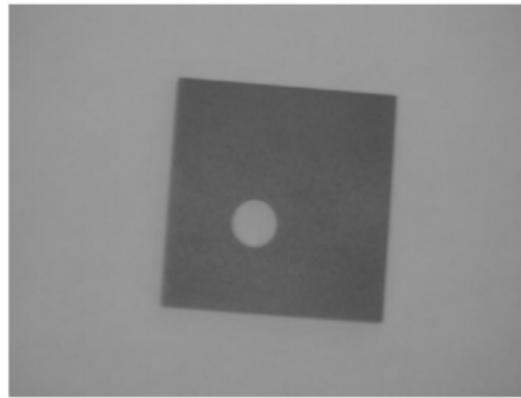
## Caso C

Non c'è modo!!

# Soglia



# Soglia

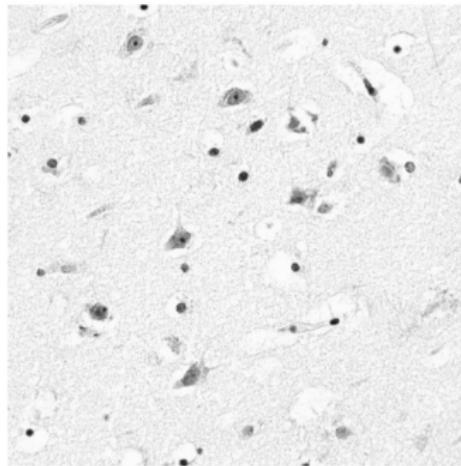


T1 = 120

# Soglia

Una fetta di tessuto cerebrale contenente

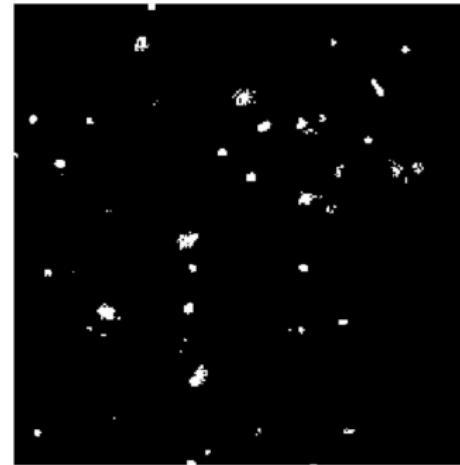
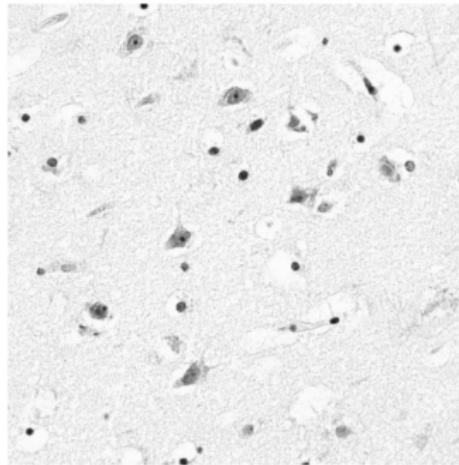
cellule nervose: le grandi macchie grigie, con nuclei circolari più scuri. cellule gliali: cerchi isolati, piccoli, neri



# Soglia

Una fetta di tessuto cerebrale contenente

cellule nervose: le grandi macchie grigie, con nuclei circolari più scuri. cellule gliali: cerchi isolati, piccoli, neri

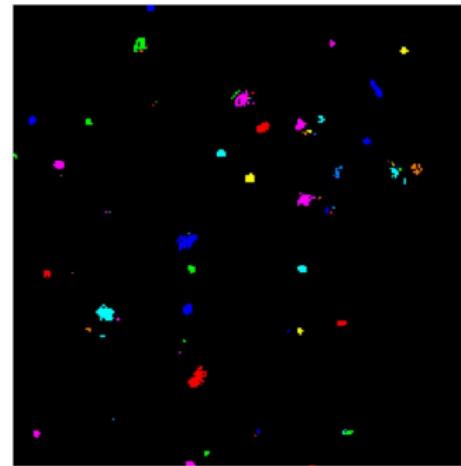
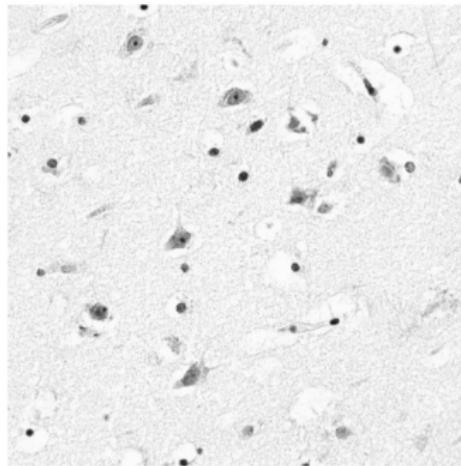


Soglia

# Soglia

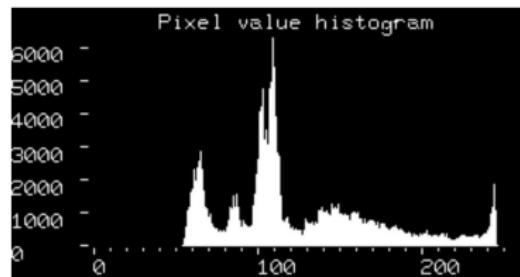
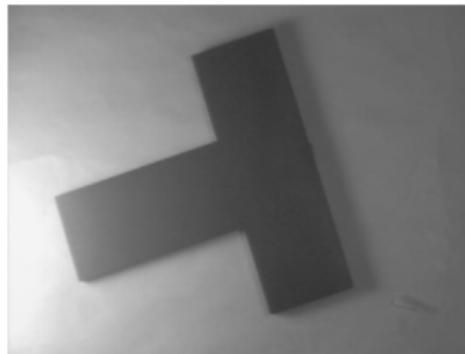
Una fetta di tessuto cerebrale contenente

cellule nervose: le grandi macchie grigie, con nuclei circolari più scuri. cellule gliali: cerchi isolati, piccoli, neri

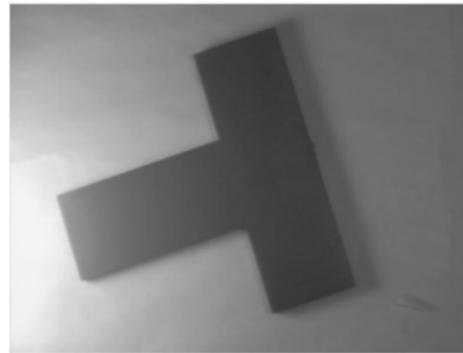


Componenti collegati

# Soglia

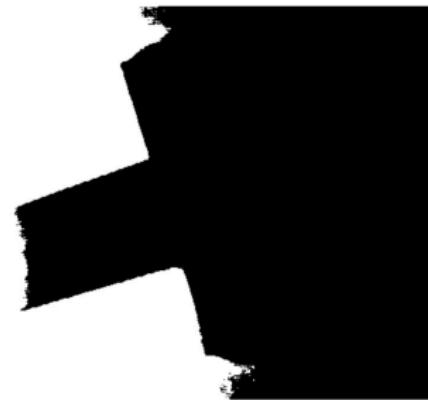
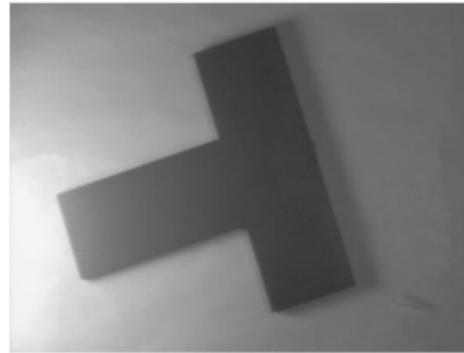


# Soglia



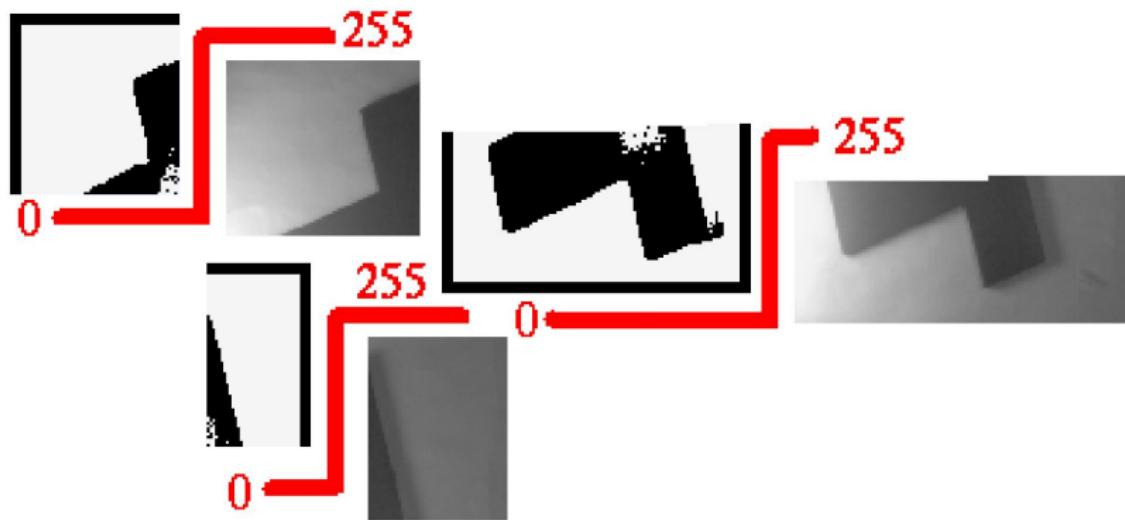
T1 = 80

# Soglia



T1 = 120

## Soglia adattiva



# Soglia adattiva

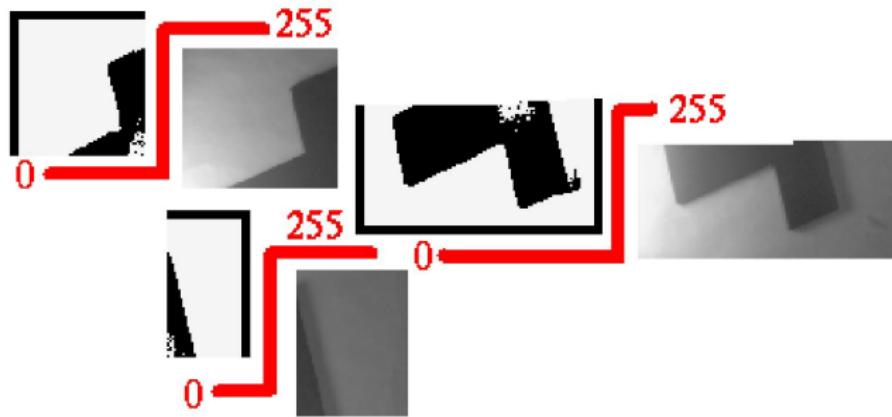
Per ogni pixel viene calcolata una soglia diversa.

Ipotesi: illuminazione locale uniforme.

