Disciplina:	Controle Clássico I
Prof.	José Roberto Colombo Junior
Contato	colombojrcj@ita.br

Nome: Pedro Augusto Barbosa Cardoso

Nome: Pedro Augusto Ferreira Melo Reis

Nome: Julio Cesar Coelho de Amorim

~~Data:~~ Nome: Nando Ferreira Farias

Data: 31/08/2023

Cuidado 1

Os dispositivos usados podem causar acidentes!

1 Objetivos

Nesse experimento serão estudados os seguintes tópicos:

- Obtenção do modelo do **aeropêndulo** (em torno de um ponto de operação)

Formulário

- Máximo sobre-sinal $M_p = 100e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$ e $\xi = \frac{-\ln(M_p)}{\sqrt{\pi^2+ln^2(M_p)}}$
- Tempo de estabelecimento $t_s = \dfrac{4}{\xi\omega_n}$ (critério de 2%) e tempo de pico é $t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$
- FT característica de sistema de segunda ordem: $G(s) = \dfrac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$
- Erro em regime permanente para sistema de primeira ordem com controlador proporcional e realimentação unitária: $e_{ss} = \dfrac{1}{1 + KK_p}$

2 Procedimento de partida

A partida do ESC+motor consiste em aplicar os passos descritos a seguir. Uma possível solução é apresentada na Figura 1.

1. Habilitar a chave eletrônica: escreva 1 no pino PC15
2. Esperar 0,5 segundos para a eletrônica do ESC inicializar
3. Aplicar PWM com t_{on} de 2000 μs
4. Esperar 2 segundos
5. Aplicar PWM com t_{on} de 0 μs
6. Esperar 4 segundos
7. Aplicar PWM com t_{on} de 1040 μs
8. Esperar 3,5 segundos
9. Aplicar $t_{on} = 0$ μs até o final do experimento

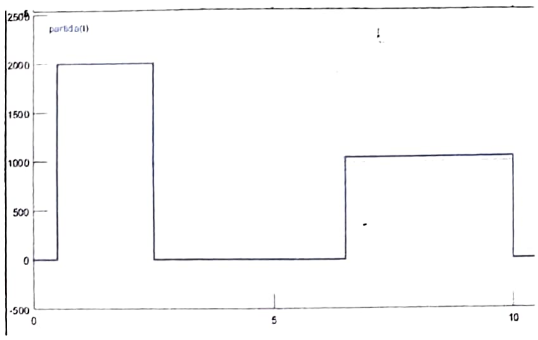

Figura 1: Solução do sinal de partida.

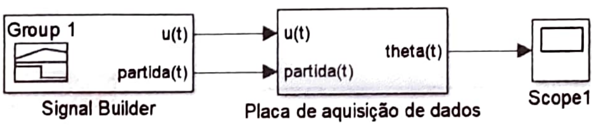

Figura 2: Sugestão de como deixar o diagrama de blocos (alto nível).

Utilize o bloco *Signal Builder* para construir o sinal de partida. Crie dois sinais nesse bloco. Um deles é o $partida(t)$, aplicado diretamente na planta durante a fase de inicialização. Essa fase tem duração de 10 segundos. Depois, o outro sinal $u(t)$ é o sinal de controle.

Vale lembrar que não aplicamos $u(t)$ no hardware. Ele aceita apenas *duty cycle* $d(t)$. Para isso selecionaremos uma função que mapeia nosso sinal de controle $0 \leq u(t) \leq 100$ para $1040 \leq t_{on}(t) \leq 2000$ e então convertemos $t_{on}(t)$ para $d(t)$:

$$t_{on}(t) = 1040 + \frac{960}{100}u(t) \tag{1}$$

$$d(t) = \frac{400}{10^6}t_{on}(t) \tag{2}$$

Uma possível solução que combina os sinais de controle e partida é apresentada na Figura 3.

