

Temat ćwiczenia nr 1:

Wyznaczanie zapasu stabilności w układach regulacji.

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie zapasu wzmocnienia i zapasu fazy, przy założeniu, że dostępne są charakterystyki częstotliwościowe układu otwartego: logarytmiczna amplitudowa i fazowa (wykresy Bodego) lub amplitudowo-fazowa (punkt 1.3) oraz takie zaprojektowanie układu regulacji (dobór regulatora P), aby w układzie zapewnić określony zapas fazy (punkt 1.4).

Zadanie należy wykonać w czasie zajęć laboratoryjnych na UPEL (wyłącznie ta praca będzie podstawą do oceny tego ćwiczenia. Poprawne wykonanie punktu 1.3 stanowi 2/3 ćwiczenia, a punktu 1.4 1/3 ćwiczenia).

Uwaga: W celu zaliczenia ćwiczenia należy przez zadanie na UPEL (Ćwiczenie nr 1-przesyłanie zadań) wysłać w trakcie trwania ćwiczeń wypełniony szablon sprawozdania (do pobrania w zakładce Szablony sprawozdania ćwiczenia nr 1) w formacie pdf.

1.1. Wyznaczanie zapasu wzmocnienia i zapasu fazy z charakterystyk logarytmicznych: amplitudowej i fazowej.

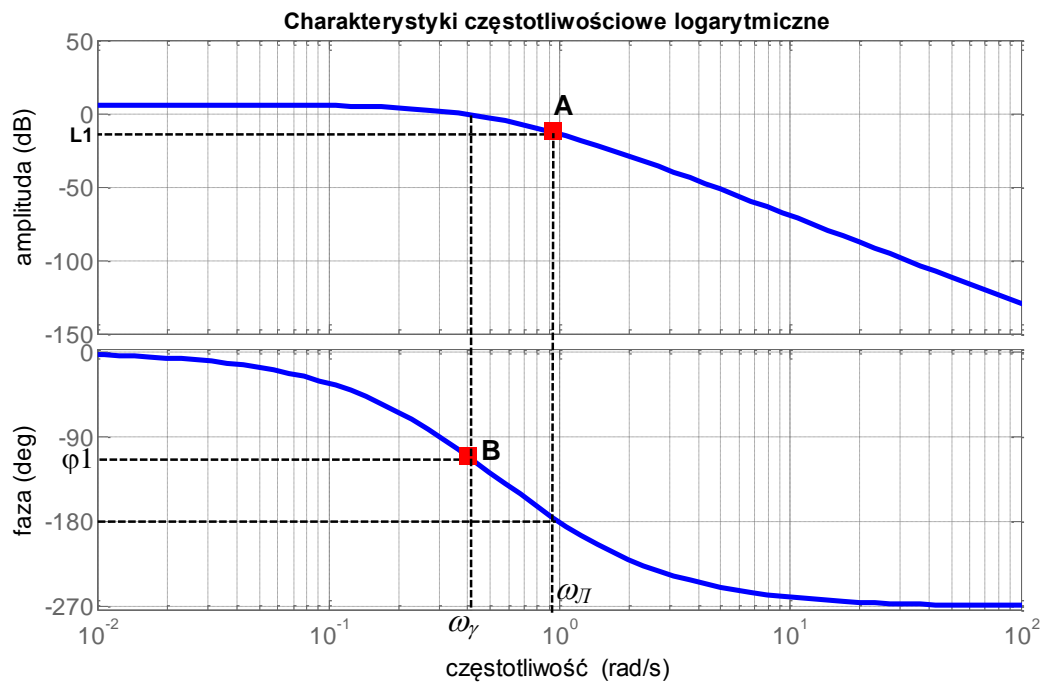
Zapas wzmocnienia i zapas fazy są to parametry, które pozwalają określić „jak daleko” układ regulacji (zamknięty) znajduje się od granicy stabilności.

Zapas wzmocnienia (zapas modułu) K_d (ang. gain margin) – określany jest w punkcie dla częstotliwości ω_{π} (częstotliwość odcięcia fazy), w którym faza osiąga wartość -180° . Jego wartość określa **ile razy** można zwiększyć wzmocnienie zanim układ straci stabilność.