Due approcci principali:

approccio di Chow e Kaneko

Soglia locale



# Soglia adattiva

## Chow e Kaneko

dividere un'immagine in una serie di immagini secondarie sovrapposte

calcolare l'istogramma per ciascuna immagine

secondaria trovare la soglia ottimale per ciascuna immagine

secondaria trovare la soglia per ciascun pixel mediante interpolazione

# Soglia adattiva

## Chow e Kaneko

dividere un'immagine in una serie di immagini secondarie sovrapposte calcolare l'istogramma per ciascuna immagine secondaria trovare la soglia ottimale per ciascuna immagine secondaria trovare la soglia per ciascun pixel mediante interpolazione

Inconveniente:

è costoso dal punto di vista computazionale e potrebbe non essere adatto per applicazioni in tempo reale

# Soglia adattiva

## Come calcoliamo il valore di soglia?

Algoritmo Isodata:

Supponiamo  $G = [0, 2^l]$

$T_0 = 2L \cdot k$

$= 0$

ripeti

calcola lo sfondo  $B_k$  e il primo piano  $F_k$   $f_k = \text{media}(F_k)$   $b_k = \text{media}(B_k)$

$k = k+1$

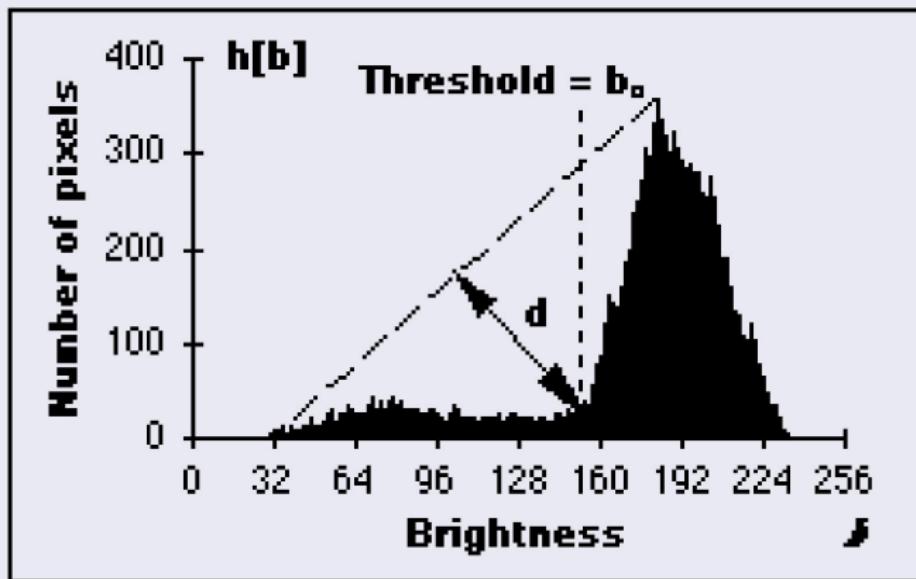
$T_k = (f_k + b_k)/2$

fino a  $T_k = T_{k-1}$

# Soglia adattiva

## Come calcoliamo il valore di soglia?

Algoritmo del triangolo



# Soglia adattiva

## Come calcoliamo il valore di soglia?

### Algoritmo del triangolo

trova il picco dell'istogramma  $r_{max}$  trova il minimo dell'istogramma  $r_{min}$  trova la linea retta  $R$  tra  $(r_{min}, h(r_{min}))$  e  $(r_{max}, h(r_{max}))$  per ogni  $r_{min} < r < r_{max}$  calcola  $d((r, h(r)), R)$  prendiamo come soglia  $r_0$  avente la distanza massima

# Soglia adattiva

## Soglia locale

Esaminare statisticamente i valori di intensità dell'intorno locale di ciascun pixel.

$T = \text{media}$

$T = \text{mediana}$

$T = (\text{massimo} + \text{minimo})/2$

$T = \text{media} - C$

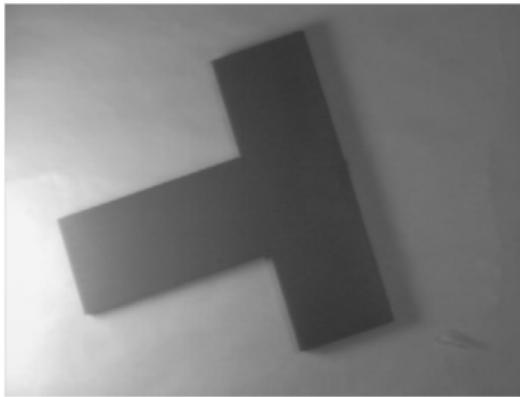
E le dimensioni?

abbastanza grande da coprire un numero sufficiente di pixel di primo piano e di

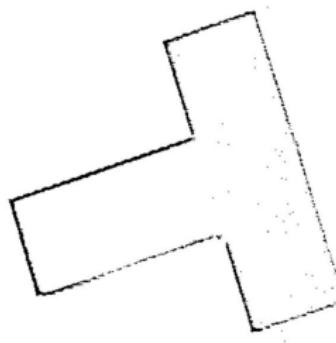
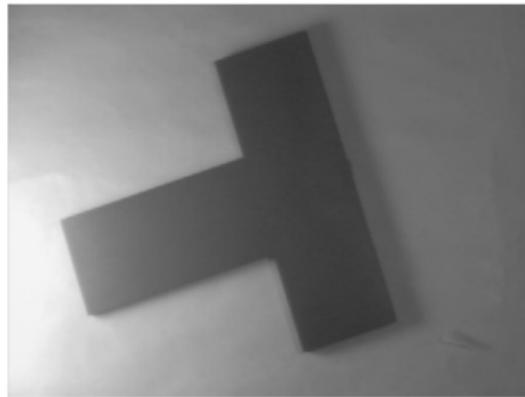
sfondo, non così grandi da violare il presupposto di un'illuminazione approssimativamente uniforme

Meno intensivo dal punto di vista computazionale rispetto a Chow e Kaneko

# Soglia adattiva

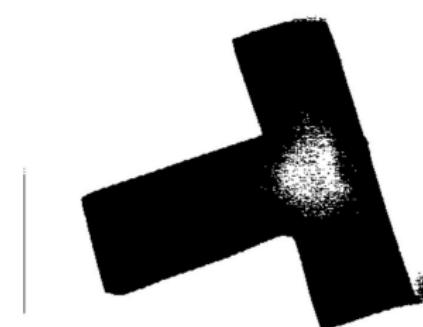
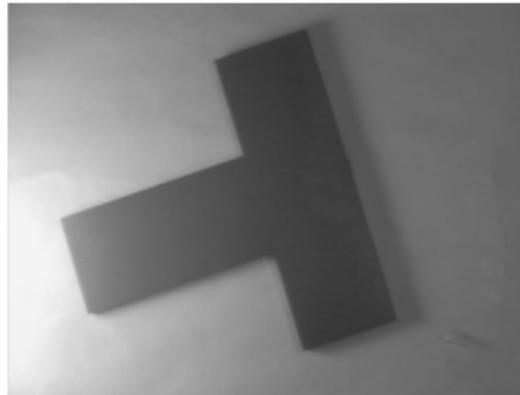


# Soglia adattiva



$7 \times 7$ , media - CC = 4

# Soglia adattiva



$140 \times 140$ , media - CC = 8

# Soglia adattiva

## Sonnet for Lena

O dear Lena, your beauty is so vast  
It is hard sometimes to describe it fast.  
I thought the entire world I would impress  
If only your portrait I could compress.  
Alas! First when I tried to use VQ  
I found that your cheeks belong to only you.  
Your silky hair contains a thousand lines  
Hard to match with sums of discrete cosines.  
And for your lips, sensual and tactful  
Thirteen Crays found not the proper fractal.  
And while these setbacks are all quite severe  
I might have fixed them with hacks here or there  
But when filters took sparkle from your eyes  
I said, 'Damn all this. I'll just digitize.'

*Thomas Colthurst*

# Soglia adattiva

## Sonnet for Lena

O dear Lena, your beauty is so vast  
It is hard sometimes to describe it fast.  
I thought the entire world I would impress  
If only your portrait I could compress.  
Alas! First when I tried to use VQ  
I found that your cheeks belong to only you.  
Your silky hair contains a thousand lines  
Hard to match with sums of discrete cosines.  
And for your lips, sensual and tactual  
Thirteen Crays found not the proper fractal.  
And while these setbacks are all quite severe  
I might have fixed them with hacks here or there  
But when filters took sparkle from your eyes  
I said, 'Damn all this. I'll just digitize.'

*Thomas Colthurst*

## Sonnet for Lena

O dear Lena  
It is hard sometimes to describe it fast.  
I thought the entire world I would impress  
If only your portrait I could compress.  
Alas! First when I tried to use VQ  
I found that your cheeks belong to only you.  
Your silky hair contains a thousand lines  
Hard to match with sums of discrete cosines.  
And for your lips, sensual and tactual  
Thirteen Crays found not the proper fractal.

soglia

# Soglia adattiva

## Sonnet for Lena

O dear Lena, your beauty is so vast  
It is hard sometimes to describe it fast.  
I thought the entire world I would impress  
If only your portrait I could compress.  
Alas! First when I tried to use VQ  
I found that your cheeks belong to only you.  
Your silky hair contains a thousand lines  
Hard to match with sums of discrete cosines.  
And for your lips, sensual and tactful  
Thirteen Crays found not the proper fractal.  
And while these setbacks are all quite severe  
I might have fixed them with hacks here or there  
But when filters took sparkle from your eyes  
I said, 'Damn all this. I'll just digitize.'

*Thomas Colthurst*

## Sonnet for Lena

O dear Lena, your beauty is so vast  
It is hard sometimes to describe it fast.  
I thought the entire world I would impress  
If only your portrait I could compress.  
Alas! First when I tried to use VQ  
I found that your cheeks belong to only you.  
Your silky hair contains a thousand lines  
Hard to match with sums of discrete cosines.  
And for your lips, sensual and tactful  
Thirteen Crays found not the proper fractal.  
And while these setbacks are all quite severe  
I might have fixed them with hacks here or there  
But when filters took sparkle from your eyes  
I said, 'Damn all this. I'll just digitize.'

*Thomas Colthurst*

7 × 7 Media

# Soglia adattiva

## Sonnet for Lena

O dear Lena, your beauty is so vast  
It is hard sometimes to describe it fast.  
I thought the entire world I would impress  
If only your portrait I could compress.  
Alas! First when I tried to use VQ  
I found that your cheeks belong to only you.  
Your silky hair contains a thousand lines  
Hard to match with sums of discrete cosines.  
And for your lips, sensual and tactful  
Thirteen Crays found not the proper fractal.  
And while these setbacks are all quite severe  
I might have fixed them with hacks here or there  
But when filters took sparkle from your eyes  
I said, 'Damn all this. I'll just digitize.'

*Thomas Colthurst*

## Sonnet for Lena

O dear Lena, your beauty is so vast  
It is hard sometimes to describe it fast.  
I thought the entire world I would impress  
If only your portrait I could compress.  
Alas! First when I tried to use VQ  
I found that your cheeks belong to only you.  
Your silky hair contains a thousand lines  
Hard to match with sums of discrete cosines.  
And for your lips, sensual and tactful  
Thirteen Crays found not the proper fractal.  
And while these setbacks are all quite severe  
I might have fixed them with hacks here or there  
But when filters took sparkle from your eyes  
I said, 'Damn all this. I'll just digitize.'

*Thomas Colthurst*

Media 7 × 7 - CC = 7

# Soglia adattiva

## Sonnet for Lena

O dear Lena, your beauty is so vast.  
It is hard sometimes to describe it fast.  
I thought the entire world I would impress  
If only your portrait I could compress.  
Alas! First when I tried to use VQ  
I found that your cheeks belong to only you.  
Your silky hair contains a thousand lines  
Hard to match with sums of discrete cosines.  
And for your lips, sensual and tactful  
Thirteen Crays found not the proper fractal.  
And while these setbacks are all quite severe  
I might have fixed them with hacks here or there  
But when filters took sparkle from your eyes  
I said, 'Damn all this. I'll just digitize.'

*Thomas Colthurst*

## Sonnet for Lena

O dear Lena, your beauty is so vast.  
It is hard sometimes to describe it fast.  
I thought the entire world I would impress  
If only your portrait I could compress.  
Alas! First when I tried to use VQ  
I found that your cheeks belong to only you.  
Your silky hair contains a thousand lines  
Hard to match with sums of discrete cosines.  
And for your lips, sensual and tactful  
Thirteen Crays found not the proper fractal.  
And while these setbacks are all quite severe  
I might have fixed them with hacks here or there  
But when filters took sparkle from your eyes  
I said, 'Damn all this. I'll just digitize.'

*Thomas Colthurst*

75 × 75 Media - CC = 10

# Soglia adattiva

## Sonnet for Lena

O dear Lena, your beauty is so vast.  
It is hard sometimes to describe it fast.  
I thought the entire world I would impress  
If only your portrait I could compress.  
Alas! First when I tried to use VQ  
I found that your cheeks belong to only you.  
Your silky hair contains a thousand lines  
Hard to match with sums of discrete cosines.  
And for your lips, sensual and tactful  
Thirteen Crays found not the proper fractal.  
And while these setbacks are all quite severe  
I might have fixed them with hacks here or there  
But when filters took sparkle from your eyes  
I said, 'Damn all this. I'll just digitize.'

*Thomas Colthurst*

## Sonnet for Lena

O dear Lena, your beauty is so vast.  
It is hard sometimes to describe it fast.  
I thought the entire world I would impress  
If only your portrait I could compress.  
Alas! First when I tried to use VQ  
I found that your cheeks belong to only you.  
Your silky hair contains a thousand lines  
Hard to match with sums of discrete cosines.  
And for your lips, sensual and tactful  
Thirteen Crays found not the proper fractal.  
And while these setbacks are all quite severe  
I might have fixed them with hacks here or there  
But when filters took sparkle from your eyes  
I said, 'Damn all this. I'll just digitize.'

