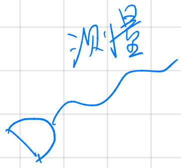
态与测量的公设

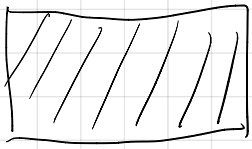


$|\psi\rangle \xrightarrow{\text{测}\hat{A}} c_1|\alpha_1\rangle + c_2|\alpha_2\rangle + \cdots$

以 $|c_i|^2$ 概率测到 α_i 值

态对应坍缩到 $|\alpha_i\rangle$.

$\hat{A}|\alpha_i\rangle = \alpha_i|\alpha_i\rangle$

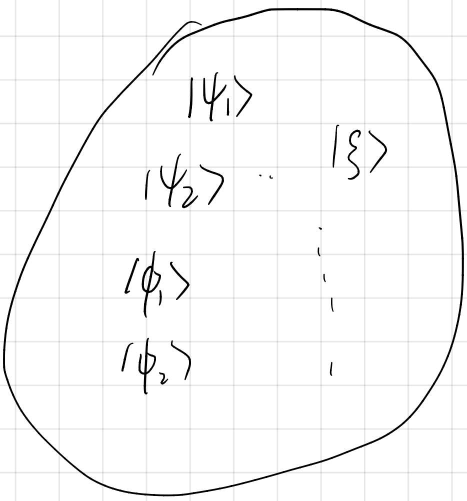


物理系统：$|\psi\rangle$

物理量：(厄米)算符表示 $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C} \ldots$

Hilbert 空间：

(ket space)



对偶左矢 $\langle\psi|$ 可用来定义内积，想想复数的共轭

$\alpha^* = a - ib$

$\alpha = a + ib$

$|\alpha|^2 = \alpha^*\alpha = a^2 + b^2$

系统可能存在的所有态组成的空间

- 线性
- 赋范 $\langle\psi|\psi\rangle \geq 0$.

算符 (Operator)：$\hat{O}|\psi\rangle = |\phi\rangle$. Hilbert 空间中的线性映射.

$|\text{ket}\rangle \xrightarrow[\text{operator}]{} |\text{another ket}\rangle$.

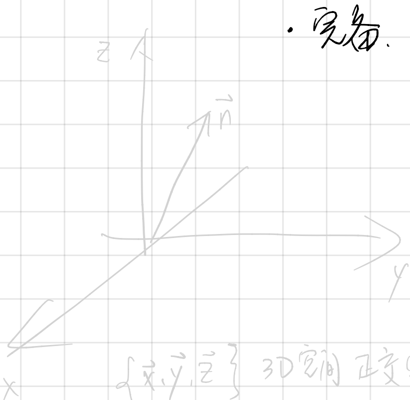
基矢 (basis)
- 独立
- 完备.

$\{|\alpha\rangle\}$.

任意 $|\psi\rangle = \sum_\alpha c_\alpha |\alpha\rangle$.

复数.

$\sum_\alpha |c_\alpha|^2 = 1$. 归一化.



$\{\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}\}$ 3D空间正交完备基矢.

用完备基描述完整希尔伯特空间。

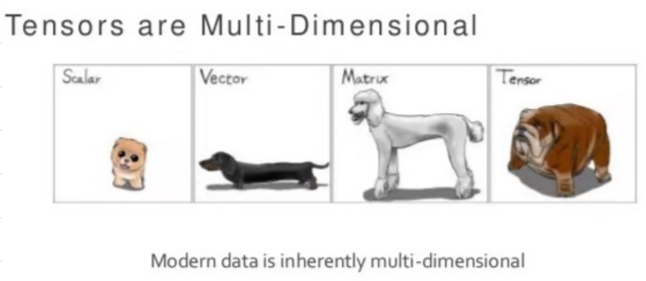
表示（representation）：

$$|\psi\rangle \longmapsto \begin{pmatrix} \langle\alpha_1|\psi\rangle \\ \langle\alpha_2|\psi\rangle \\ \vdots \end{pmatrix}$$

$$\hat{A} \longmapsto \begin{pmatrix} \langle\alpha_1|\hat{A}|\alpha_1\rangle & \langle\alpha_1|\hat{A}|\alpha_2\rangle & \cdots \\ \langle\alpha_2|A|\alpha_1\rangle & \ddots & \\ \vdots & & \ddots \end{pmatrix}_{d\times d}$$

$$\hat{A}|\psi\rangle$$

$$(\quad)_{d\times d} \cdot (\ )_{d\times 1} = (\ )_{d\times 1}$$



图示：节点＋腿
node leg.

Scalar（标量）或 rank-0 tensor ： T

Vector（矢量）或 rank-1 tensor ： $T_{\underset{\sim}{i}}$ 自由指标 leg.

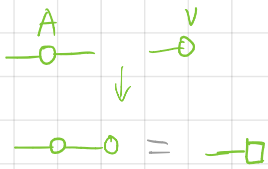
矩阵 或 rank-2 tensor ： T_{ij}

三阶张量. rank-3 tensor T_{ijk}.

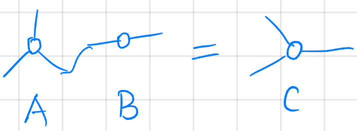
指标缩并

$$C = \vec{A}\cdot\vec{B} = \sum_i A_i B_i$$

$$\vec{b} = A\vec{v}$$
$$= \sum_j A_{ij} v_j$$



更高阶：



$$\mathrm{Tr}(A_{ij}) = \sum_i A_{ii} :$$

运动方程 $i\hbar\frac{\partial|\psi\rangle}{\partial t}=\hat{H}|\psi\rangle.$

在具体表象中，其表示为，基前系数的微分方程： $|\psi\rangle=\sum_{\alpha}C_{\alpha}|\alpha\rangle$

$$i\hbar\begin{pmatrix}\dot{C}_1\\ \dot{C}_2\\ \vdots\\ \dot{C}_d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} & & \\ & \hat{H} & \\ & & \end{pmatrix}_{d\times d}\cdot\begin{pmatrix}C_1\\ C_2\\ \vdots\\ C_\alpha\\ \vdots\\ C_d\end{pmatrix}_{d\times 1}.$$

$$\text{or: } i\hbar\,\dot{C}_i=\sum_{j=1}^{d}H_{ij}C_j\,,\qquad (i=1,2,\cdots,d.)$$

要记住表示只是对物理的数学描述，做运算，每个量的物理意义要多对照两个公设来解释。