T6. 解：对3个数进行因数分解得

$168 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 7^1$，$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1$，$495 = 3^2 \cdot 5^1 \cdot 11^1$

故 $(168, 180, 495) = 3^1 = 3$，$[168, 180, 495] = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \cdot 7^1 \cdot 11^1$

$= 27720$.

T7. 若 $(a,b)=1$，$c \mid a+b$. 证明：$(c,a)=(c,b)=1$.

证明：设 $d=(c,a)$，则 $d \mid c$，又 $c \mid a+b$，故 $d \mid a+b$

又因为 $d \mid a$，得 $d \mid b$，所以 $d \mid (a,b)=1$，即 $d=1$.

同理可得 $(c,b)=(c,a)=1$.

T8. 设 $n \geq 1$. 证明：$(n!+1, (n+1)!+1)=1$

证明：设 $d=(n!+1, (n+1)!+1)$，则 $d \mid n!+1$，$d \mid (n+1)!+1$

所以 $d \mid (n!+1)(n+1)-[(n+1)!+1] = n+1-1 = n$，又 $n!+1-n(n-1)!=1$

所以 $(n, n!+1)=1$，得 $d \mid 1 \Rightarrow d=1$，证毕.

T9. 若 $(a,4)=(b,4)=2$，证明：$(a+b,4)=4$.

证明：$(a,4)=(b,4)=2 \Rightarrow (\frac{a}{2},2)=(\frac{b}{2},2)=1$. 所以

$a, b$ 可表示为 $a=4k_1+2$，$b=4k_2+2$，$k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$ (或利用辗转相除)

则 $a+b=4(k_1+k_2+1)$，$4 \mid a+b$，故 $(a+b,4)=4$.

T10. 证明：$\sqrt{3}$ 和 $\log_3 7$ 都是无理数。

No: 

Date: 

证明：① $\sqrt{3}$：假设 $\sqrt{3}$ 为有理数，由 $1<\sqrt{3}<2$ 知 $\sqrt{3}$ 不是整数，由定义，存在 $p,q\in Z$，$(p,q)=1$，使得 $\sqrt{3}=\frac{p}{q}$，于是 $p^2=3q^2$ ……①

易知 $3\mid p^2$，又 $p\in Z$，故 $3\mid p$，设 $p=3k$，$k\in Z$，代入①式得 $9k^2=3q^2$，得 $q^2=3k^2$，同理可得 $3\mid q$，与 $(p,q)=1$ 矛盾！假设不成立，$\sqrt{3}$ 是无理数。

② $\log_3 7$：假设 $\log_3 7$ 为有理数，由 $3^1<7<3^2$ 知 $\log_3 7$ 不是整数，由定义，存在 $p,q\in Z$，$(p,q)=1$，使得 $\log_3 7=\frac{p}{q}$，于是 $3^{\frac{p}{q}}=7$

$\Rightarrow 3^p=7^q$，则 $7\mid 3^p$，与 $3^p$ 仅有素因子 3 矛盾！假设不成立，$\log_3 7$ 是无理数。