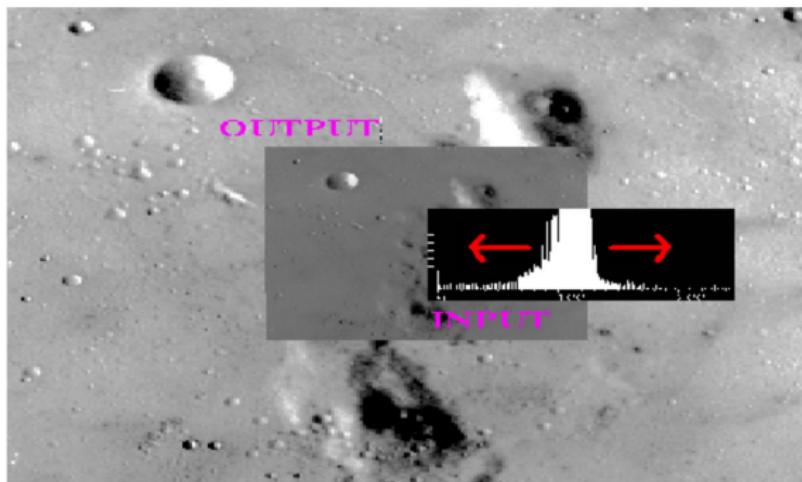
*Thomas Colthurst*

$7 \times 7$  Mediana - CC = 4

## Allungamento del contrasto

### Cos'è

Tecnica semplice che tenta di migliorare il contrasto estendendo la gamma di intensità  $[m, M]$  per coprire una gamma diversa (più ampia) di valori  $[m, M]$



# Allungamento del contrasto

## Come funziona

$$T(r) = (r \ddot{\vee} m) \frac{M - m}{M + m} + m$$

# Allungamento del contrasto

## Come funziona

$$T(r) = (r - m) \frac{M - m}{M - m} + m$$

Se  $m = 0$  e  $M = 255$

$$T(r) = 255 \frac{r - m}{M - m}$$

## Allungamento del contrasto

### Valori anomali

un singolo pixel esterno (molto basso o molto alto) può influenzare le prestazioni

$m$  e  $M$  non sono presi come minimo e massimo

$m$  = ennesimo percentile e  $M$  = ennesimo percentile

Frazione di cutoff del picco dell'istogramma

## Allungamento del contrasto

### Valori anomali

un singolo pixel esterno (molto basso o molto alto) può influenzare le prestazioni

$m$  e  $M$  non sono presi come minimo e massimo

$m = \text{ennesimo percentile}$  e  $M = \text{ennesimo percentile}$

Frazione di cutoff del picco dell'istogramma

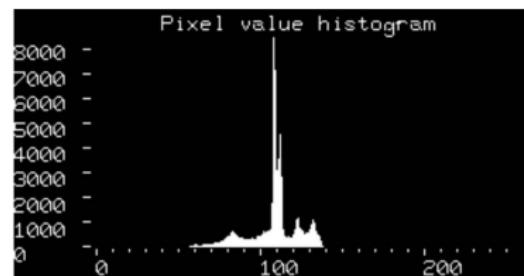
### Frazione limite

1. Calcola l'istogramma  $h$  dell'immagine in ingresso
- I 2. Trova il picco dell'istogramma  $p$
3. Decidere una frazione limite  $0 < c < 1$
4.  $m = \min\{r : h(r) \geq cp, h(r) > 0\}$
5.  $M = \max\{r : h(r) \geq cp, h(r) > 0\}$

## Allungamento del contrasto



## Allungamento del contrasto

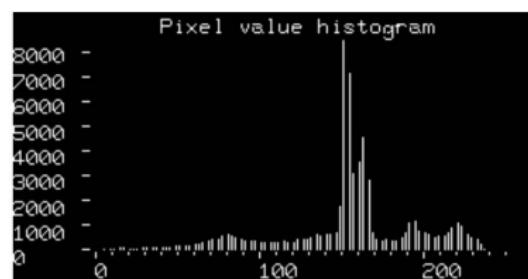


## Allungamento del contrasto



$m = 79, M = 136$

## Allungamento del contrasto



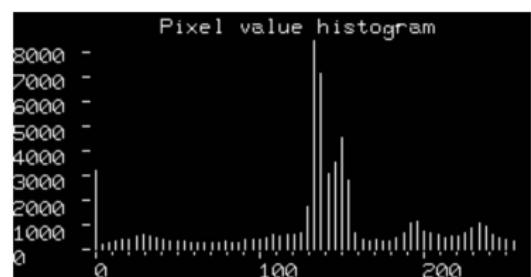
$$m = 79, M = 136$$

## Allungamento del contrasto



$c = 0,03$

## Allungamento del contrasto



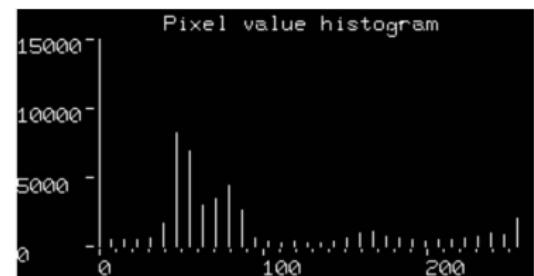
$$c = 0,03$$

## Allungamento del contrasto



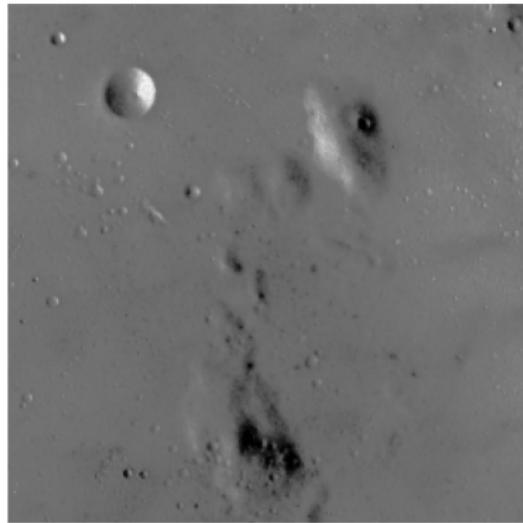
$c = 0,125$

## Allungamento del contrasto

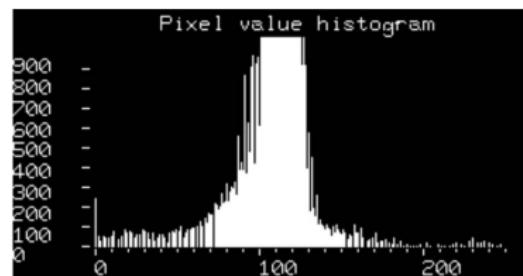
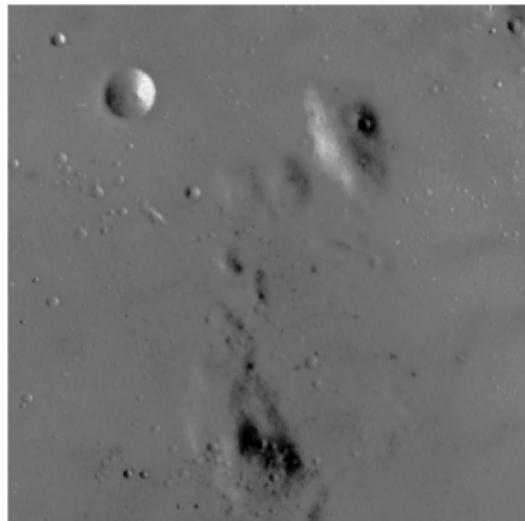


$$c = 0,125$$

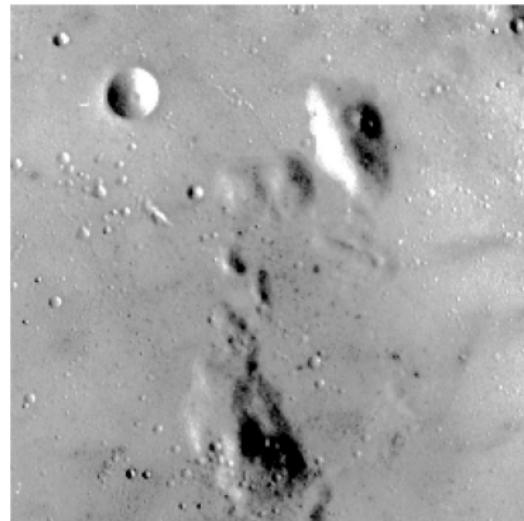
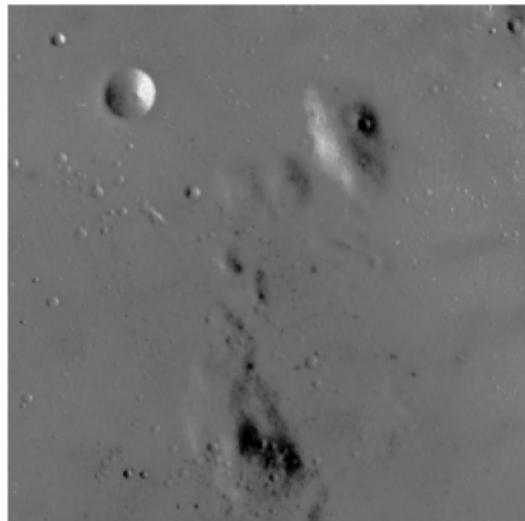
## Allungamento del contrasto



## Allungamento del contrasto



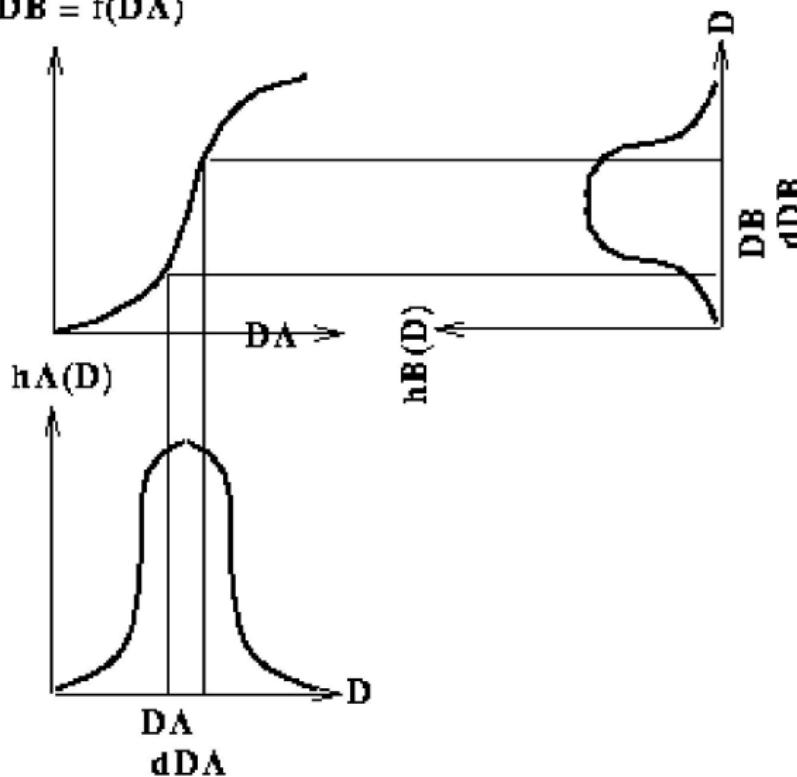
## Allungamento del contrasto



$m = 1^\circ$   $M = 99^\circ$  percentile

# Trasformazione dell'istogramma

$$DB = f(DA)$$



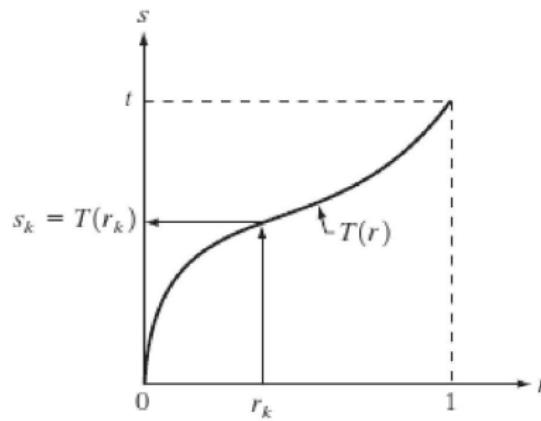
# Trasformazione dell'istogramma

$0 \leq r \leq G$

$$r_{xy} = T(I_{xy})$$

$T(r) = s$  tale che  
aumentando  
monotonicamente

$0 \leq T(r) \leq G$   $p_I(r)$  e  $p_I(s)$  le distribuzioni di probabilità dei livelli di grigio