Zapas fazy γ (ang. phase margin) – jest to wartość fazy dla częstotliwości ω_{γ} (częstotliwość odcięcia modułu), przy której wzmocnienie wynosi 1 (0 dB). Bada się wówczas o **ile** zwiększy się przesunięcie fazowe, zanim osiągnie wartość -180° .

Interpretacja zapasu wzmocnienia i zapasu fazy jest szczególnie wyraźna na wykresach logarytmicznych modułu i fazy (Bodego), gdzie obydwa zapasy są określane wprost przez rzędne wykresów charakterystyk modułu i fazy w punktach ω_{π} i ω_{γ} . Zapas wzmocnienia ΔL_m wyznaczony bezpośrednio z tych charakterystyk jest wyrażony w dB. Zależność między zapasem wzmocnienia bezwymiarowym K_d a zapasem wzmocnienia wyrażonym w decybelach ΔL_m wyraża się wzorem:

$$\Delta L_m = 20 \log K_d \quad (1.1)$$



Rys.1.1a. Punkty, w których odczytuje się zapas wzmocnienia (A) i zapas fazy (B)

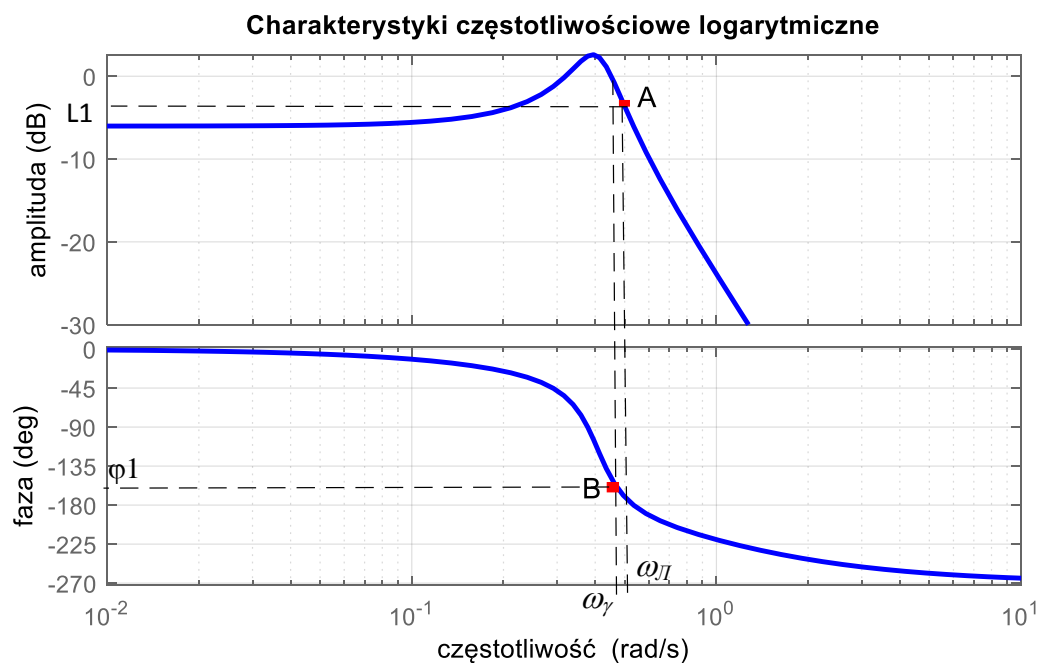
Wyznaczanie zapasów stabilności z charakterystyk z rysunku 1.1a :

Zapas wzmocnienia:

$$\Delta L_m = -L1 \quad (1.2)$$

Zapas fazy:

