DO – Tvorba modelov s deliteľnosťami

1. Úloha plánovania výroby

Výrobok V1, ktorého je pred začatím výroby v zásobe 30 jednotiek, sa môže predávať samostatne a súčasne je polotovarom pri výrobe výrobku V2, pričom na 1 jednotku výrobku V2 sa potrebujú 3 jednotky výrobku V1.

S ohľadom na kapacitné podmienky možno vyrobiť najviac 270 jednotiek výrobku V1. Je potrebné zabezpečiť výrobu aspoň 60 jednotiek výrobku V2.

a) Vytvorte lineárny model úlohy, ktorá **maximalizuje objem výroby výrobku V2** za daných podmienok! (Podmienky v modeli uveďte v modeli v poradí, ako sú uvedené v zadaní.)
b) Vyriešte danú úlohu **graficky**!
c) Na základe grafického riešenia vypíšte **všetky krajné body množiny prípustných riešení**.
d) Úlohu **vyriešte pomocou solvera** a porovnanie ho s grafickým riešením.
e) Vytvorte kanonický tvar sústavy štrukturálnych podmienok z bodu a/.
f) Nasledujúce vektory sú riešeniami sústavy lineárnych rovníc v kanonickom tvare. Určte, ktoré sú:
   - iba riešeniami,
   - bázickými **neprípustnými** riešeniami,
   - bázickými **prípustnými** riešeniami.

$$a)\begin{pmatrix}0\\0\\30\\270\\-60\end{pmatrix},b)\begin{pmatrix}0\\10\\0\\270\\-50\end{pmatrix},c)\begin{pmatrix}270\\80\\60\\0\\20\end{pmatrix},d)\begin{pmatrix}0\\60\\-150\\270\\0\end{pmatrix},e)\begin{pmatrix}-30\\0\\0\\300\\-60\end{pmatrix},f)\begin{pmatrix}270\\0\\300\\0\\-60\end{pmatrix},g)\begin{pmatrix}270\\100\\0\\0\\40\end{pmatrix}$$

g) Nájdite všetky ďalšie bázické prípustné riešenia úlohy v kanonickom tvare. Až koľko bázických riešení (prípustných a neprípustných dohromady) môže mať táto úloha?
h) Porovnajte všetky bázické prípustné riešenia úlohy v kanonickom tvare s krajnými bodmi, získanými grafickým riešením.

1A. Úloha plánovania výroby – zmena účelovej funkcie

a) Riešte úlohu zo zadania príkladu 1, ktorá **minimalizuje celkovú spotrebu suroviny S**, ak na jednu jednotku výrobku V1 potrebujete 3 jednotky suroviny S a na jednotku výrobku V2 potrebujete 2 jednotky suroviny S!
b) Ako sa zmení sústava štrukturálnych podmienok, vytvorených v bode a) a ako sústava zodpovedajúcich štrukturálnych podmienok z bodu e)?
c) Vyriešte úlohu graficky a riešenie porovnajte s riešením pomocou solveru.

<u>Riešenie:</u> *1/max V2 = 100 jednotiek, 1A/ min spotreba suroviny = 570*

2. Zmiešavacia úloha

Zistite, ako treba zmiešať 3 druhy liehu s parametrami uvedenými v tabuľke, ak chceme získať nový roztok liehu s parametrami:

- obsah čistého alkoholu presne 60 %
- výhrevnosť aspoň 12 MJ/l.

Výhrevnosť aj obsah alkoholu nového roztoku liehu vzniknutého zmiešaním iných liehov je daný váženým aritmetickým priemerom.

Lieh	Obsah čistého alkoholu [%]	Výhrevnosť [MJ/l]	Cena [€/l]
1. druh	30	9	11
2. druh	50	11	18
3. druh	80	16	25

Pre úlohy a) – d) s použitím uvedených podmienok zmiešavacej úlohy vytvorte matematické modely, vyriešte ich v solveri a vytvorte kanonické tvary modelov:

a) Riešte úlohu, ktorá zabezpečí vytvorenie nového roztoku liehu **s najlacnejšou jednotkovou cenou** (cenou za liter).
b) Riešte úlohu a), pričom model má navyše vyjadrovať, že vyrobíte 200 l nového liehu. Výsledok overte porovnaním s riešením z bodu a).
c) Riešte úlohu (vytvorte model), ktorá zabezpečí **najväčší zisk za liter nového roztoku liehu**, ak predajná cena nového liehu je 25 €/l a ceny jednotlivých druhov liehu predstavujú nákupné ceny.
d) Riešte úlohu, ktorá zabezpečí čo najväčšie vyrobené množstvo nového roztoku liehu, ak disponibilné množstvo pôvodných liehov je obmedzené – k dispozícii máme iba 500 l liehu prvého druhu, 1000 l liehu druhého a 800 l liehu tretieho druhu.
e) Pomocou matematických symbolov **napíšte všeobecný tvar zmiešavacej úlohy.**

<u>Riešenie:</u> *a/ 1 liter optimálnej zmesi bude stáť 19,40 €, pričom sa zmieša 0,4 l liehu prvého druhu a 0,6 l liehu tretieho druhu (alebo nový lieh bude obsahovať 4 diely (resp. 40%) liehu prvého druhu a 6 dielov (resp. 60%) tretieho druhu.*
b/ 200 litrov optimálnej zmesi bude stáť 3880 €, pomer zmiešania musí odpovedať riešeniu z bodu a/.
c/ Zisk za liter je 5,60 € (25-19,40). Porovnajte modely a/ a c/. Prečo je riešenie rovnaké?
d/ Vyrobí sa 2000 l nového liehu.

DO – Tvorba modelov s deliteľnosťami

3. Dopravná úloha

Napíšte lineárny model úlohy, kde zo skladov 1, 2, 3 o kapacitách 15, 20, 18 zásobujeme zákazníkov 1, 2, 3, 4 s požiadavkami 8, 6, 5, 7.

	O1	O2	O3	O4
S1	1	3	5	3
S2	5	3	2	5
S3	3	3	6	1

Pre úlohy a) – c) s použitím uvedených podmienok dopravnej úlohy vytvorte matematické modely, vyriešte ich v solveri a vytvorte kanonické tvary modelov:

a) Máte navrhnúť čo najlacnejšie zásobovanie, ak s každou jednotkou tovaru prepravenou zo skladu *i* k zákazníkovi *j* zaplatíte náklady c_{ij}, uvedené v tabuľke.

b) K úlohe a/ pridajte nasledujúcu podmienku: Navyše zaplatíme za vypravenie každej samostatnej zásielky z každého skladu 30.

c) Navrhnite čo najlacnejšie zásobovanie, ak tovar môžete prepravovať iba v kontajneroch s kapacitou 3 a s každým kontajnerom prepraveným zo skladu *i* k zákazníkovi *j* zaplatíte náklady ($3*c_{ij}$), uvedené v tabuľke (platíte za kontajnery, nie za množstvá).

d) Pomocou matematických symbolov napíšte všeobecný **tvar dopravnej úlohy**.

<u>Riešenie:</u> *a/ Celkové optimálne náklady na zásobovanie sú 43.*
b/ Celkové optimálne náklady na zásobovanie sú 163.
c/ Celkové optimálne náklady na zásobovanie sú 48.