

Zusammenfassung Abbildungen

31 May 2024 11:09

Abbildungen in Ebene

Streckung um λ_1 in x und λ_2 in y	orthogonale Projektion auf die Gerade $g: ax + by = 0$ mit $a^2 + b^2 \stackrel{!}{=} 1$	Spiegelung an der Geraden $g: ax + by = 0$ mit $a^2 + b^2 \stackrel{!}{=} 1$	Rotation um den Ursprung um Winkel φ	Scherung in x-Richtung mit Faktor m
$\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1-a^2 & -ab \\ -ab & 1-b^2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1-2a^2 & -2ab \\ -2ab & 1-2b^2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & m \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Abbildungen im Raum

Orthogonale Projektion auf die x/y-Ebene	Spiegelung an der x/y-Ebene	Orthogonale Projektion auf die x-Achse	Spiegelung an der x-Achse
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
Orthogonale Projektion auf die x/z-Ebene	Spiegelung an der x/z-Ebene	Orthogonale Projektion auf die y-Achse	Spiegelung an der y-Achse
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
Orthogonale Projektion auf die y/z-Ebene	Spiegelung an der y/z-Ebene	Orthogonale Projektion auf die z-Achse	Spiegelung an der z-Achse
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Ursprung:

- normierter Richtungsvektor

$$|\vec{a}| \stackrel{!}{=} 1$$

Bsp $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$
 $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$$\begin{pmatrix} \cos(\varphi) + a_1^2(1 - \cos(\varphi)) & a_1 a_2(1 - \cos(\varphi)) - a_3 \sin(\varphi) & a_1 a_3(1 - \cos(\varphi)) + a_2 \sin(\varphi) \\ a_1 a_2(1 - \cos(\varphi)) + a_3 \sin(\varphi) & \cos(\varphi) + a_2^2(1 - \cos(\varphi)) & a_2 a_3(1 - \cos(\varphi)) - a_1 \sin(\varphi) \\ a_1 a_3(1 - \cos(\varphi)) - a_2 \sin(\varphi) & a_2 a_3(1 - \cos(\varphi)) + a_1 \sin(\varphi) & \cos(\varphi) + a_3^2(1 - \cos(\varphi)) \end{pmatrix}$$

	30°	45°	60°	90°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

BSP Orthogonale Projektion

$g: 3x - 4y = 0$ $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$
 $3^2 + 4^2 = 25 \neq 1 \Rightarrow g: 3/\sqrt{25}x - 4/\sqrt{25}y = 0$
 $\Rightarrow 0.6x - 0.8y = 0$
 $P = \begin{pmatrix} 0.64 & 0.48 \\ 0.48 & 0.36 \end{pmatrix} \Rightarrow p(\vec{x}) = P \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 3.2 \\ 2.4 \end{pmatrix}$

Orthogonale Projektion auf Ebene

$E: ax + by + cz = 0$ mit $a^2 + b^2 + c^2 \stackrel{!}{=} 1$

$$P = \begin{pmatrix} 1-a^2 & -ab & -ac \\ -ab & 1-b^2 & -bc \\ -ac & -bc & 1-c^2 \end{pmatrix}$$

Spiegelung auf Ebene

$E: ax + by + cz = 0$ mit $a^2 + b^2 + c^2 \stackrel{!}{=} 1$

$$S = \begin{pmatrix} 1-2a^2 & -2ab & -2ac \\ -2ab & 1-2b^2 & -2bc \\ -2ac & -2bc & 1-2c^2 \end{pmatrix}$$

Rotationen

Z-Achse X-Achse Y-Achse

$$\begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ 0 & \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & 0 & \sin(\varphi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\varphi) & 0 & \cos(\varphi) \end{pmatrix}$$

sin cos tan Chart



	0° (or) 0	30° (or) $\frac{\pi}{6}$	45° (or) $\frac{\pi}{4}$	60° (or) $\frac{\pi}{3}$	90° (or) $\frac{\pi}{2}$
sin θ	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos θ	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan θ	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Not Defined