# Trasformazione dell'istogramma

0  $\leq r \leq G$

$$I_{xy} = T(I_{xy})$$

$T(r) = s$  tale che

aumentando

monotonicamente

0  $\leq T(r) \leq G$   $p_I(r)$  e  $p_I(s)$  le distribuzioni di probabilità dei livelli di grigio

## Relazione tra $p_I(r)$ e $p_I(s)$

Se  $T(r)$  continua e differenziabile

$$p_I(s) = p_I(r) \frac{dr}{ds}$$

# Equalizzazione dell'istogramma

## Funzione di trasformazione

$$T(r) = G \int_0^R p_I(w) dw$$

# Equalizzazione dell'istogramma

## Funzione di trasformazione

$$T(r) = G \int_0^R p_l(w) dw$$

$T(r)$  è la funzione di distribuzione cumulativa

$T$  è monotonicamente crescente

$T(0) = 0$  e  $T(G) = G = 0 \leq T(r) \leq G$

# Equalizzazione dell'istogramma

## Funzione di trasformazione

$$T(r) = G \int_0^R pI(w) dw$$

## Il nuovo pdf $pI(s)$

$$pI(s) = pI(r) \frac{dr}{ds}$$

# Equalizzazione dell'istogramma

## Funzione di trasformazione

$$T(r) = G \int_0^R pI(w)dw$$

## Il nuovo pdf $pI(s)$

$$\frac{ds}{d\text{dottor}} = \frac{dT(r)}{d\text{dottor}}$$

# Equalizzazione dell'istogramma

## Funzione di trasformazione

$$T(r) = G \int_0^R p_I(w) dw$$

## Il nuovo pdf $p_I(s)$

$$\frac{ds}{d\text{dott}} = \frac{dT(r) d}{d\text{dott}} = \text{Sol} \frac{1}{d\text{dott}} \int_0^R p_I(w) dw$$

# Equalizzazione dell'istogramma

## Funzione di trasformazione

$$T(r) = G \int_0^R pI(w) dw$$

## Il nuovo pdf $pI(s)$

$$\frac{ds}{d\text{tott}} = \frac{dT(r) d}{d\text{tott}} = \text{Sol} \frac{d}{d\text{tott}} \int_0^R pI(w) dw = GpI(r)$$

# Equalizzazione dell'istogramma

## Funzione di trasformazione

$$T(r) = G \int_0^R pI(w) dw$$

## Il nuovo pdf $pI(s)$

$$pI(s) = pI(r) \frac{dr}{ds}$$

# Equalizzazione dell'istogramma

## Funzione di trasformazione

$$T(r) = G \int_0^R p_I(w) dw$$

## Il nuovo pdf $p_I(s)$

$$p_I(s) = p_I(r) \frac{1}{G(p_I(r))}$$

# Equalizzazione dell'istogramma

## Funzione di trasformazione

$$T(r) = G \int_0^R p_I(w) dw$$

## Il nuovo pdf $p_I(s)$

$$p_I(s) = \frac{1}{G}$$

# Equalizzazione dell'istogramma

## Funzione di trasformazione

$$T(r) = G \int_0^R p_l(w) dw$$

## Il nuovo pdf $p_l(s)$

$$p_l(s) = \frac{1}{G}$$

$p_l$  è una funzione di distribuzione di probabilità uniforme

# Equalizzazione dell'istogramma

Nel caso discreto

$$pI(r) = \frac{h(r)}{N}$$

# Equalizzazione dell'istogramma

Nel caso discreto

$$T(r) = G \sum_{i=0}^R pI(i)$$

# Equalizzazione dell'istogramma

Nel caso discreto

$$T(r) = \begin{cases} \frac{G}{N} & r \in CIAO \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

# Equalizzazione dell'istogramma

## Nel caso discreto

$$T(r) = \begin{cases} G & r \\ \bar{N} & CIAO \\ 0 & \end{cases}$$

È banale quello

$T$  aumenta monotonicamente

$$0 \leq T(r) \leq G$$

# Cosa succede realmente

Lo so

Sol = 7

dimensione 64x64 (ovvero N = 4096)

istogramma come

R	0	1	2	3	4 6 7	5
h(r)	790	1023	850	656	329	245
pl(r)	0,19	0,25	0,21	0,16	0,08	0,06

# Cosa succede realmente

## Istogramma originale

R	0	1	2	3	4	5	6	7
h(r)	790	1023	850	656	329	245	122	pi(r) 0,19 0,25 0,21 0,16 0,08 0,06 0,03 0,02

# Cosa succede realmente

## Istogramma originale

R	0	1	2	3	4	5	6	7
h(r)	790	1023	850	656	329	245	122	p1(r) 0,19 0,25 0,21 0,16 0,08 0,06 0,03 0,02

## Funzione T

R	0	1	2	3	4	5	6	7
T(r)	1,33	3,08	4,55	5,67	6,23	6,65	6,86	7,00
s	1	3	5	6	6	7	7	7

# Cosa succede realmente

## Istogramma originale

R	0	1	2	3	4	5	6	7
h(r)	790	1023	850	656	329	245	122	pI(r)

0,19  
0,25 0,21 0,16 0,08 0,06 0,03 0,02

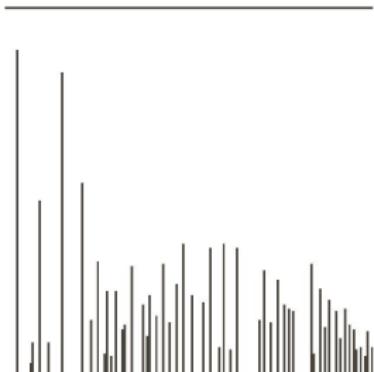
## Funzione T

R	0	1	2	3	4	5	6	7
T(r)	1,33	3,08	4,55	5,67	6,23	6,65	6,86	7,00
S	1	3	5	6	6	7	7	7

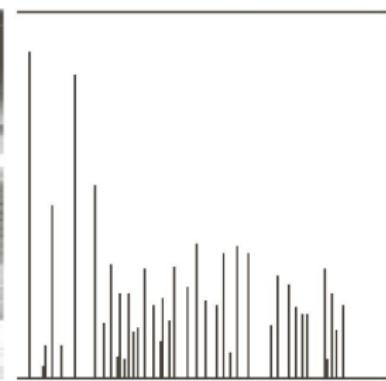
## Istogramma equalizzato

S	0	1	2	3	4	5	7	6
h(s)	0	790	0	1023	0	850	985	448
pI(s)	0	0,19	0	0,25	0	0,20	0,24	0,10

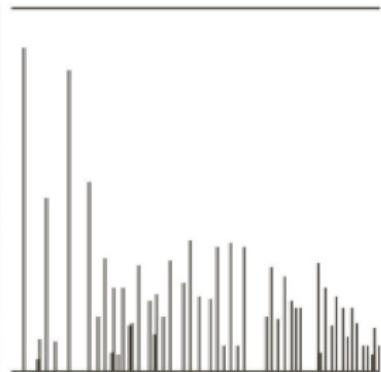
## Equalizzazione dell'istogramma



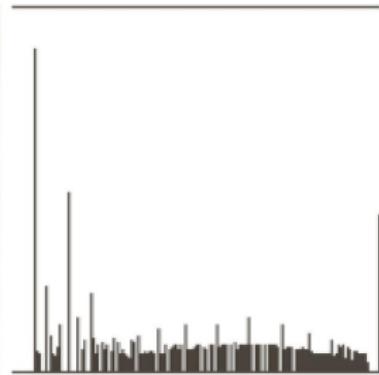
## Equalizzazione dell'istogramma



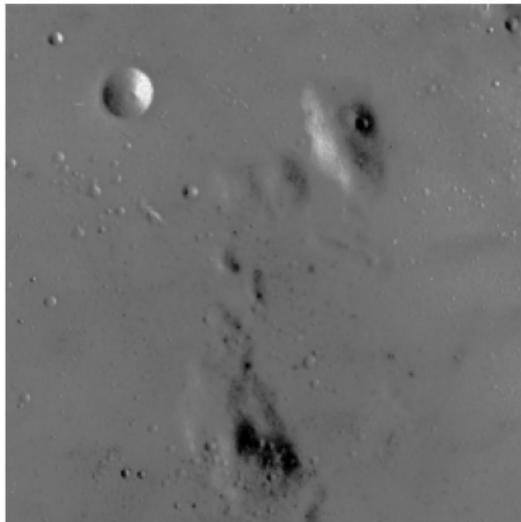
## Equalizzazione dell'istogramma



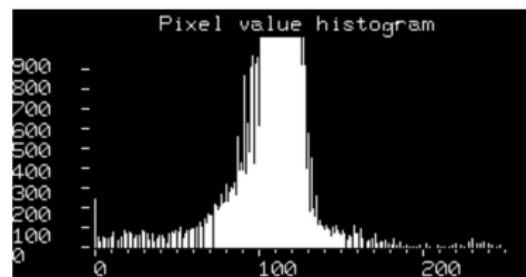
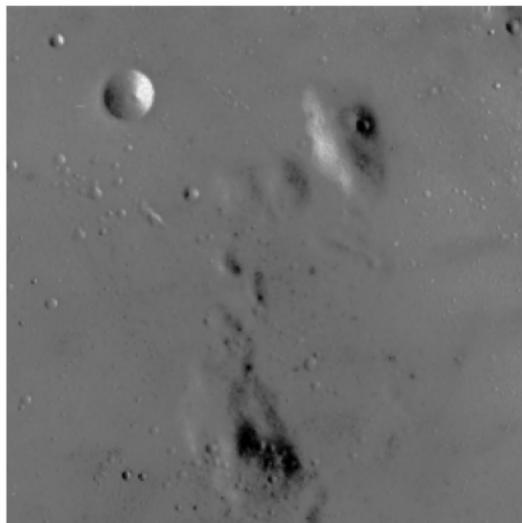
## Equalizzazione dell'istogramma



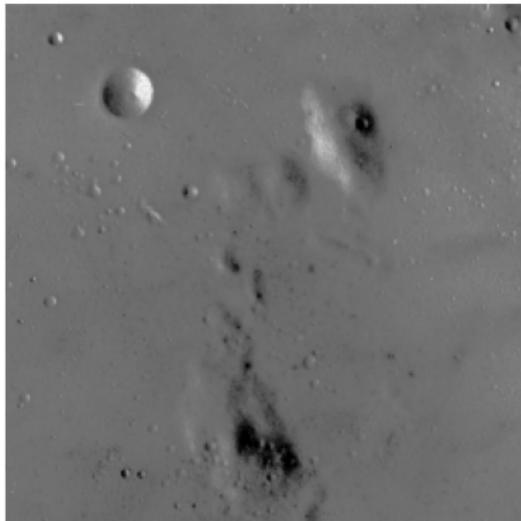
## Equalizzazione dell'istogramma



## Equalizzazione dell'istogramma

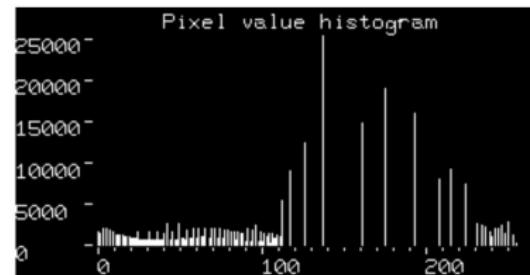
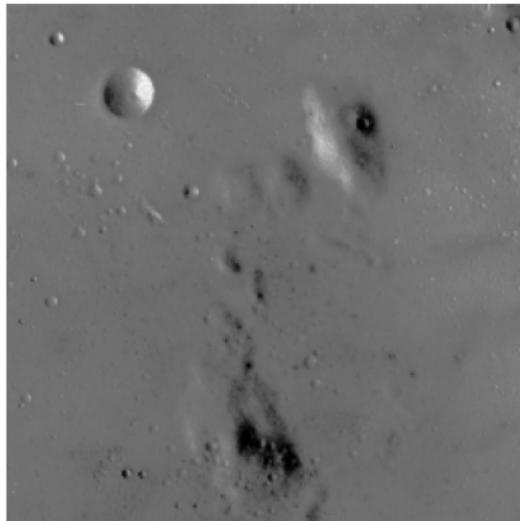