$$\gamma = 180^\circ + \phi1 \quad (1.3)$$



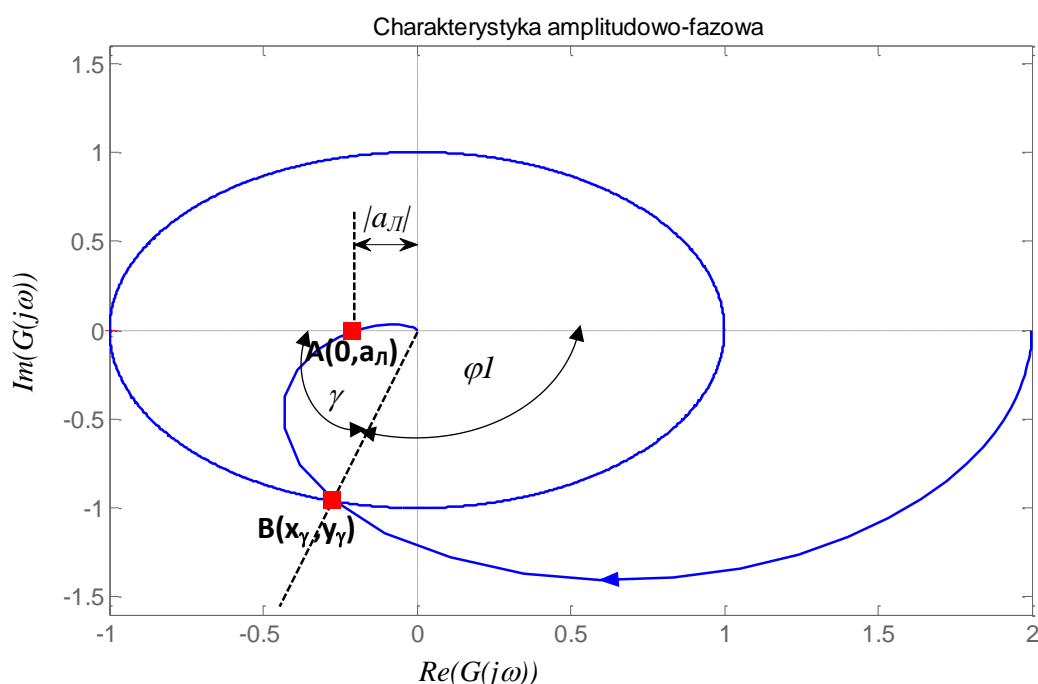
Rys.1.1b. Punkty, w których odczytuje się zapas wzmocnienia (A) i zapas fazy (B)

Charakterystyka amplitudowa częstotliwościowa może przyjmować wartość 0 dB w dwóch punktach (rys. 1.1b). Wtedy zapas fazy odczytuje się dla punktu przecięcia (0 dB), któremu odpowiada większa częstotliwość (punkt A).

1.2. Wyznaczanie zapasu wzmocnienia i zapasu fazy z charakterystyki amplitudowo-fazowej (Nyquista).

Zapas wzmocnienia K_d – odwrotność długości odcinka ($|a_{\Pi}|$) wyznaczonego przez początek układu współrzędnych oraz punkt przecięcia charakterystyki amplitudowo-fazowej z ujemną półosią $Re(G(j\omega))$.

Zapas fazy γ - kąt między półprostą wychodzącą z początku układu współrzędnych i przechodzący przez punkt przecięcia charakterystyki amplitudowo-fazowej z okręgiem jednostkowym i ujemną półosią $Re(G(j\omega))$.



Rys.1.2a. Punkty, w których odczytuje się zapas wzmocnienia (A) i zapas fazy (B)

Wyznaczanie zapasów stabilności z charakterystyk z rysunku 1.2a:

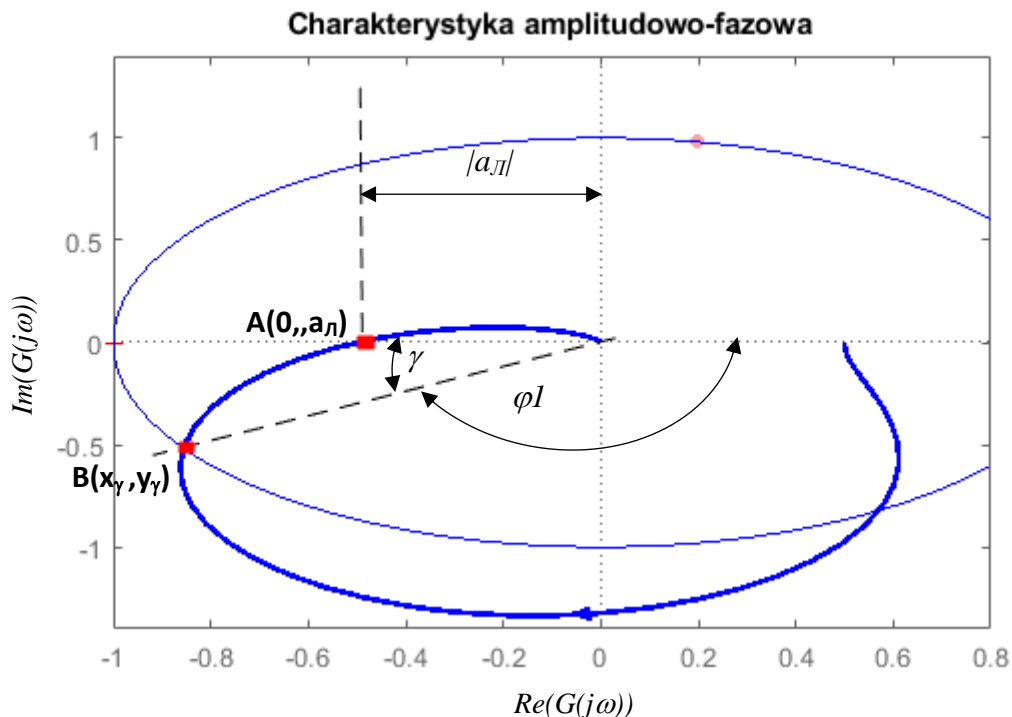
Zapas wzmocnienia:

