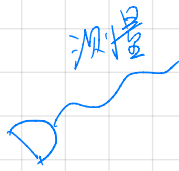


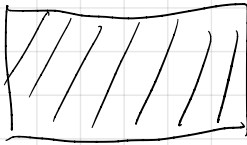
态与测量的公设



$$|\psi\rangle \xrightarrow{\text{测 } \hat{A}} C_1|\alpha_1\rangle + C_2|\alpha_2\rangle + \dots$$

以 $|C_i|^2$ 概率测到 α_i 值
态对应坍缩到 $|\alpha_i\rangle$.

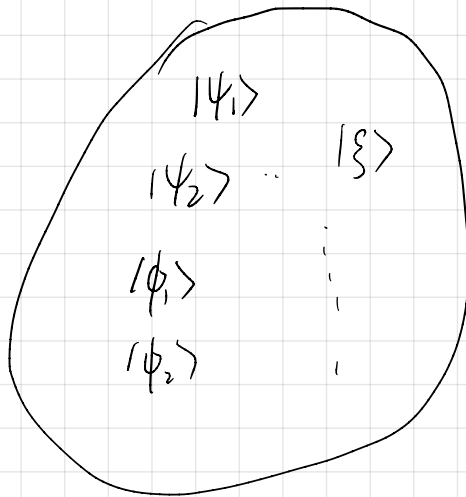
$$\hat{A}|\alpha_i\rangle = \alpha_i|\alpha_i\rangle$$



物理系统: $|\psi\rangle$

物理量: (厄米)算符表示 $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \dots$

Hilbert 空间:
(ket space)



对偶左矢 $\langle\psi|$ 可用来
定义内积. 想想复数
的共轭

$$\alpha^* = a - ib$$

$$\alpha = a + ib$$

$$|\alpha|^2 = \alpha^* \alpha = a^2 + b^2$$

线性

系统可能存在的所有态组成的空间. 归范 $\langle\psi|\psi\rangle \geq 0$.

算符 (Operator): $\hat{O}|\psi\rangle = |\phi\rangle$ Hilbert 空间中的线性映射.

$$|\text{ket}\rangle \xrightarrow[\text{operator}]{} |\text{another ket}\rangle.$$

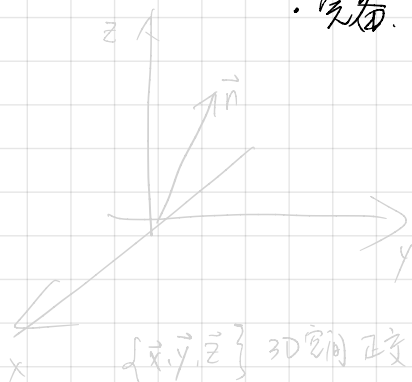
基矢 (basis) . 独立 . 完备.

$$\{|\alpha\rangle\}$$

$$\text{任意 } |\psi\rangle = \sum_{\alpha} C_{\alpha} |\alpha\rangle$$

复数

$$\sum_{\alpha} |C_{\alpha}|^2 = 1 \text{ 归一化.}$$



$\{x, y, z\}$ 3D 空间正交完备基矢.

用完备基描述完整希尔伯特空间。

表示 (representation) :

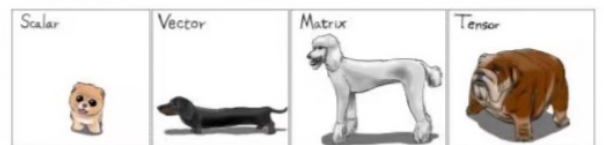
$$|\psi\rangle \mapsto \begin{pmatrix} \langle \alpha_1 | \psi \rangle \\ \langle \alpha_2 | \psi \rangle \\ \vdots \end{pmatrix}$$

$$\hat{A} \mapsto \begin{pmatrix} \langle \alpha_1 | \hat{A} | \alpha_1 \rangle & \langle \alpha_1 | \hat{A} | \alpha_2 \rangle & \dots \\ \langle \alpha_2 | \hat{A} | \alpha_1 \rangle & \dots & \dots \\ \vdots & \dots & \dots \end{pmatrix}_{d \times d}$$

$$\hat{A} |\psi\rangle$$

$$\begin{pmatrix} \end{pmatrix}_{d \times d} \cdot \begin{pmatrix} \end{pmatrix}_{d \times 1} = \begin{pmatrix} \end{pmatrix}_{d \times 1}$$

Tensors are Multi-Dimensional



Modern data is inherently multi-dimensional

图示: 节点 + 腿
node leg.

Scalar (标量) 或 rank-0 tensor : T

Vector (矢量) 或 rank-1 tensor : T_i 自由指标 leg.

矩阵 或 rank-2 tensor : T_{ij}

≡ 三张量. rank-3 tensor T_{ijk}

指标缩并

$$C = \vec{A} \cdot \vec{B} = \sum_i A_i B_i \quad \begin{array}{c} A \quad B \\ \circ \text{---} \circ \end{array} = \begin{array}{c} C \\ \Delta \end{array}$$

$$\vec{b} = A \vec{v} = \sum_j A_{ij} v_j \quad \begin{array}{c} A \quad v \\ \text{---} \circ \quad \text{---} \circ \\ \downarrow \\ \text{---} \circ \text{---} \circ = \text{---} \square \end{array}$$

更高阶:

$$\begin{array}{c} \text{---} \circ \text{---} \circ \text{---} \circ \\ | \quad | \quad | \\ A \quad B \quad C \end{array} = \begin{array}{c} \text{---} \circ \text{---} \circ \text{---} \circ \\ | \quad | \quad | \\ \quad \quad \quad C \end{array}$$

$$\text{Tr}(A_{ij}) = \sum_i A_{ii}$$

$$\begin{array}{c} \text{---} \circ \text{---} \circ \text{---} \circ \\ | \quad | \quad | \\ \quad \quad \quad A \end{array} \Rightarrow \circ$$

运动方程

$$i\hbar \frac{\partial |\psi\rangle}{\partial t} = \hat{H} |\psi\rangle$$

在具体表象中，其表示为，基前系数的微分方程：

$$|\psi\rangle = \sum_{\alpha} c_{\alpha} |\alpha\rangle$$

$$i\hbar \begin{pmatrix} \dot{c}_1 \\ \dot{c}_2 \\ \vdots \\ \dot{c}_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{H} \end{pmatrix}_{d \times d} \cdot \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_d \end{pmatrix}_{d \times 1}$$

$$\text{or: } i\hbar \dot{c}_i = \sum_{j=1}^d H_{ij} c_j, \quad (i=1, 2, \dots, d)$$

要记住表示只是对物理的数学描述，做运算，每个量的物理意义要多对照两个公设来解释。