## Equalizzazione dell'istogramma



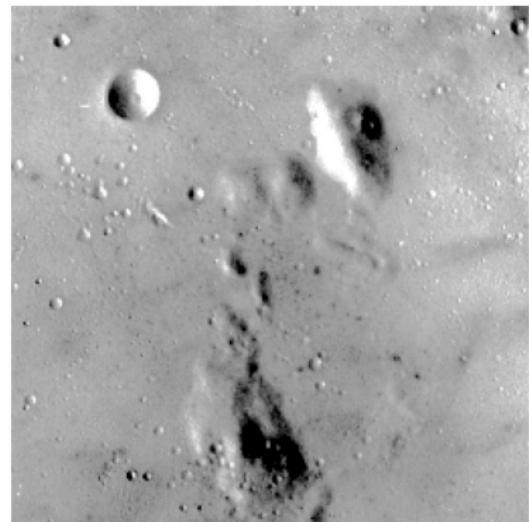
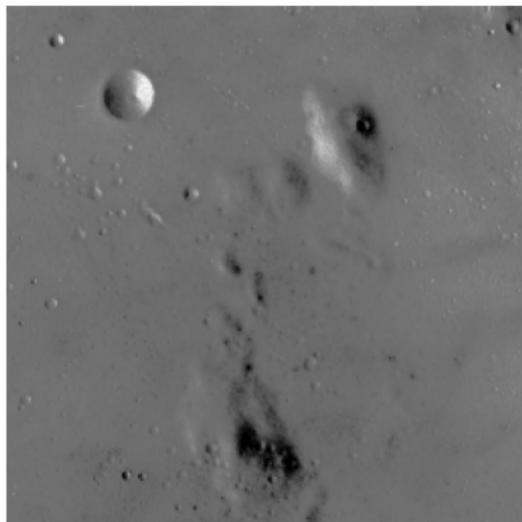
Equalizzazione dell'istogramma

## Equalizzazione dell'istogramma



Equalizzazione dell'istogramma

## Equalizzazione dell'istogramma



Allungamento del contrasto

## Equalizzazione dell'istogramma



## Equalizzazione dell'istogramma



## Equalizzazione dell'istogramma

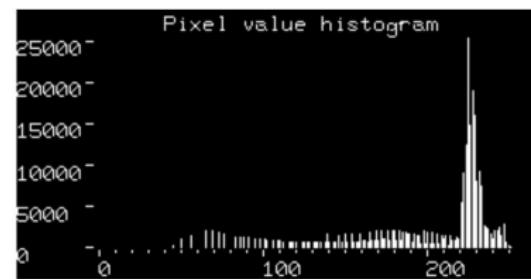


Allungamento del contrasto

## Equalizzazione dell'istogramma



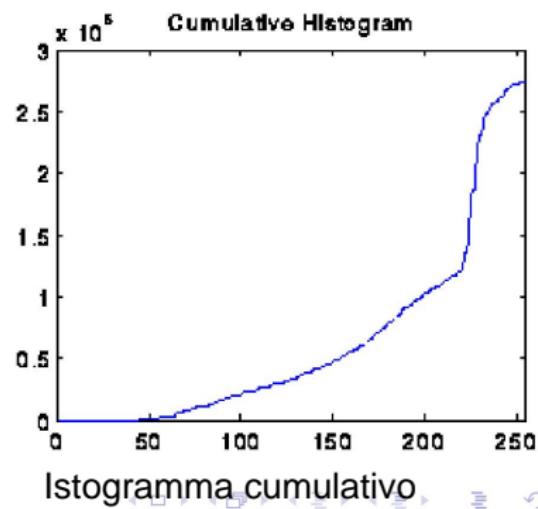
## Equalizzazione dell'istogramma



## Equalizzazione dell'istogramma



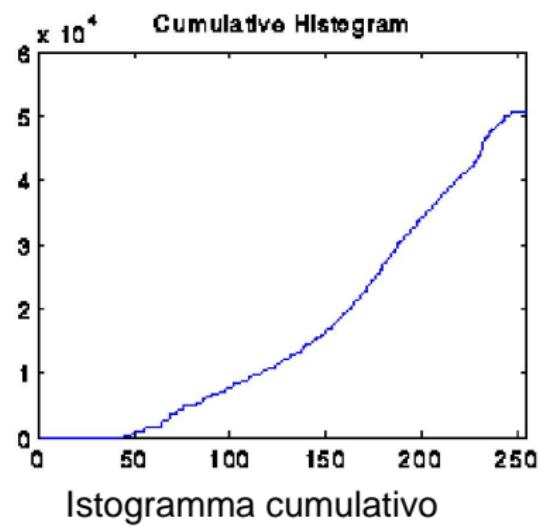
## Equalizzazione dell'istogramma



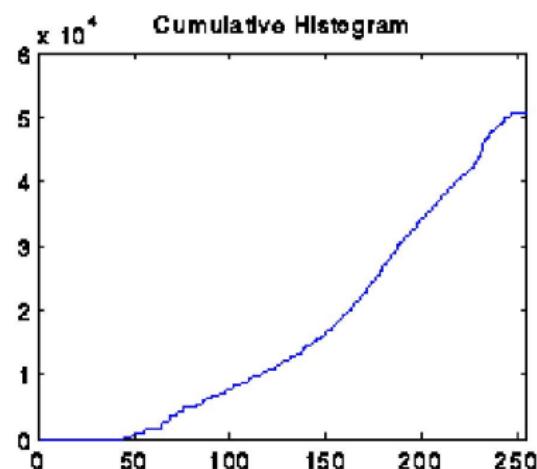
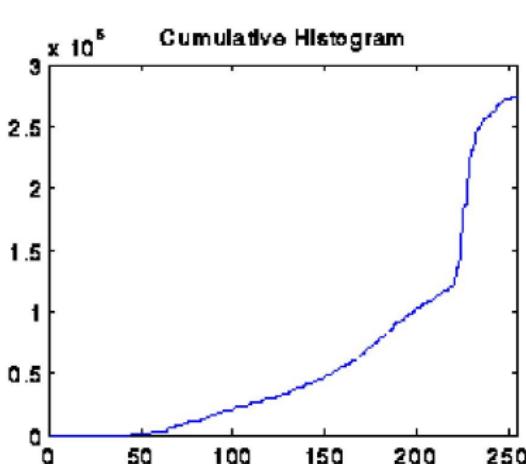
## Equalizzazione dell'istogramma



## Equalizzazione dell'istogramma



## Equalizzazione dell'istogramma



## Equalizzazione dell'istogramma



## Corrispondenza dell'istogramma

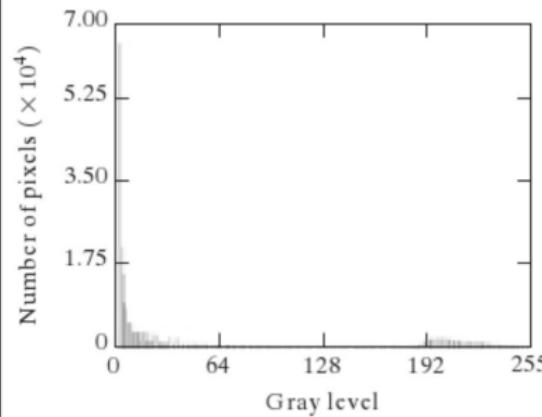
### Cos'è

Modella l'istogramma dell'immagine di output per evidenziare determinati livelli di intensità in un'immagine

## Corrispondenza dell'istogramma

Cos'è

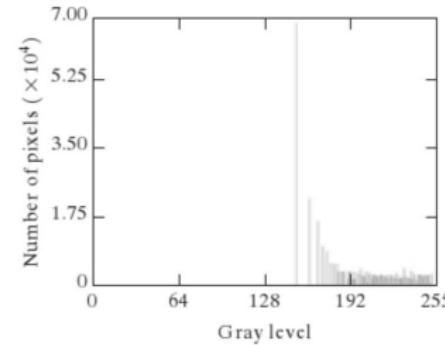
Modella l'istogramma dell'immagine di output per evidenziare determinati livelli di intensità in un'immagine



## Corrispondenza dell'istogramma

### Cos'è

Modella l'istogramma dell'immagine di output per evidenziare determinati livelli di intensità in un'immagine



## Corrispondenza dell'istogramma

### Cos'è

Modella l'istogramma dell'immagine di output per evidenziare determinati livelli di intensità in un'immagine

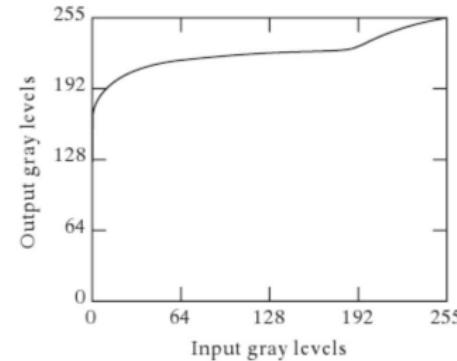


$$T(r) = G \int_0^R p_I(w)dw$$

## Corrispondenza dell'istogramma

Cos'è

Modella l'istogramma dell'immagine di output per evidenziare determinati livelli di intensità in un'immagine



## Corrispondenza dell'istogramma

### ingredienti

Distribuzione di probabilità dei livelli di grigio  $p_I(r)$  dell'immagine di input

Distribuzione di probabilità dei livelli di grigio  $p_I(s)$  dell'immagine di output

Obiettivo: determinare la trasformazione  $T : G \rightarrow G$  tale che  $I$  abbia distribuzione di probabilità dei livelli di grigio  $p_I(s)$

## Corrispondenza dell'istogramma

### ingredienti

Distribuzione di probabilità dei livelli di grigio  $p_I(r)$  dell'immagine di input

Distribuzione di probabilità dei livelli di grigio  $p_I(s)$  dell'immagine di output

Obiettivo: determinare la trasformazione  $T : G \rightarrow G$  tale che  $I$  abbia distribuzione di probabilità dei livelli di grigio  $p_I(s)$

$$s = H(r) = G \quad \int_0^R p_I(w) dw$$

## Corrispondenza dell'istogramma

### ingredienti

Distribuzione di probabilità dei livelli di grigio  $p_I(r)$  dell'immagine di input

Distribuzione di probabilità dei livelli di grigio  $p_I(s)$  dell'immagine di output

Obiettivo: determinare la trasformazione  $T : G \rightarrow G$  tale che  $I$  abbia distribuzione di probabilità dei livelli di grigio  $p_I(s)$

$$s = H(r) = G \int_0^R p_I(w) dw$$

$$F(z) = G \int_0^z p_I(w) dw$$

## Corrispondenza dell'istogramma

### ingredienti

Distribuzione di probabilità dei livelli di grigio  $p_l(r)$  dell'immagine di input

Distribuzione di probabilità dei livelli di grigio  $p_l(s)$  dell'immagine di output

Obiettivo: determinare la trasformazione  $T : G \rightarrow G$  tale che  $I$  abbia distribuzione di probabilità dei livelli di grigio  $p_l(s)$

$$s = H(r) = G \int_0^R p_l(w) dw$$

$$F(z) = G \int_0^z p_l(w) dw$$

$$z = T(r) = F^{-1}(s) = F^{-1}(H(r))$$

## Corrispondenza dell'istogramma

### ingredienti

Distribuzione di probabilità dei livelli di grigio  $p_I(r)$  dell'immagine di input