$$K_d = \frac{1}{|a_{\Pi}|} \quad (1.4)$$

Zapas fazy:

$$\gamma = \arctg\left(\frac{y_{\gamma}}{x_{\gamma}}\right) \quad (1.5)$$

Charakterystyka amplitudowo-fazowa może przecinać okrąg jednostkowy w dwóch punktach (rys. 1.2b). Wtedy zapas fazy odczytuje się dla punktu przecięcia, któremu odpowiada większa częstotliwość (punkt A).



Rys.1.2b. Punkty, w których odczytuje się zapas wzmacnienia (A) i zapas fazy (B)

1.3.Przebieg ćwiczenia (2/3 ćwiczenia)

Na UPEL należy wygenerować transmitancje obiektów (przycisk Run), a następnie dla tych transmitancji w pakiecie MATLAB wykonać kolejno (jednocześnie uzupełniając szablon sprawozdania):

- Wykreślić charakterystyki amplitudową i fazową dla układu otwartego (funkcja **bode** oraz **grid**).
- Wyznaczyć zapasy wzmacnienia wyrażone w decybelach dla kolejnych układów: $dL1$, $dL2$, $dL3$, $dL4$ (rys. 1.1a lub rys.1.1b) (**nie wykorzystując funkcji margin**);
- Wyznaczyć (z w/w charakterystyk) odpowiednio bezwymiarowe zapasy wzmacnienia: $Kd1$, $Kd2$, $Kd3$, $Kd4$ (wzór 1.1) oraz zapasy fazy: $df1$, $df2$, $df3$, $df4$ (rys.1.1a lub rys.1.1b) (**nie wykorzystując funkcji margin**);
- Wyznaczyć charakterystykę amplitudowo-fazową dla układu otwartego (funkcja **nyquist** oraz **grid**).
- Wykorzystując charakterystyki amplitudowo-fazowe, wyznaczyć bezwymiarowe zapasy wzmacnienia: Kd_1 , Kd_2 , Kd_3 , Kd_4 (wzór 1.4.) oraz zapasy fazy: df_1 , df_2 , df_3 , df_4 (wzór 1.5.)

1.4. Wyznaczenie wzmocnienia układu dla zadanego zapasu fazy γ (1/3 ćwiczenia)

Dla układu z jednostkowym sprzężeniem zwrotnym, zawierającym w torze głównym transmitancję: $G(s)$ wygenerowaną na (UPEL w zakładce *Ćwiczenie nr 1.4- Zaprojektuj układ regulacji*), należy wyznaczyć wzmocnienie układu K , które zapewni w tym układzie zapas fazy γ równy wartości wygenerowanej losowo (w w/w zakładce na UPEL) z przedziału $\langle 30^0 ; 60^0 \rangle$.

Zadanie należy rozwiązać pisząc funkcję *zapas_fazy*, która zwraca szukaną wartość wzmocnienia K . Funkcja powinna posiadać trzy parametry:

- num - wektor odpowiadający współczynnikom w liczniku transmitancji $G(s)$
- den - wektor odpowiadający współczynnikom mianownika transmitancji $G(s)$
- df - zapas fazy, który chcemy zapewnić w układzie regulacji

Nagłówek funkcji:

```
function K = zapas_fazy(num,den,df)
```

Poprawność napisanej funkcji należy sprawdzić dla wygenerowanych danych.

