Graphe ch2 Introduction aux graphes

Pierre-Yves Bischoff

IUT Informatique Graphique

2021

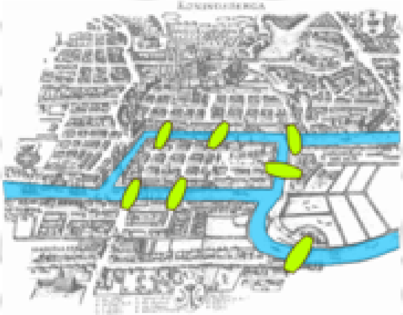
Sommaire

Sommaire de Historique

https://www.youtube.com/watch?v=_dIhSQgq_vQ

Historique : Problème des 7 ponts de Konigsberg 1737

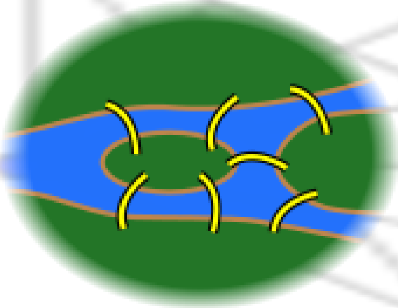
Peut-on passer une fois et une seule par tous les ponts ? ? ?



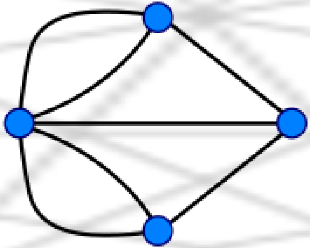
IUT departement informatique graphique

Historique : Problème des 7 ponts de Konigsberg 1737

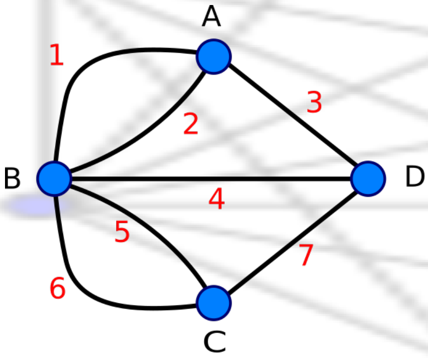
Simplification du problème :



Modélisation mathématique :



Historique : Problème des 7 ponts de Konigsberg 1737



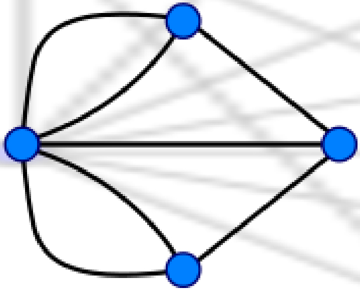
Nous avons 4 sommets : A, B, C, D
Correspondant aux 4 quartiers de la ville
7 arêtes de 1 à 7
Correspondant aux 7 ponts

Historique : Problème des 7 ponts de Konigsberg 1737

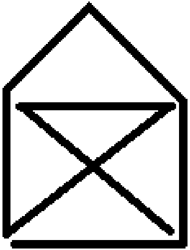
- Le problème devient :
- Peut-on dessiner le graphe sans lever le crayon ?
- La réponse apporter par Euler est : NON
- chaque sommet devrait avoir un nombre pair d'arêtes
- sauf au pire le sommet de départ et d'arrivée

Dessiner sans lever le crayon

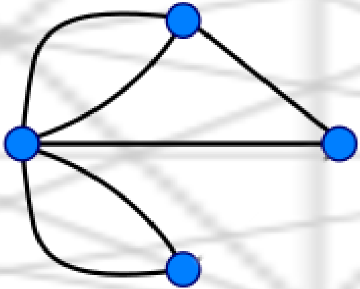
ponts de Konigsberg :



L'enveloppe ouverte :



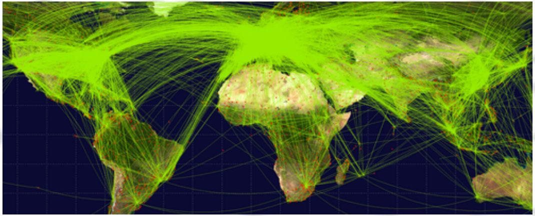
modification :



