

## Dynamické programovanie (diskrétné)

### Príklad 1

Disponujete kapitálom vo výške 6 miliónov eur. Máte možnosť zúčastniť sa obchodovania na burze, kde môžete prvý mesiac urobiť investíciu vo výške 3 mil. € a druhý mesiac 2 mil. €. Investíciu môžete urobiť v daný mesiac buď celú alebo ju neurobíte vôbec. Vykonané investície vynesú porade nasledujúce zisky v tisícoch eur: 24 a 18. Nevyužitý kapitál môžete na konci druhého mesiaca investovať do fondov a za každý milión eur môžete získať 7 tisíc eur. Máte investovať tak, aby súčet ziskov bol čo najvyšší.

Túto úlohu vyriešte **dynamickým programovaním**, pričom postupujte podľa nasledujúcich krokov: definujte stav v danom čase, určte množinu stavov, určte počiatočný a koncový stav, určte prechodovú rovnicu, určte Bellmanovu rovnicu, vypočítajte **odzadu** Bellmanovu funkciu a výpočtom odpredu určte optimálne aktivity v jednotlivých dňoch.

### Príklad 2

Je zadaná úloha 0-1 celočíselného programovania

$$\begin{aligned} \min \quad & (2x_1^2 - 4x_1) + (3x_2^2 - 9x_2) + (6x_3^2 - 10x_3) \\ \text{zp} \quad & x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \\ & x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

**Vyriešte ju pomocou dynamického programovania výpočtom odzadu! Nezabudnite definovať stav, množinu stavov, prechodovú funkciu a zostaviť Bellmanovu rovnicu!**

Pozn. Bude to úloha s voľným koncom.

### Príklad 3

Môžete štyri dni obchodovať na trhu s autami. Každý deň môžete urobiť iba jednu transakciu: buď kúpite jedno auto alebo predáte jedno auto, alebo sa trhu nezúčastníte. K dispozícii máte garáž s **jedným** miestom pre auto, kde musí byť auto schované cez noc. Na začiatku prvého dňa máte dostatočne veľký kapitál na nákup jedného auta, na konci posledného dňa (resp. na začiatku 5. dňa) máte opúšťať trh pešo s čo najväčším ziskom.

Danú úlohu vyriešte **dynamickým programovaním**, pričom postupujte podľa nasledujúcich krokov: definujte stav v danom čase, určte množinu stavov, určte počiatočný a koncový stav, určte prechodovú rovnicu, určte Bellmanovu rovnicu, vypočítajte **odzadu** Bellmanovu funkciu a výpočtom odpredu určte optimálne aktivity v jednotlivých dňoch!

### Príklad 4

Disponujete kapitálom vo výške 6 miliónov eur. Máte možnosť zúčastniť sa obchodovania na burze, kde môžete prvý mesiac urobiť investíciu vo výške 3 mil. eur a druhý mesiac vo výške 2 mil. eur. Investíciu môžete urobiť v daný mesiac buď celú alebo ju neurobíte vôbec. Vykonané investície vynesú porade nasledujúce zisky v tisícoch eur: 24 a 18. Nevyužitý kapitál môžete na konci druhého mesiaca investovať do fondov. Ak investujete najviac 3 milióny, tak z každého milióna získame 10 tisíc eur. Z každého milióna nad 3 získame iba 5 tisíc eur. Máte investovať tak, aby súčet ziskov bol čo najvyšší.

Túto úlohu vyriešte **dynamickým programovaním**, pričom postupujte podľa nasledujúcich: definujte stav v danom čase, určte množinu stavov, určte počiatočný a koncový stav, určte prechodovú rovnicu, určte Bellmanovu rovnicu, vypočítajte **odzadu** Bellmanovu funkciu a výpočtom odpredu určte optimálne aktivity v jednotlivých dňoch.

### Obmeny vyššie uvedených príkladov

Bellmanovu rovnicu v príkladoch 1 – 4 počítajte výpočtom **odpredu**.