1.5. Funkcje Matlaba wykorzystywane w ćwiczeniu.

atand – funkcja obliczająca arctg zadanej wartości w stopniach

bode – funkcja wykreślająca charakterystyki częstotliwościowe: amplitudową i fazową dla zadanej transmitancji np. *bode(L,M)* lub *bode(L,M,w)*, gdzie L , M – licznik i mianownik transmitancji, w – samodzielnie zdefiniowany wektor pulsacji np. $w = 0:0.001:100$;

conv – funkcja, która mnoży dwa wielomiany (wektory) A i B i zwraca ich iloczyn w wektorze C np. $C = \text{conv}(A,B)$;

figure – funkcja tworząca nowe okno w Matlabie (*figure*) i umożliwiającą nadanie kolejnym oknom numerów (argument funkcji Nr) np. *figure(Nr)* ;

fminsearch – funkcja znajduje minimum lokalne podanej funkcji *fun* w otoczeniu punktu początkowego x_0 i zwraca w parametrach wyjściowych wartość argumentu D funkcji *fun*, dla której funkcja *fun* przyjmuje wartość minimalną oraz błąd E z jakim została ona obliczona np. $[D, E] = \text{fminsearch}(\text{fun}, x_0)$;

ginput – funkcja umożliwiająca odczytanie i zapamiętanie (parametry wyjściowe funkcji x i y) współrzędnych zaznaczonych w oknie (poprzez kliknięcie) punktów (gdzie znajduje się interesujący nas przebieg). Argument funkcji określa liczbę punktów N , które będą

zaznaczone, a parametry wyjściowe x i y są wektorami (kolumnowymi) o długości N zawierającymi odpowiednio współrzędne x i y zaznaczonych kolejno punktów np. $[x,y]=ginput(N)$;

grid – funkcja tworząca siatkę w układzie współrzędnych np. *grid* lub *grid on* tworzy siatkę, *grid off* usuwa siatkę.

hold – funkcja pozwalająca na dodawanie nowych przebiegów (do już istniejących) w tym samym układzie współrzędnych np. *hold* lub *hold on* włącza możliwość dodawania grafiki, *hold off* wyłącza tę opcję.

linspace – funkcja umożliwiająca tworzenie wektora (wiersza) w o dokładnie określonej długości N , pomiędzy punktem początkowym F a punktem końcowym G np. $w=linspace(A,B,N)$;

log10 – funkcja obliczająca logarytm dziesiętny

nyquist - funkcja wykreślająca charakterystykę amplitudowo-fazową dla zadanej transmitancji np. $nyquist(L,M)$ lub $nyquist(L,M,w)$, gdzie L , M – licznik i mianownik transmitancji, w – samodzielnie zdefiniowany wektor pulsacji np. $w = 0:0.001:1000$. Można uruchomić również funkcję w formie: $[Re,Im]=nyquist(L,M,w)$ wtedy w wektorach Re i Im pamiętane są kolejne punkty charakterystyki.

pause – funkcja, która przerywa wykonywanie np. skryptu na N sekund *pause* (N) lub do czasu naciśnięcia dowolnego klawisza: *pause* (bez parametrów);

plot – funkcja wykreślająca wykres zależności wektora Y od wektora X np. $plot(X,Y)$;

zoom – funkcja włączająca: *zoom on* lub wyłączająca: *zoom off* możliwość powiększania wskazanego obszaru w oknie.

Uwaga:

Do wykreślenia okręgu jednostkowego w ćwiczeniu (pkt. 1.2) najłatwiej jest wykorzystać równanie trygonometryczne okręgu:

$$\begin{cases} x = x_0 + r \cos \omega \\ y = y_0 + r \sin \omega \end{cases} \quad (1.6)$$

gdzie: r – promień okręgu, (x_0, y_0) – współrzędne środka okręgu, ω - kąt zmieniający się od 0 do 2π .

W celu wykreślenia okręgu jednostkowego o środku w początku układu współrzędnych ($r=1$; $x_0=0$; $y_0=0$), należy stworzyć wektor ω :

$w=linspace(0, 2*pi, 1000)$;

wektor x :

$x = \cos(w)$;

oraz wektor y :

$y = \sin(w)$;

a następnie (po uruchomieniu funkcji *hold on*) wykreślić okąg:

$plot(x,y)$