

## Opakovanie lineárnej algebry

### Príklad 1

Máme sústavu vektorov:  $x_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $x_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$  a  $x_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$ .

- a/ Určte, či sú vektory  $x_1$  a  $x_2$  závislé alebo nie (t.j. či tvoria závislú alebo nezávislú sústavu vektorov v  $E_2$ )?
- b/ Určte hodnotu sústavy vektorov  $x_1$  a  $x_2$  (resp. hodnotu matice, vytvorenej z týchto vektorov) !
- c/ Tvoria vektory  $x_1$  a  $x_2$  bázu vektorového priestoru  $E_2$ ?
- d/ Určte, či sú vektory  $x_1$  a  $x_3$  závislé alebo nie (t.j. či tvoria závislú alebo nezávislú sústavu vektorov v  $E_2$ )?
- e/ Vyjadrite koeficienty rozkladu vektora  $x_1$  v báze tvorenej vektormi  $x_2$  a  $x_3$ !

### Príklad 2

Máme sústavu vektorov:  $x_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $x_2 = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $x_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  a  $x_4 = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$ .

- a/ Tvoria vektory  $x_1$  až  $x_4$  bázu vektorového priestoru  $E_3$ ?
- b/ Tvoria vektory  $x_1$  až  $x_4$  bázu vektorového priestoru  $E_4$ ?
- c/ Určte hodnotu sústavy vektorov  $x_1$  až  $x_4$ !
- d/ Na základe riešenia c/ určte, či je možné z vektorov  $x_1$  až  $x_4$  zostaviť bázu vektorového priestoru  $E_3$ !
- e/ Určte všetky bázy vektorového priestoru  $E_3$ , ktoré možno zostaviť z vektorov  $x_1$  až  $x_4$ !
- f/ Vyjadrite koeficienty rozkladu vektora  $x_4$  v báze tvorenej vektormi  $x_1$  až  $x_3$ !
- g/ Je vektor  $x_4$  lineárnou kombináciou vektorov  $x_1$  až  $x_3$ ?
- h/ Je vektor  $x_4$  konvexnou kombináciou vektorov  $x_1$  až  $x_3$ ?
- i/ Je vektor  $x_5 = (2, 2, 2)^T$  konvexnou kombináciou vektorov  $x_1$ ,  $x_3$  a  $x_4$ ?
- j/ Je vektor  $x_6 = (1, 1, 1)^T$  konvexnou kombináciou vektorov  $x_1$ ,  $x_3$  a  $x_4$ ?

### Príklad 3

Riešte sústavu lineárnych rovníc, ktorá má práve jedno riešenie:

$$\begin{array}{rrcr} -5x_1 & + & 3x_2 & + & 6x_3 & = & 11 \\ 4x_1 & & & - & x_3 & = & 17 \\ & -10x_2 & + & 20x_3 & = & 0 \end{array}$$

### Príklad 4

Riešte sústavu lineárnych rovníc, ktorá má práve nekonečne veľa riešení:

$$\begin{array}{rrcr} -5x_1 & + & 3x_2 & + & 6x_3 & = & 11 \\ 10x_1 & + & 4x_2 & - & 32x_3 & = & -22 \\ & 5x_2 & - & 10x_3 & = & 0 \end{array}$$

### Príklad 5

Riešte sústavu lineárnych rovníc, ktorá nemá žiadne riešenie:

$$\begin{array}{rrcr} 5x_1 & + & 3x_2 & - & 4x_3 & = & -3 \\ 4x_2 & & & + & 8x_3 & = & 3 \\ 5x_1 & + & 7x_2 & + & 4x_3 & = & 20 \end{array}$$