



Disciplina: Controle Clássico I  
Prof. José Roberto Colombo Junior  
Contato colombojrcj@ita.br

Nome:

Nome:

Nome:

Data:

Cuidado 1

Os dispositivos usados podem causar acidentes!

## 1 Objetivos

Nesse experimento serão estudados os seguintes tópicos:

- Obtenção do modelo do **aeropêndulo** (em torno de um ponto de operação)

## Formulário

- Máximo sobre-sinal  $M_p = 100e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$  e  $\xi = \frac{-\ln(M_p)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(M_p)}}$
- Tempo de estabelecimento  $t_s = \frac{4}{\xi\omega_n}$  (critério de 2%) e tempo de pico é  $t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$
- FT característica de sistema de segunda ordem:  $G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$
- Erro em regime permanente para sistema de primeira ordem com controlador proporcional e realimentação unitária:  $e_{ss} = \frac{1}{1 + KK_p}$

## 2 Procedimento de partida

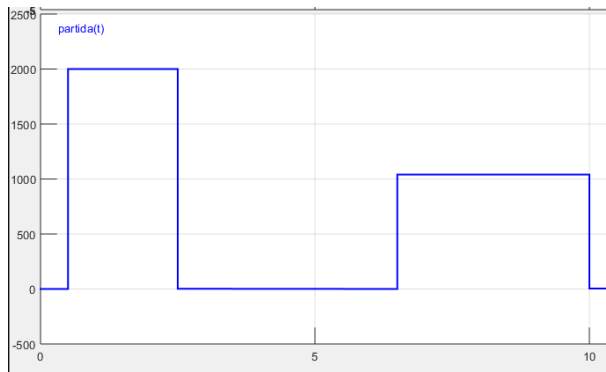


Figura 1: Solução do sinal de partida.

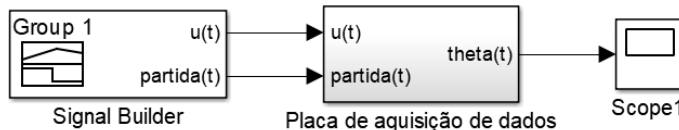


Figura 2: Sugestão de como deixar o diagrama de blocos (alto nível).

A partida do ESC+motor consiste em aplicar os passos descritos a seguir. Uma possível solução é apresentada na Figura 1.

1. Habilitar a chave eletrônica: escreva 1 no pino PC15
2. Esperar 0,5 segundos para a eletrônica do ESC inicializar
3. Aplicar PWM com  $t_{on}$  de 2000  $\mu s$
4. Esperar 2 segundos
5. Aplicar PWM com  $t_{on}$  de 0  $\mu s$
6. Esperar 4 segundos
7. Aplicar PWM com  $t_{on}$  de 1040  $\mu s$
8. Esperar 3,5 segundos
9. Aplicar  $t_{on} = 0 \mu s$  até o final do experimento

Utilize o bloco *Signal Builder* para construir o sinal de partida. Crie dois sinais nesse bloco. Um deles é o  $partida(t)$ , aplicado diretamente na planta durante a fase de inicialização. Essa fase tem duração de 10 segundos. Depois, o outro sinal  $u(t)$  é o sinal de controle.

Vale lembrar que não aplicamos  $u(t)$  no hardware. Ele aceita apenas *duty cycle*  $d(t)$ . Para isso selecionaremos uma função que mapeia nosso sinal de controle  $0 \leq u(t) \leq 100$  para  $1040 \leq t_{on}(t) \leq 2000$  e então convertemos  $t_{on}(t)$  para  $d(t)$ :

$$t_{on}(t) = 1040 + \frac{960}{100}u(t) \quad (1)$$

$$d(t) = \frac{400}{10^6}t_{on}(t) \quad (2)$$

Uma possível solução que combina os sinais de controle e partida é apresentada na Figura 3.

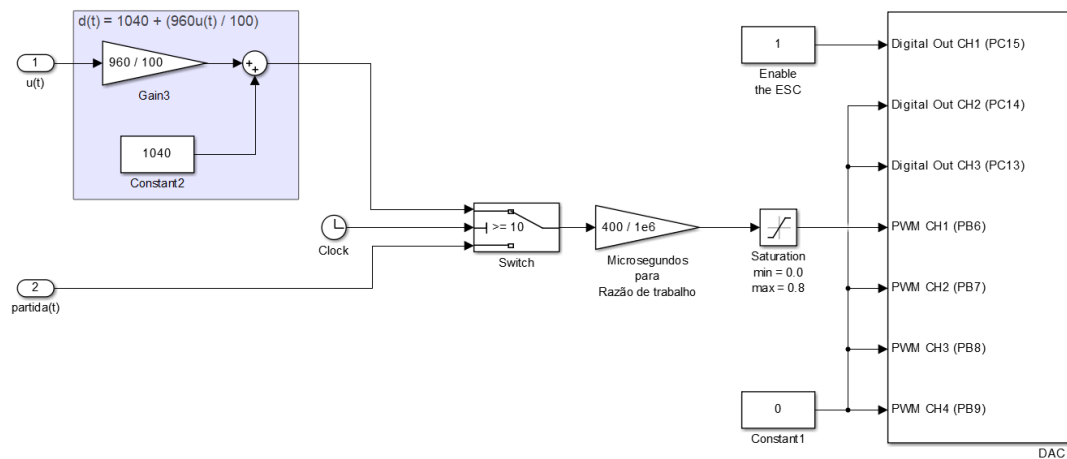


Figura 3: Solução do sinal de controle.