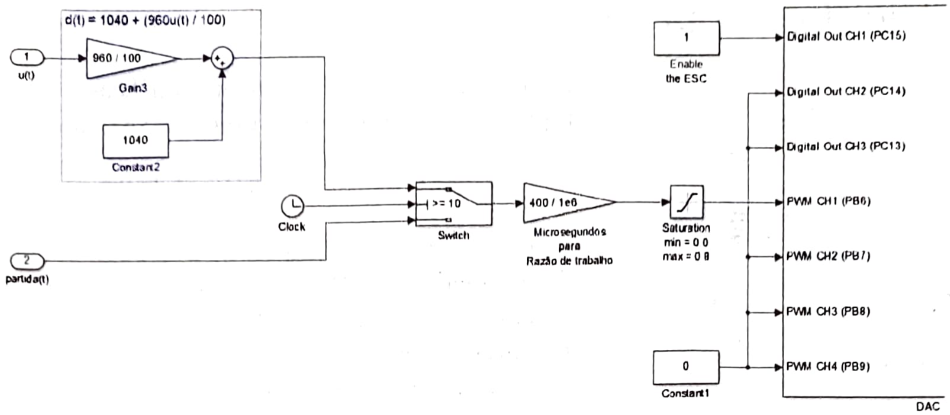

Figura 3: Solução do sinal de controle.

3 Leitura do sinal de posição angular

Conforme conversamos no primeiro encontro de laboratório, o encoder é o sensor utilizado para medir a posição angular da haste do aeropêndulo. Quando configurado na resolução máxima, o encoder produz 8000 bordas a cada 360 graus. Logo, o ganho é 360/8000 para converter para graus ou $2\pi/8000$ para produzir radianos.

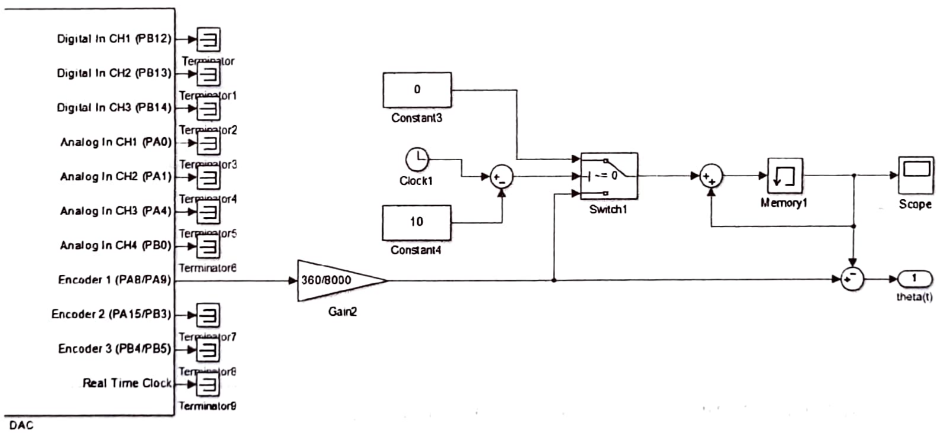

Figura 4: Solução para leitura do sinal do *encoder*.

Depois do procedimento de partida, provavelmente o encoder não marca zero. Porém, utilizaremos essa posição angular como zero. Para isso, deve-se amostrar o sinal do encoder, guardá-lo e subtrair da sua respetiva leitura. Uma possível solução é mostrada na figura acima.

4 Modelo do aeropêndulo

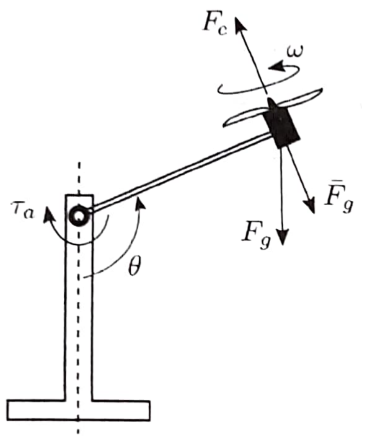

Figura 5: Representação esquemática do aeropêndulo.

Após o processo de modelagem, verifica-se que a EDO que representa o comportamento deste sistema é não-linear:

$$\ddot{\theta}(t) = -\alpha \sin(\theta(t)) - \beta\dot{\theta}(t) + \gamma\omega^2(t) \tag{3}$$

sendo α, β e γ os parâmetros do modelo que precisam ser determinados e $\theta(t)$ e $\omega(t)$ a posição angular da haste e a velocidade do motor. Precisamos validar o modelo (3). Iniciaremos levantando a curva estática do sistema.