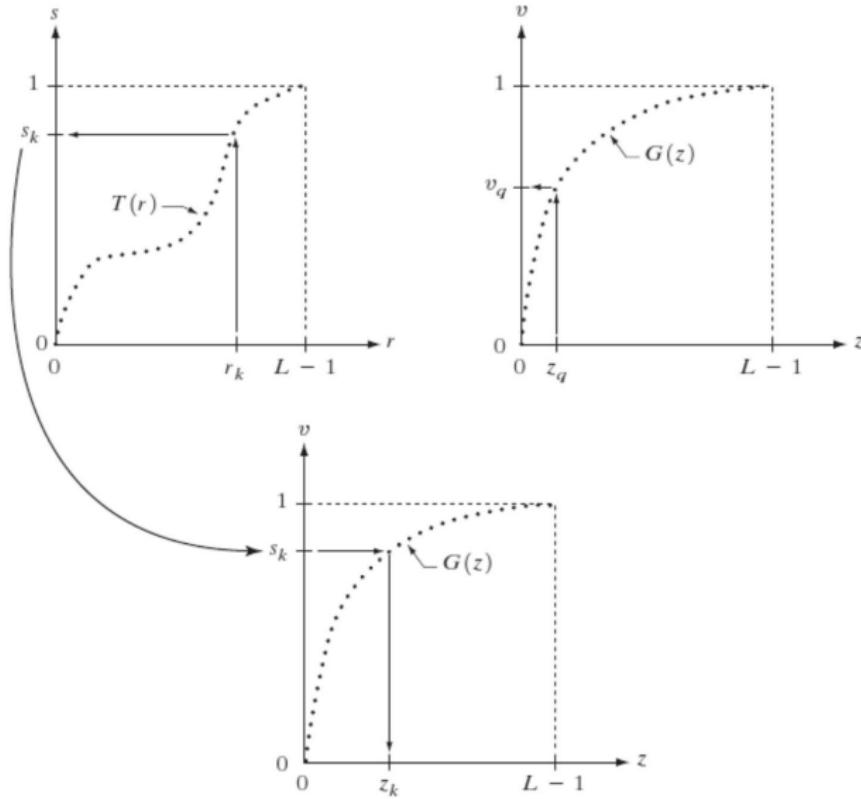
Distribuzione di probabilità dei livelli di grigio  $p_I(s)$  dell'immagine di output

Obiettivo: determinare la trasformazione  $T : G \rightarrow G$  tale che  $I$  abbia distribuzione di probabilità dei livelli di grigio  $p_I(s)$

### Come funziona

1. Determinare  $H$  che trasforma la distribuzione originale  $p_I$  in una distribuzione uniforme
2. Determinare  $F$  che trasforma la distribuzione target  $p_I$  in una distribuzione uniforme
3. Prendi  $T = F^{-1}H$

## Corrispondenza dell'istogramma



## Corrispondenza dell'istogramma

### Il caso discreto

$$pI(r) = \frac{hI(r)}{N}$$

$$H(r) = \sum_{i=0}^R pI(i) = \frac{G}{N} \quad 0 \text{ ciao(io)}$$

$$Gv = F(z) = G \sum_{j=0}^z pI(j)$$

$$z = F^{-1}(H(r))$$

## Corrispondenza dell'istogramma

### Il caso discreto

$$pI(r) = \frac{hI(r)}{N}$$

$$H(r) = \sum_{i=0}^R pI(i) = \frac{G}{N} \quad 0 \text{ ciao(io)}$$

$$Gv = F(z) = G \sum_{j=0}^z pI(j)$$

$$z = F^{-1}(H(r))$$

### Problema

Per ogni  $r$  determinare  $z$  tale che  $F(z) = s$

## Corrispondenza dell'istogramma

### Soluzione

$$T(r) = \min_z |F(z) - s|$$

## Corrispondenza dell'istogramma

### Procedura

1. Calcola l'istogramma  $h_l$  dall'immagine di input  $I$
2. Calcola il vettore  $H(r) = s = h_l(r) \begin{matrix} G \\ N \\ R \\ 0 \end{matrix}$
3. Calcolare il vettore  $V(s) = \min_z |F(z) - s| =$
4. Per ogni pixel  $I_{xy} = r_{xy}$  prendi  $I_{xy} \leftarrow V(H(r_{xy}))$

# Corrispondenza dell'istogramma

## Implementazione

per ogni  $s = 0$  a  $G$  fare

vai = vero;  $z =$

0;

mentre vai a fare

se  $F(z) \geq s \geq 0$  allora se  $|F(z)$

-  $s| < |F(z-1) - s|$  allora  $V(s) = z$  se  $|F(z) - s| > |F(z-1) - s|$  allora

$V(s) = z \geq 1$  go = falso;

altro

$z = z+1$

FINE

FINE

## Corrispondenza dell'istogramma

### Implementazione

per ogni s { $s = T(r)$ } vai = true; z

= 0; mentre

vai a

fare se  $F(z) \neq s$

$\neq 0$  allora se  $|F(z) - s| < |$

$F(z-1) - s|$  allora  $V(s) = z$  se  $|F(z) - s| > |F(z-1) - s|$  allora  $V(s)$

=  $z \neq 1$  go = falso;

altro

$z = z+1$

FINE

FINE

# Esempio numerico

Lo so

$$\text{Sol} = 7$$

dimensione  $64 \times 64$  (ovvero  $N = 4096$ )

istogramma come

R	0	1	2	3	4	5	7
6 ore	790	1023	850	656	329	245	122
pl(r)	0,19	0,25	0,21	0,16	0,08	0,06	0,03

istogramma specificato come

z	0	1	2	3	4	57	6
pl(z)	0,00	0,00	0,00	0,15	0,20	0,30	0,20

# Esempio numerico

## Istogramma originale

R	0	1	2	3	4	5	7
6 ore(r)	790	1023	850	656	329	245	122

pl(r) 0,19  
0,25 0,21 0,16 0,08 0,06 0,03 0,02

81

# Esempio numerico

## Istogramma originale

R	0	1	2	3	4	5	7
6 ore(r)	790	1023	850	656	329	245	122

pl(r) 0,19  
0,25 0,21 0,16 0,08 0,06 0,03 0,02

## Funzione H

R	0	1	3	5	H(r)	1,33	3,08	4,55	5,67	6,23	6,65	6	7
6,86	7,00												
S	1	3	6	7								7	7

# Esempio numerico

## Istogramma originale

R	0	1	2	3	4	5	7
6 ore(r)	790	1023	850	656	329	245	122

pl(r) 0,19  
0,25 0,21 0,16 0,08 0,06 0,03 0,02

## Funzione H

R	0	1	3	5	H(r)	2,33	3,08	4,55	5,67	6,23	6,65	6	7
6,86	7,00												
S	1		3	6	7							7	7

## Funzione F

z	0	1	3	5	F(r)	0,00	0,00	0,00	1,05	2,45	4,55	6	7
5,95	7,00												
v	0		0	1	5							6	7

# Esempio numerico

## Funzione H

R	0	1	2	3	4	5	6	7
H(r)	1,33	3,08	4,55	5,67	6,23	6,65	6,86	7,00
S	1	3	5	6	6	7	7	7

## Funzione F

z	0	1	2	3	4	5	6	7
F(r)	0,00	0,00	0,00	1,05	2,45	4,55	5,95	7,00
v	0	0	0	1	2	5	6	7

# Esempio numerico

## Funzione H

R	0	1	2	3	4	5	6	7
H(r)	1,33	3,08	4,55	5,67	6,23	6,65	6,86	7,00
S	1	3	5	6	6	7	7	7

## Funzione F

z	0	1	2	3	4	5	6	7
F(r)	0,00	0,00	0,00	1,05	2,45	4,55	5,95	7,00
v	0	0	0	1	2	5	6	7

## Funzione T

R	1	2	3	4	5	5	6	7	7
0z3	4						67	7	

# Esempio numerico

## Istogramma originale

R	0	1	2	3	4	6	7	
5 pI(r)	0,19	0,25	0,21	0,16	0,08	0,06	0,03	0,02

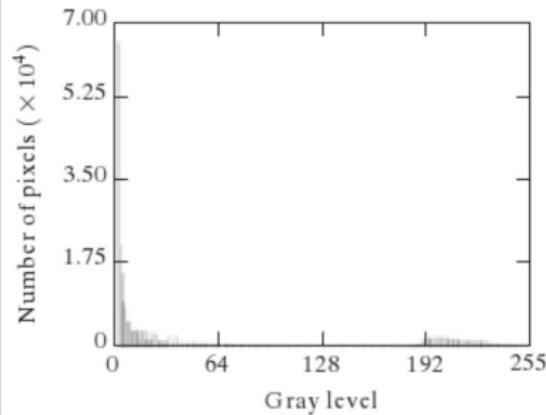
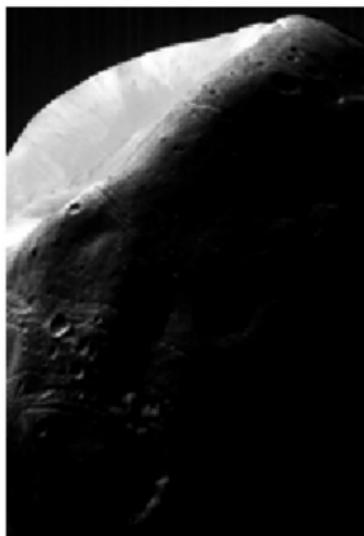
## Istogramma specificato

z	0	1	2	3	4	5	6	7
pI (z)	0,00	0,00	0,00	0,15	0,20	0,30	0,20	0,15

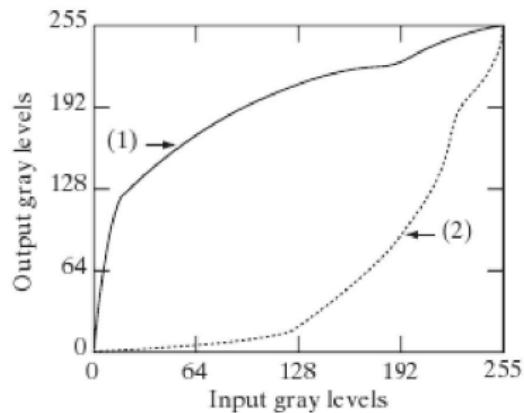
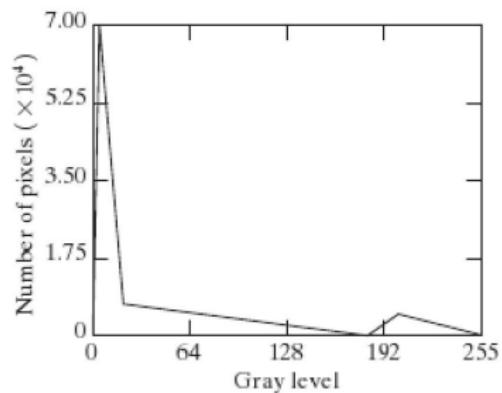
## Istogramma reale

z	0	1	2	3	4	5	6	7
pI (z)	0,00	0,00	0,00	0,19	0,25	0,21	0,24	0,11

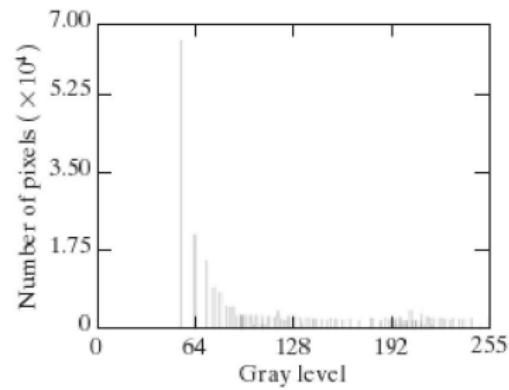
## Corrispondenza dell'istogramma



## Corrispondenza dell'istogramma



## Corrispondenza dell'istogramma



# Valorizzazione locale

per  $i = r_i$  a  $m$  passo  $2r_i$

per  $j = r_j$  al  $n$  passo  $2r_j$

$N(i, j) = \{lyx : i \leq r_i \leq i + r_i, j \leq r_j \leq j + r_j\}$  calcola  $T_{ij}$  tramite

l'equalizzazione dell'istogramma o la corrispondenza su

$N(i, j)$

-  $= T_{ij}(lij) ij$

fine

FINE

# Valorizzazione locale

per  $i = r_i$  a  $m$  passo  $2r_i$

per  $j = r_j$  al  $n$  passo  $2r_j$

$N(i, j) = \{lyx : i \leq r_i \leq i + r_i, j \leq r_j \leq j + r_j\}$  calcola  $T_{ij}$  tramite

l'equalizzazione dell'istogramma o la corrispondenza su

$N(i, j)$

-  $= T_{ij}(lij) ij$

fine

FINE

Problema di implementazione

Come calcoliamo gli istogrammi?