### 3 Leitura do sinal de posição angular

Conforme conversamos no primeiro encontro de laboratório, o encoder é o sensor utilizado para medir a posição angular da haste do aeropêndulo. Quando configurado na resolução máxima, o encoder produz 8000 bordas a cada 360 graus. Logo, o ganho é  $360/8000$  para converter para graus ou  $2\pi/8000$  para produzir radianos.

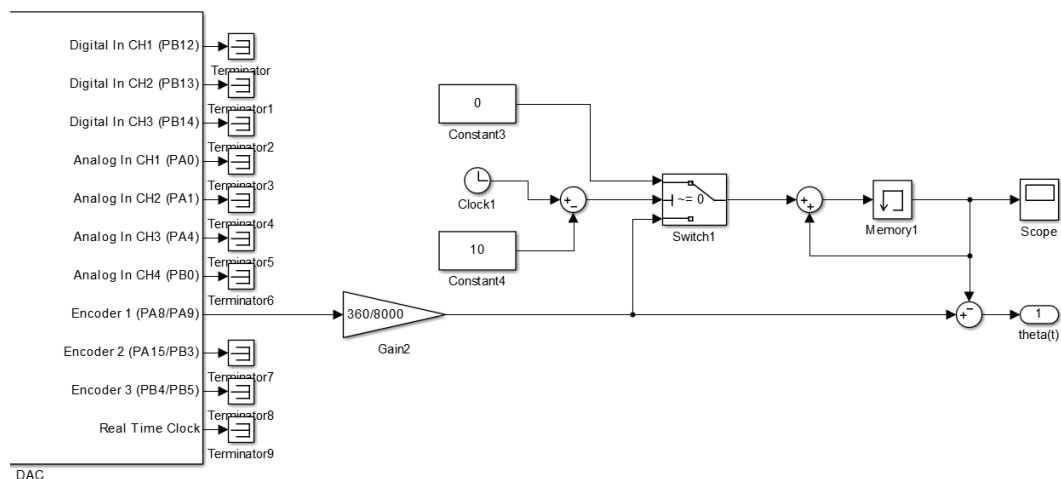


Figura 4: Solução para leitura do sinal do *encoder*.

Depois do procedimento de partida, provavelmente o encoder não marca zero. Porém, utilizaremos essa posição angular como zero. Para isso, deve-se amostrar o sinal do encoder, guardá-lo e subtrair da sua respectiva leitura. Uma possível solução é mostrada na figura acima.

## 4 Modelo do aeropêndulo

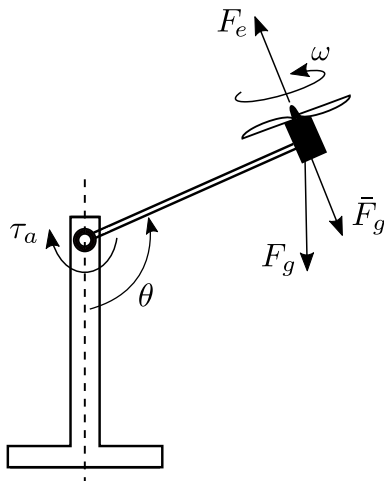


Figura 5: Representação esquemática do aeropêndulo.

Após o processo de modelagem, verifica-se que a EDO que representa o comportamento deste sistema é não-linear:

$$\ddot{\theta}(t) = -\alpha \sin(\theta(t)) - \beta \dot{\theta}(t) + \gamma \omega^2(t) \quad (3)$$

sendo  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  os parâmetros do modelo que precisam ser determinados e  $\theta(t)$  e  $\omega(t)$  a posição angular da haste e a velocidade do motor. Precisamos validar o modelo (3). Iniciaremos levantando a curva estática do sistema.

Com base na equação (3), se fizermos  $\dot{\theta}(t) = \ddot{\theta}(t) = 0$ , então

$$\sin(\theta(t)) = \frac{\gamma}{\alpha} \omega^2(t) \quad (4)$$

Note que essa relação só vale para valores estacionários.

### 4.1 Curva estática

Qual o tipo de gráfico que você espera obter para a curva estática? Quadrático? Cúbico? Linear?

O procedimento para levantar a curva estática é o seguinte:

1. Aplicar um sinal de controle constante ( $u_{ss}$ )
2. Aguardar o transitório acabar
3. Medir a saída ( $y_{ss}$ )
4. Repetir os itens 1, 2 e 3 (com diferentes  $u_{ss}$ ) para formar um gráfico

**Cuidado 2**

A curva estática só vale para pontos de equilíbrio **estáveis**!

$u_{ss}$	$y_{ss}$	$y_{ss}$	$y_{ss}$
5%			
10%			
15%			
20%			
25%			
30%			
35%			
40%			

Plote o gráfico referente aos valores obtidos. Em seguida responda:

1. O resultado experimental bate com o esperado com o modelo teórico?
2. O ESC é apenas um ganho? Em caso negativo, qual a função matemática que o ESC implementa?
3. Apresente o polinômio de primeira ordem que mapeia  $u_{ss}$  para  $y_{ss}$

Aplicando a linearização de Taylor à EDO (3), chega-se na seguinte função de transferência:

$$\frac{\Delta\theta(s)}{\Delta U(s)} = \frac{\gamma}{s^2 + \beta s + \alpha \cos(\bar{\theta})} \quad (5)$$

que vale apenas em torno do ponto de operação  $(\bar{u}, \bar{\theta})$ .

Realize ensaios experimentais para determinar os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  da função de transferência (que deveriam bater com os do modelo não-linear) para os pontos de operação:

$\bar{y}$	$\bar{u}$
20%	
40%	

### Cuidado 3

Implemente uma rampa **suave** para levar o sistema até o ponto de operação.

Descreva o procedimento que a sua dupla/trio utilizou para obter os parâmetro e em seguida, apresente os parâmetros.