Com base na equação (3), se fizermos $\dot{\theta}(t) = \ddot{\theta}(t) = 0$, então

$$\sin(\theta(t)) = \frac{\gamma}{\alpha}\omega^2(t) \tag{4}$$

Note que essa relação só vale para valores estacionários.

4.1 Curva estática

Qual o tipo de gráfico que você espera obter para a curva estática? Quadrático? Cúbico? Linear?

Aproximando sin(θ(t)) por θ(t) p/ θ pequeno, espera-se uma curva quadrática ⟶ (caso regule-se ω(t)) ⟶ cinética

Contudo, caso a variável de controle seja a energia com que opera o motor (proporcional a ω²(t)), espera-se uma curva linear!

O procedimento para levantar a curva estática é o seguinte:

1. Aplicar um sinal de controle constante (u_{ss})
2. Aguardar o transitório acabar
3. Medir a saída (y_{ss})
4. Repetir os itens 1, 2 e 3 (com diferentes u_{ss}) para formar um gráfico

Cuidado 2

A curva estática só vale para pontos de equilíbrio **estáveis**!

u_{ss}	y_{ss}	y_{ss}	y_{ss}
5%	6,97°	6,84°	7,06°
10%	14,76°	14,94°	15,03°
15%	25,42°	24,39°	23,18°
20%	31,27°	31,05°	32,89°
25%	37,71°	37,62°	38,07°
30%	46,75°	47,97°	47,07°
35%	56,79°	56,88°	56,56°
40%	64,98°	64,75°	65,11°

Plote o gráfico referente aos valores obtidos. Em seguida responda:

1. O resultado experimental bate com o esperado com o modelo teórico?
2. O ESC é apenas um ganho? Em caso negativo, qual a função matemática que o ESC implementa?
3. Apresente o polinômio de primeira ordem que mapeia u_{ss} para y_{ss}

1. Não, a curva observada é – grosso modo – linear.

2. Dada a resposta do item 1, imagina-se que o ESC não é apenas um ganho, mas... sim uma função da forma $x^2 . K$, pois assim se estará regulando energia e não a velocidade.

3. $y_{ss} = 0,02867 \cdot u_{ss} - 0,02401$

Aplicando a linearização de Taylor à EDO (3), chega-se na seguinte função de transferência:

$$\bigstar \quad \frac{\Delta\theta(s)}{\Delta U(s)} = \frac{\gamma}{s^2 + \beta s + \alpha\cos(\bar{\theta})} \tag{5}$$

que vale apenas em torno do ponto de operação $(\bar{u}, \bar{\theta})$.

Realize ensaios experimentais para determinar os parâmetros α, β e γ da função de transferência (que deveriam bater com os do modelo não-linear) para os pontos de operação:

⊛

$\bar{y}$	$\bar{u}$
$20\cancel{\%}^\circ$	11,337
$40\cancel{\%}^\circ$	23,513

Cuidado 3

Implemente uma rampa **suave** para levar o sistema até o ponto de operação.

Descreva o procedimento que a sua dupla/trio utilizou para obter os parâmetro e em seguida, apresente os parâmetros.

Inicialmente, para cada ponto de operação, aplicou-se o controle em ⊛ e manteve-se ele aplicado até que o sistema se estabilizasse.

Em seguida aplicou-se um degrau em cima do controle $\bar{u}$ em vigor de cerca de 10% de $\bar{u}$ (adotou-se tal valor baixo p/ evitar fugir da região de validade da linearização). Ao observar tal resposta ao degrau (em particular o tempo de pico e o máximo sobre-sinal) extraiu-se k, ξ e ω_n em cada ponto de operação e, a partir deles e de $\bigstar$, os parâmetros α, β e γ)

$40^\circ \rightsquigarrow \alpha = 30{,}41$; $\beta = 1{,}419$; $\gamma = 0{,}4718$

$20^\circ \rightsquigarrow \alpha = 30{,}457$; $\beta = 4{,}182$; $\gamma = 0{,}9067$

(em retrospecto, o degrau aplicado sobre $\bar{u}$ foi baixo demais!)

Acredita-se que por conta disso, atrito mecânico tenha interferido nas medidas.