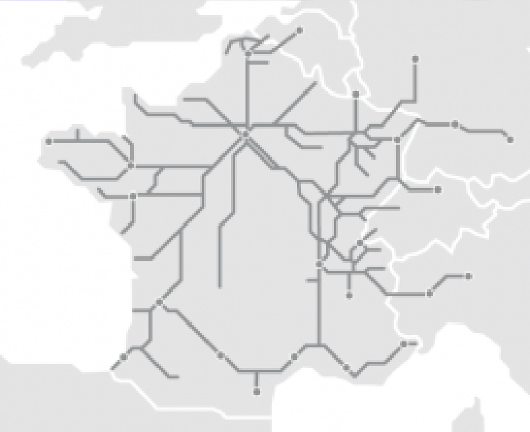
Sommaire de Exemples d'applications

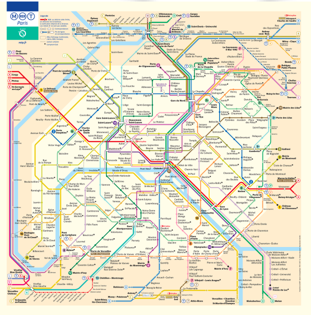
2. Exemples d'applications

Transport aérien

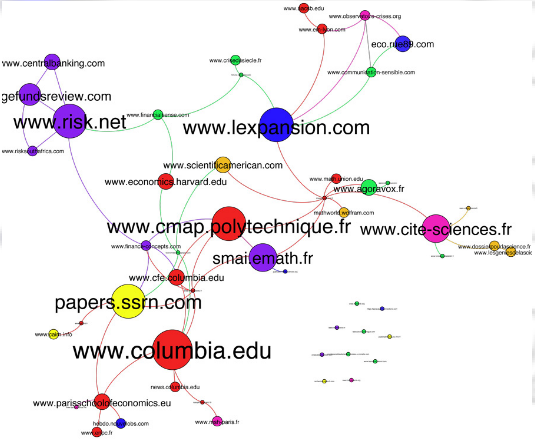


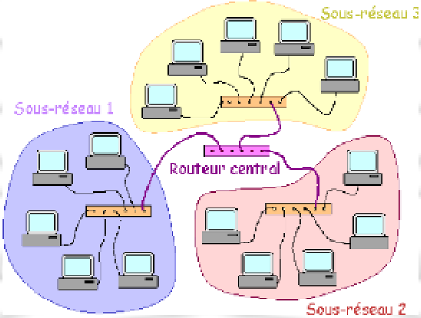
Transport ferré



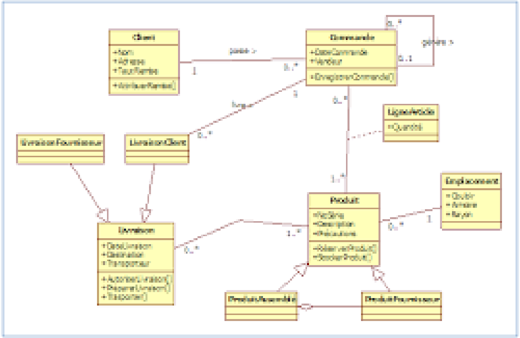


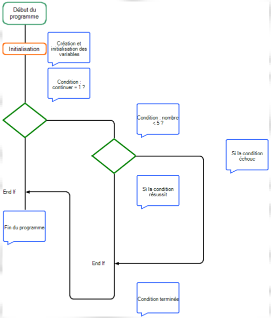
Réseaux informatiques



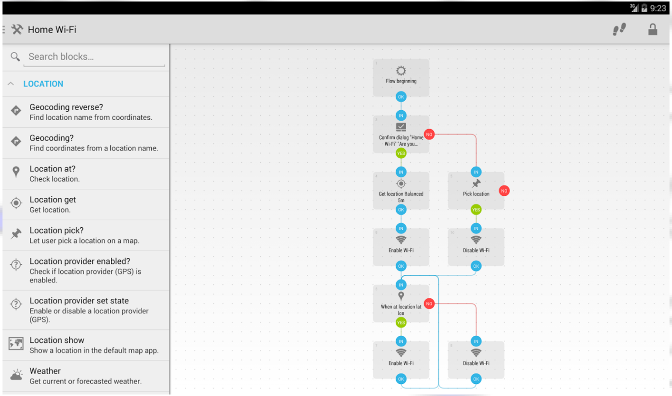


Modélisation en informatique

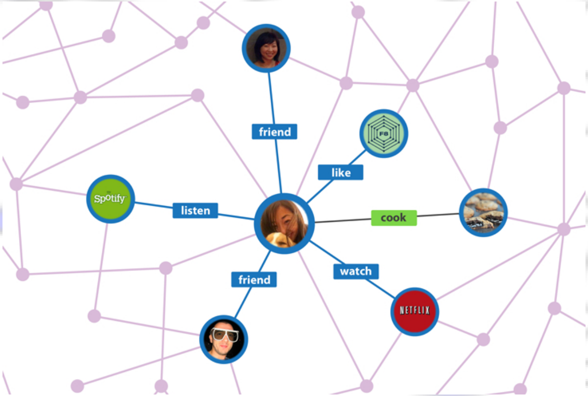




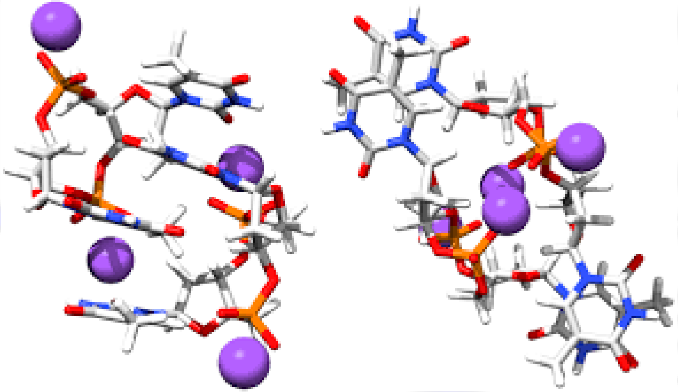
automate


9:23
Home Wi-Fi
Search blocks...
LOCATION
Geocoding reverse?
Find location name from coordinates.
Geocoding?
Find coordinates from a location name.
Location at?
Check location.
Location get
Get location.
Location pick?
Let user pick a location on a map.
Location provider enabled?
