

Gauss-Jordanova eliminačná metóda riešenia sústavy lineárnych rovníc o m riadkoch a n premenných

- o. Definujme maticu A typu $(m, n+1)$ a vektor B dĺžky m . A je rozšírená matica sústavy lineárnych rovníc, vektor B nazveme bázou (bázickým vektorom).
1. Koeficienty sústavy rovníc prepíšeme do matice A , tak že $(n+1)$ -vý stĺpec bude obsahovať koeficienty stĺpca pravých strán sústavy.
2. Postupne prechádzame riadky $i=1..m$. Prvý nenulový koeficient zľava v riadku i nazveme *pivotom*. Index pivotového stĺpca (stĺpca, v ktorom sa nachádza pivot) označíme s . Pivotový riadok (riadok, ktorý sa práve spracováva) označím r .
 - 2a. Ak všetky koeficienty v riadku i sú nulové, prejdeme na spracovávanie ďalšieho riadku, t.j. položíme $i=i+1$ a prejdeme na bod 2. (Pre takýto riadok môžeme položiť $B[i]=0$ alebo záporné celé číslo).
 - 2b. Ak pivot je v stĺpci $n+1$, **úloha nemá žiadne riešenie, koniec**. (Pretože hodnosť matice sústavy je menšia ako hodnosť rozšírenej matice).
 - 2c. Ak neplatí ani bod 2a ani bod 2b, potom index pivotového stĺpca s uložíme do $B[i]$, teda $B[i]=s$ a celý pivotový riadok vydelíme pivotom, t.j. po tomto kroku bude aktuálny pivot rovný 1.
 - 2d. **Pivotová transformácia**. Postupne upravíme riadky $k=1..m, k \neq r$ elementárnymi maticovými úpravami, tak, aby po úpravách boli koeficienty pivotového stĺpca (okrem samotného pivota) rovné 0. Teda pre každé $k=1..m, k \neq r$ vynásobíme celý pivotový riadok opačným koeficientom ku koeficientu a_{ks} (teda číslom $-a_{ks}$), pripočítame ho k riadku k a výsledok zapíšeme do riadka k .
3. V prípade, že úloha má riešenie, bude výsledná matica okrem stĺpca $n+1$ (stĺpec pravých strán sústavy) obsahovať iba nuly a jednotky. Vyhodnotenie riešenia:
 - 3a. Ak počet nenulových riadkov vo výslednej matici je rovný počtu premenných n , potom má sústava jediné riešenie, ktoré získam pre každé $i=1..m$ a pre každé $B[i]>0$ takto: $x[B[i]]=A[i, n+1]$. **Koniec - úloha má práve 1 riešenie**.
 - 3b. Ak počet nenulových riadkov vo výslednej matici A je menší ako počet premenných n , potom **má sústava nekonečne veľa riešení, koniec**.

Poznámky

Pivotový riadok - riadok, v ktorom sa nachádza pivot (v jednom riadku môže byť najviac jeden pivot)

Pivotový stĺpec - stĺpec, v ktorom sa nachádza pivot (v jednom stĺpci môže byť najviac jeden pivot)

Sústava lineárnych rovníc **má riešenie jedine vtedy**, ak hodnosť matice koeficientov sústavy sa rovná hodnosti matice sústavy rozšírenej o stĺpec pravých strán, t.j. $h(A_n) = h(A_{n+1})$.

Sústava lineárnych rovníc **má práve jedno riešenie**, ak sa hodnosti matice sústavy a matice rozšírenej matice sústavy rovnajú a ak je táto hodnosť rovná počtu premenných, t.j. $h(A_n) = h(A_{n+1}) = n$.

Sústava lineárnych rovníc **má nekonečne veľa riešení**, ak sa hodnosti matice sústavy a matice rozšírenej matice sústavy rovnajú a ak je táto hodnosť menšia ako počet premenných, t.j. $h(A_n) = h(A_{n+1}) < n$.