# Valorizzazione locale

per  $i = r_i$  a  $m$  passo  $2r_i$

per  $j = r_j$  al  $n$  passo  $2r_j$

$N(i, j) = \{lyx : i \leq r_i \leq i + r_i, j \leq r_j \leq j + r_j\}$  calcola  $T_{ij}$  tramite

l'equalizzazione dell'istogramma o la corrispondenza su

$N(i, j)$

-  $= T_{ij}(lij) ij$

fine

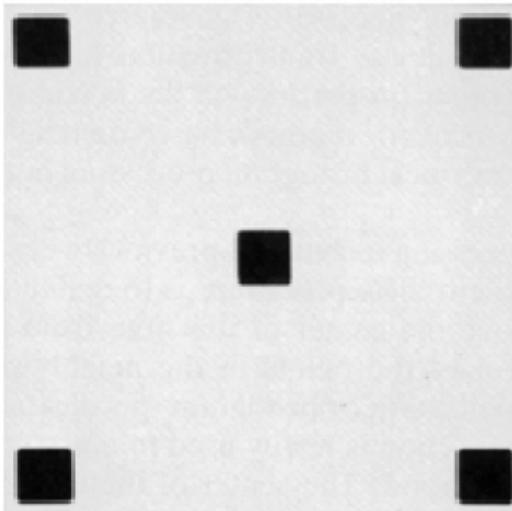
FINE

## Problema di implementazione

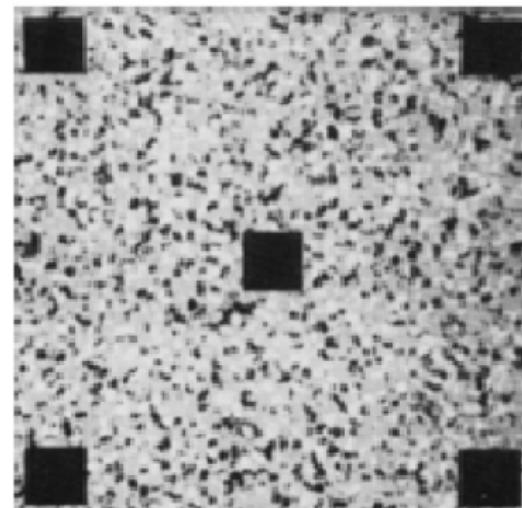
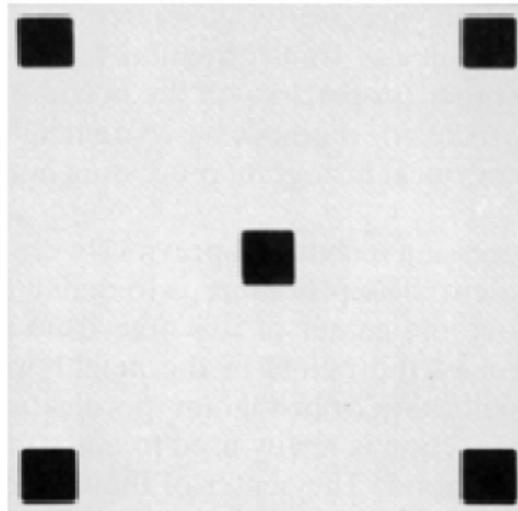
Come calcoliamo gli istogrammi?

Suggerimento: cambia solo una colonna per ogni ciclo interno e solo una riga per ogni ciclo esterno.

# Valorizzazione locale

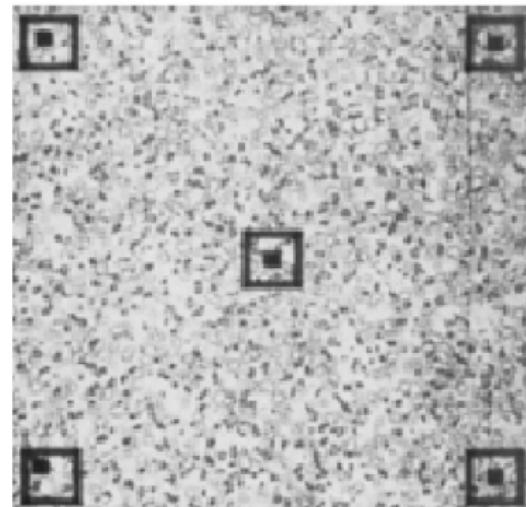
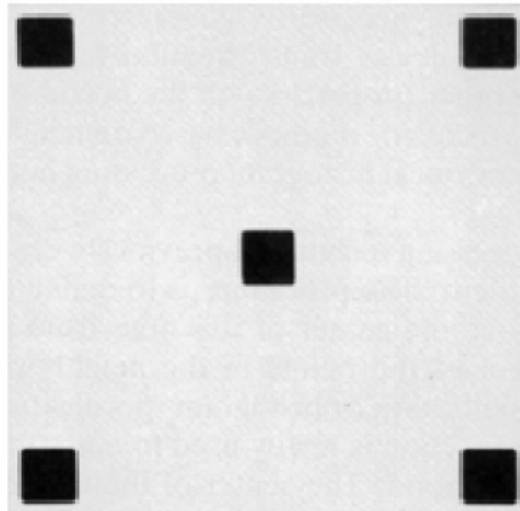


## Valorizzazione locale



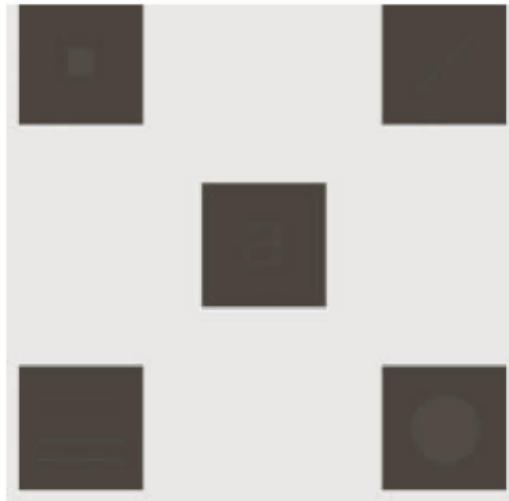
Hist-eq

# Valorizzazione locale

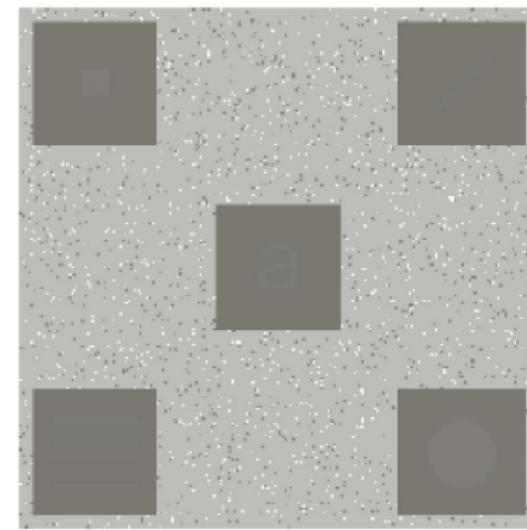
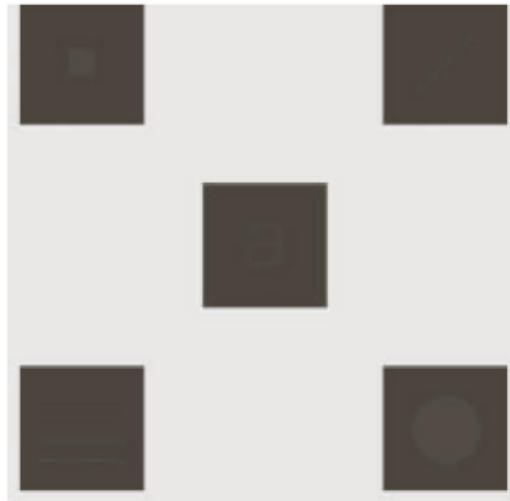


Loc-enh  $7 \times 7$

# Valorizzazione locale

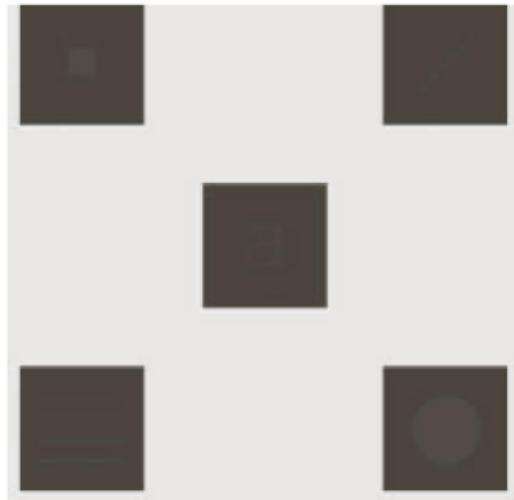


# Valorizzazione locale



Hist-eq

# Valorizzazione locale



Loc-enh  $3 \times 3$

## Statistiche dell'istogramma

### ingredienti

# Statistiche dell'istogramma

## ingredienti

G

$$\mu = \frac{\sum r_i p_i l(r)}{0}$$

## Statistiche dell'istogramma

### ingredienti

$$\mu = \frac{\sum r_i p_i l(r)}{n}$$

$$m_n = \frac{\sum (r_i - \mu)^n p_i l(r)}{n}$$

# Statistiche dell'istogramma

## ingredienti

$$\mu = \frac{\sum r_i p_i l(r)}{n}$$

$$m_n = \frac{\sum (r_i - \mu)^n p_i l(r)}{n}$$

$$s^2 = \frac{\sum (r_i - \mu)^2 p_i l(r)}{n}$$

## Statistiche dell'istogramma

Le statistiche possono essere utilizzate:

globalmente: misurato sull'intera immagine

localmente: misurato sui quartieri dei pixel

# Statistiche dell'istogramma

Le statistiche possono essere utilizzate:

globalmente: misurato sull'intera immagine

localmente: misurato sui quartieri dei pixel

## Misurazione locale

Per ogni pixel  $(i, j)$

$$1. N(i, j) = \{lyx : io \leq ri \leq y \leq io + ri, j \leq rj \leq j + rj\}$$

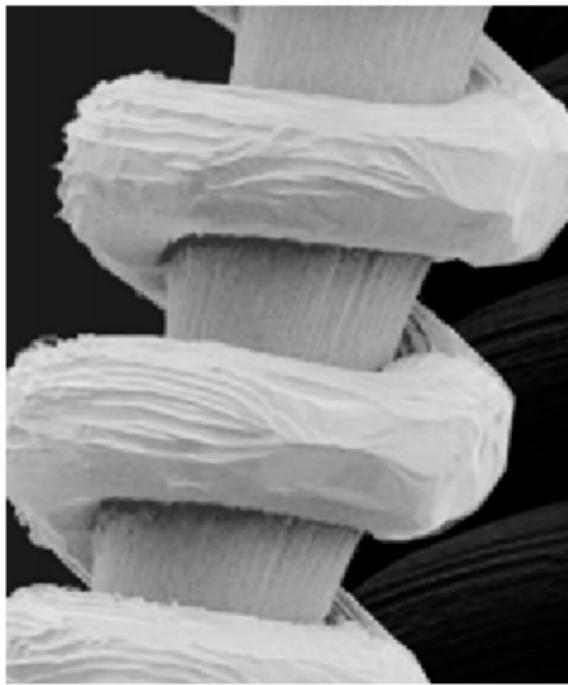
$$2. \text{Calcola } pI(N(i,j)) \quad 3.$$

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{(r_i, r_j)} pI(N(i,j))(r)$$