Check if location provider (GPS) is enabled.
Location provider set state
Enable or disable a location provider (GPS).
Location show
Show a location in the default map app.
Weather
Get current or forecasted weather.
Flow beginning
Confirm dialog "Home Wi-Fi" "Are you...
Get location Balanced 5m
Pick location
Enable Wi-Fi
Disable Wi-Fi
When at location lat lon
Enable Wi-Fi
Disable Wi-Fi

Graphe social de facebook



exemple de molécule



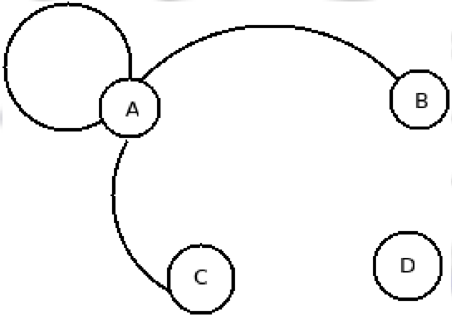
Sommaire de Définition

3 Définition

Définitions de base

Graphe

Un graphe est constitué d'un ensemble de nœuds et d'arêtes qui relient 2 nœuds.



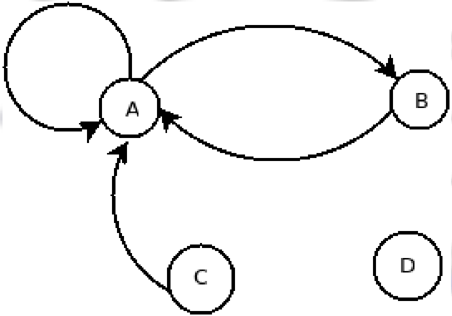
- On note $G = (S, A)$
- Où S est l'ensemble des sommets
- ici $S = A, B, C, D$
- et A est l'ensemble des arêtes
- ici $A = (A, A), (A, B), (A, C)$

