Opakovanie lineárnej algebry, práca s vektormi

Poznámka: V lineárnom programovaní budeme pracovať so stĺpcovými vektormi, pričom

$\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $(3, -1, 5)^T$, $(3 \quad -1 \quad 5)^T$ sú rôzne zápisy toho istého stĺpcového vektora v E_3.

Pre niektorý z príkladov 1- 10 riešte nasledujúce úlohy v E_2. Úlohy riešte výpočtom aj graficky.

1. $\boldsymbol{a} = (4, -3)^T$, $\boldsymbol{b} = (4, 3)^T$
2. $\boldsymbol{a} = (3, 4)^T$, $\boldsymbol{b} = (-8, 6)^T$
3. $\boldsymbol{a} = (4, -3)^T$, $\boldsymbol{b} = (3, 4)^T$
4. $\boldsymbol{a} = (3, -4)^T$, $\boldsymbol{b} = (-8, 6)^T$
5. $\boldsymbol{a} = (-3, 4)^T$, $\boldsymbol{b} = (6, 8)^T$
6. $\boldsymbol{a} = (4, -3)^T$, $\boldsymbol{b} = (-6, 8)^T$
7. $\boldsymbol{a} = (3, 4)^T$, $\boldsymbol{b} = (8, 6)^T$
8. $\boldsymbol{a} = (4, 3)^T$, $\boldsymbol{b} = (6, 8)^T$
9. $\boldsymbol{a} = (4, -3)^T$, $\boldsymbol{b} = (6, -8)^T$
10. $\boldsymbol{a} = (4, 3)^T$, $\boldsymbol{b} = (6, -8)^T$

1. Zakreslite vektor $\boldsymbol{a}$ v súradnicovom systéme v E_2.
2. Zakreslite vektor $-\boldsymbol{a}$ v súradnicovom systéme v E_2.
3. Určte veľkosť (dĺžku) vektorov $\boldsymbol{a}$ a $-\boldsymbol{a}$. Výsledok porovnajte s ich grafickým znázornením v E_2.
4. Vynásobte vektory $\boldsymbol{b}$ reálnym číslom $\alpha = -2$.
5. Vydeľte vektory $\boldsymbol{b}$ reálnym číslom $\beta = 2$.
6. Vypočítajte a graficky znázornite (ak sa dá):
   a) súčet vektorov: $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$
   b) rozdiel vektorov: $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$
   c) veľkosť (dĺžku) rozdielu vektorov: $|\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}|$
   d) skalárny súčin vektorov: $\boldsymbol{a} \, . \, \boldsymbol{b}$.
   Určte, za akých podmienok môžete skalárny súčin vykonať **.**

7. Sú dané vektory $\boldsymbol{u} = (5,-2)^T$, $\boldsymbol{v} = (0,4)^T$, $\boldsymbol{w} = (1,-3)^T$. Riešte výpočtom aj graficky:
   a) $\boldsymbol{u} + ½ . \boldsymbol{v} - 2\boldsymbol{w}$.
   b) z bodu $\boldsymbol{x}_0=(0,0)^T$ prejdite do bodu $\boldsymbol{x}_1$ v smere vektora $\boldsymbol{u}$, potom z bodu $\boldsymbol{x}_1$ prejdite do bodu $\boldsymbol{x}_2$ v smere vektora $\boldsymbol{v}$ s dĺžkou kroku $\alpha=½$. Nakoniec prejdite z bodu $\boldsymbol{x}_2$ prejdite do bodu $\boldsymbol{x}_3$ v smere vektora $-\boldsymbol{w}$ s dĺžkou kroku $\alpha=2$.

8. Sú dané vektory $\boldsymbol{x} = (6,3,-4)^T$ a $\boldsymbol{y} = (-3,3,8)^T$. Vypočítajte:
   a) $\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}$
   b) $\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}$
   c) $|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}|$
   d) $\boldsymbol{x}^T . \boldsymbol{y}$

9. Sú dané vektory $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n)^T$ a $\boldsymbol{b} = (b_1, b_2, \ldots, b_n)^T$ a reálne číslo $\alpha \in R$. Rozpíšte výsledné vektory pomocou zložiek vektora (a) a b)). Výpočet c) a d) rozpíšte pomocou symbolu sumy a aj bez nej:
   a) $\alpha . \boldsymbol{a}$
   b) $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$
   c) $|\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}|$
   d) skalárny súčin vektorov $\boldsymbol{a}^T . \boldsymbol{b}$

10. Ak sú splnené predpoklady pre násobenie dvoch matíc, vynásobte nasledujúce matice:
   a) $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 0 \\ -1 & 5 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

   b) $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 0 \\ -1 & 5 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \\ 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$