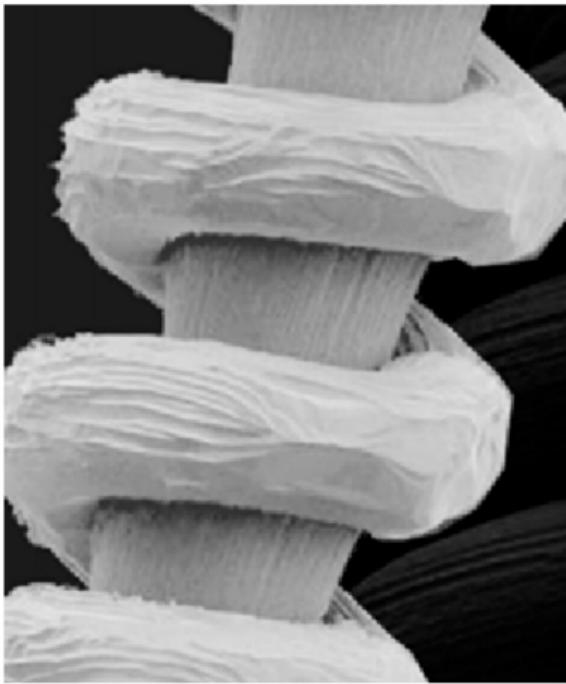
$$4. mn = \sum_{(r_i, r_j)} G(r_i - \mu) pI(N(i,j))(r)$$

$$5. \sigma^2 = \sum_{(r_i, r_j)} G(r_i - \mu)^2 pI(N(i,j))(r)$$

## Statistiche dell'istogramma

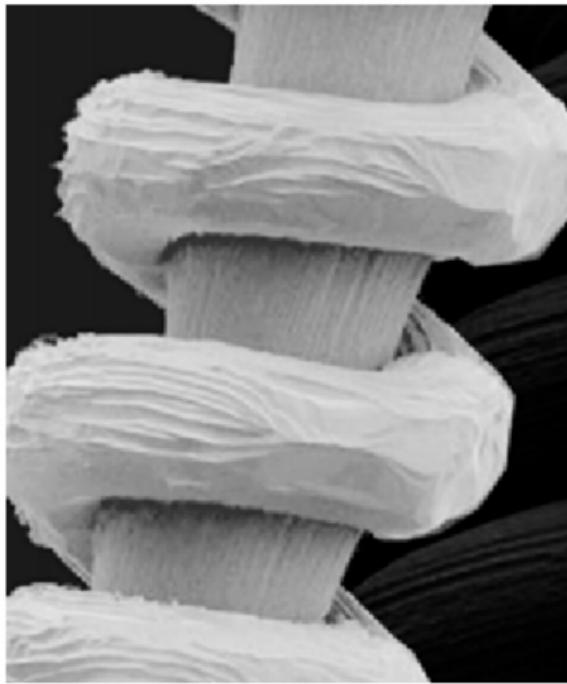


## Statistiche dell'istogramma



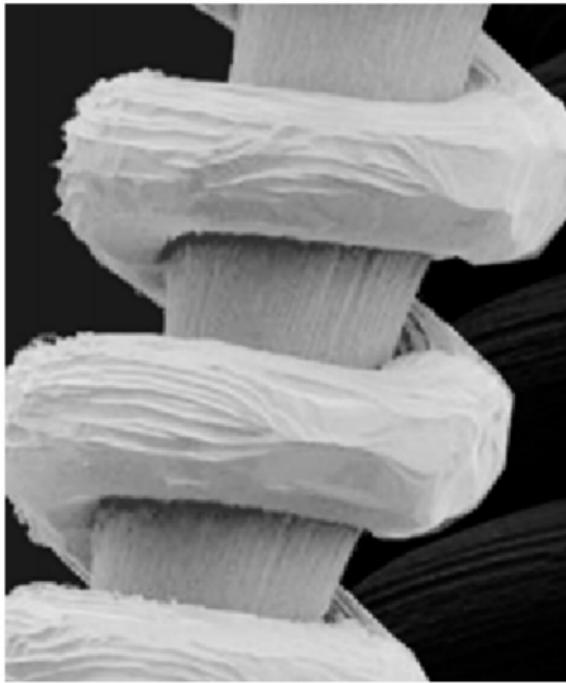
Compito: esaltare il filamento scuro  
sul lato destro del  
Immagine

## Statistiche dell'istogramma



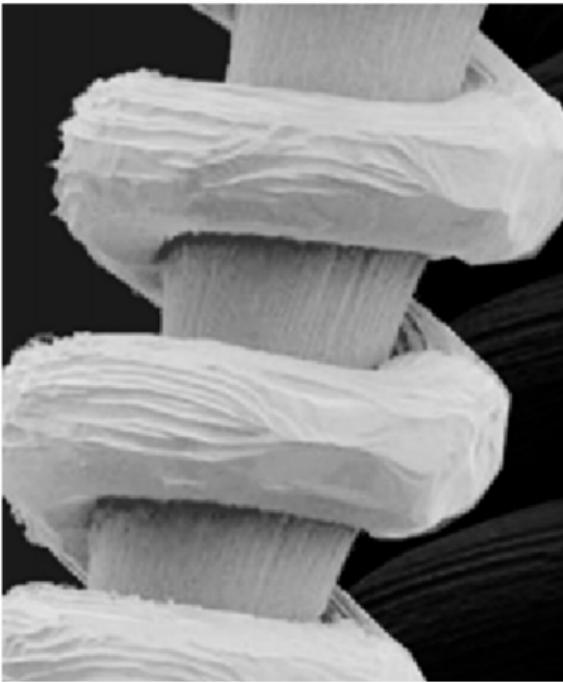
migliorare solo le aree scure

## Statistiche dell'istogramma



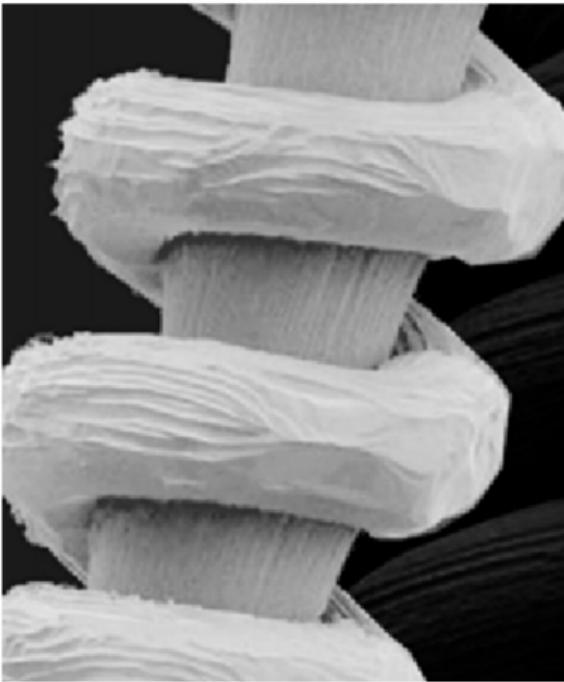
migliora solo le aree scure  
discrimina le aree scure da  
quelle luminose

## Statistiche dell'istogramma



migliora solo le aree scure  
discrimina le aree scure da  
quelle luminose  
determina le aree con valore basso  
contrasto

## Statistiche dell'istogramma

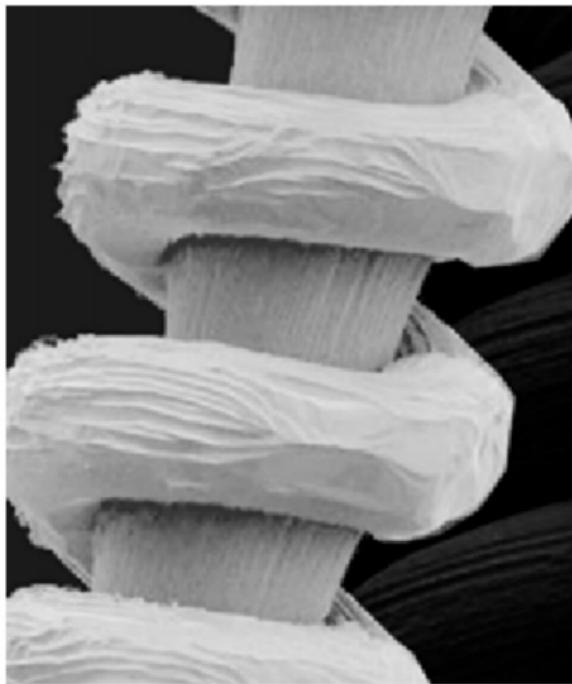


migliora solo le aree scure  
discrimina le aree scure da  
quelle luminose  
determina le aree con valore basso  
contrasto  
discriminare il basso contrasto  
zone da zone pianeggianti

## Statistiche dell'istogramma

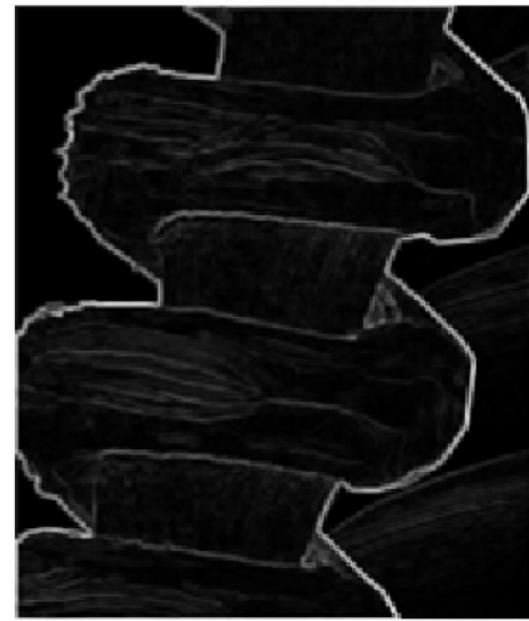
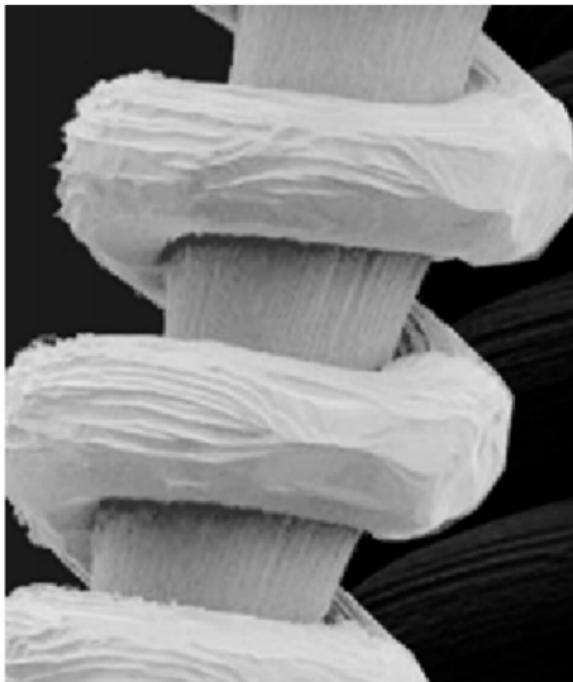
$$I_{o(i,j)} = \begin{cases} E \cdot I(i,j) \cdot \mu N(ij) & k_0 \leq i \leq k_1 \leq j \leq k_2 \\ io(i,j) & \text{Altrimenti} \end{cases}$$

## Statistiche dell'istogramma



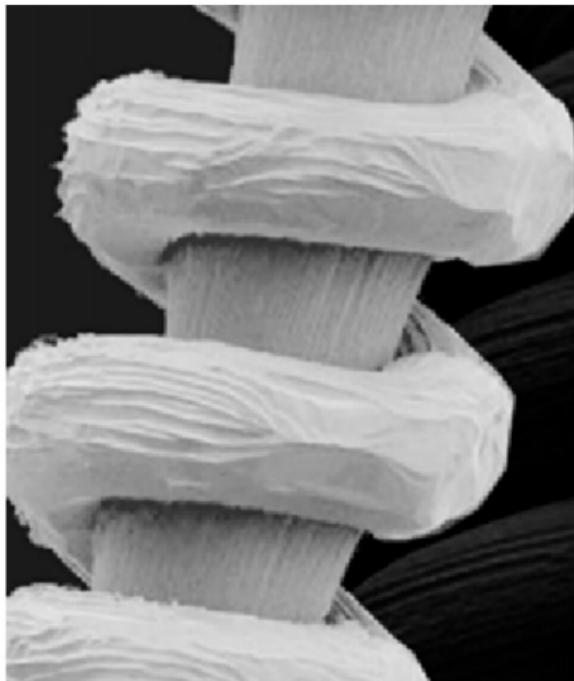
Mezzi locali

## Statistiche dell'istogramma



Deviazioni standard locali

## Statistiche dell'istogramma



Costanti di moltiplicazione

## Statistiche dell'istogramma

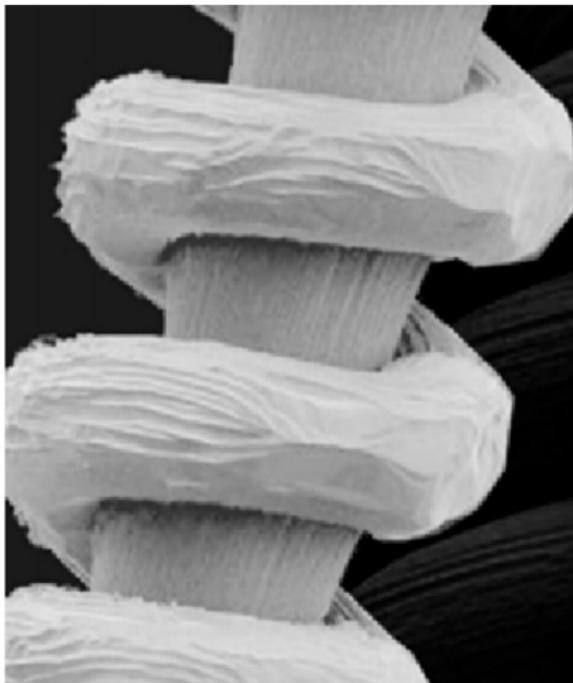


Immagine migliorata