IUT département informatique graphique

Graphe orienté

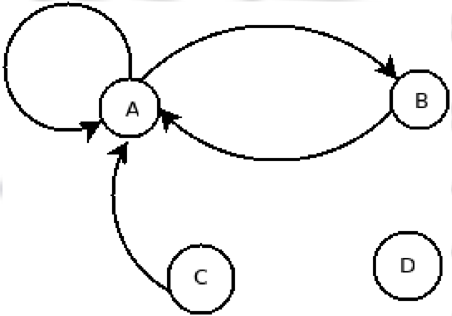
Graphe orienté

Un graphe orienté est constitué d'un ensemble de nœuds et d'arcs qui relient 2 nœuds.



- et A est l'ensemble des arcs
- arc $a = (s, s')$ est un lien orienté
- entre le sommet s et le sommet s'

Graphe orienté



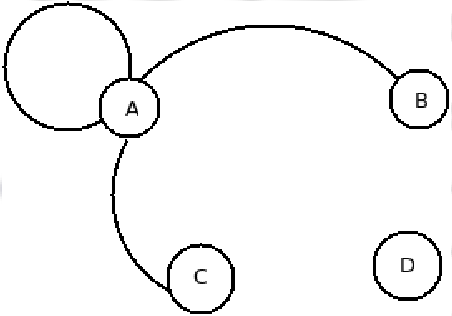
Prédécesseur

Pour l'arc (A, B) A est le **prédécesseur** de B

Successeur

Pour l'arc (A, B) B est le **successeur** de A

Graphe simple



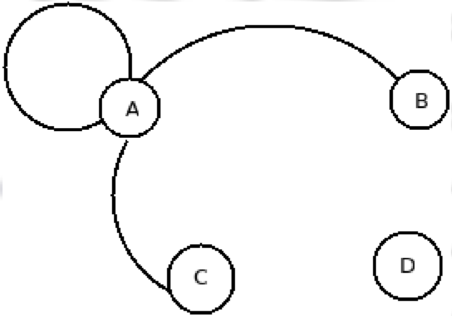
Boucle

Arête ou Arc dont les extrémités sont le même sommet

Graphe simple

Un graphe qui ne possède pas de boucle

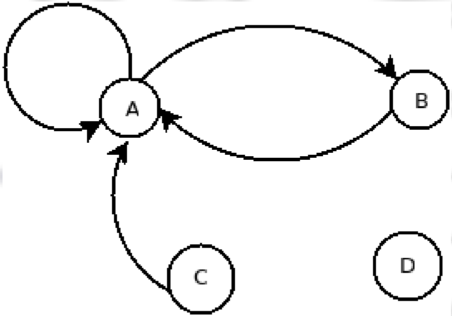
Degré d'un sommet d'un graphe non-orienté



Degré

- Dans un graphe non-orienté, le degré d'un sommet s est noté $d(s)$
- $d(s)$ est le nombre d'arêtes qui relient s
- pour une boucle l'arête est comptée 2 fois
- ici $d(A) = 4$ $d(B) = d(C) = 1$ et $d(D) = 0$

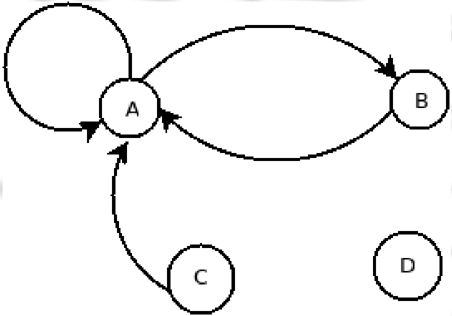
Degré d'un sommet d'un graphe orienté



Degré

- Dans un graphe orienté, le degré entrant d'un sommet s est noté $d^-(s)$
- $d^-(s)$ est le nombre d'arêtes dirigées vers s
- le degré sortant d'un sommet s est noté $d^+(s)$
- $d^+(s)$ est le nombre d'arêtes qui sortent de s
- le degré du sommet est la somme des degrés entrant et sortant
- $d(s) = d^+(s) + d^-(s)$

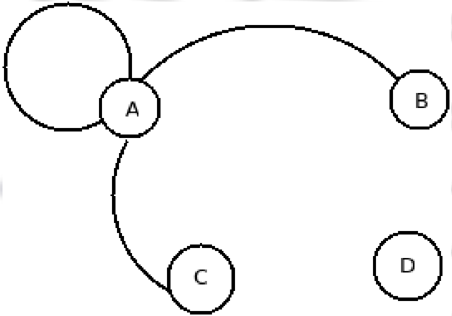
Degré d'un sommet d'un graphe orienté



Degré

- $d^-(A) = 3$ et $d^-(B) = 1$ et $d^-(C) = 0$ et $d^-(D) = 0$
- $d^+(A) = 2$ et $d^+(B) = 1$ et $d^+(C) = 1$ et $d^-(D) = 0$
- $d(A) = 3 + 2$ et $d(B) = 1 + 1$ et $d(C) = 1$ et $d(D) = 0$

Ordre et taille d'un graphe



Ordre d'un graphe

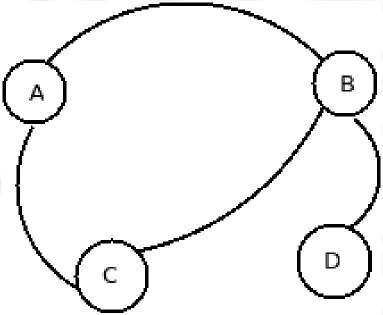
Ordre de G : c'est le nombre de sommets
ici $|S| = 4$

Taille d'un graphe

Taille de G : c'est le nombre d'arêtes
ici $|A| = 3$

IUT département informatique graphique

Chaîne et cycle



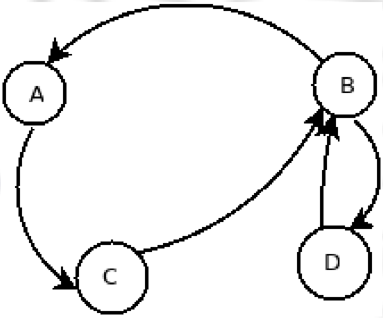
Chaîne

Une chaîne est une suite d'arêtes consécutives par exemple : (D, B, C)

Cycle

Un cycle est une chaîne dont les 2 extrémités sont le même sommet par exemple : (B, A, C)

Circuit dans un graphe orienté



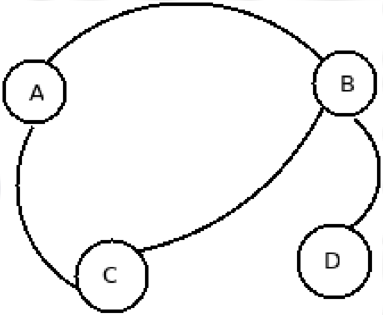
Chaîne

Une chaîne est une suite d'arêtes consécutives orientées dans le même sens par exemple (A, B, C) n'est par une chaîne

Circuit

Un circuit est une chaîne dont les 2 extrémités sont le même sommet par exemple (B, D, B)

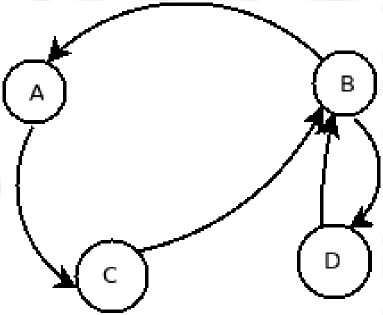
graphe non orienté connexe



Graphe non orienté : connexité

G est connexe si tout sommet s peut être relié par une chaîne à n'importe quel autre sommet s'

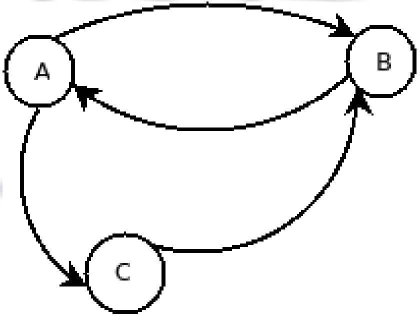
graphe orienté connexe



Graphe orienté : connexité

G est connexe si tout sommet s peut être relié par une chaîne à n'importe quel autre sommet s' sans compter le sens des flèches

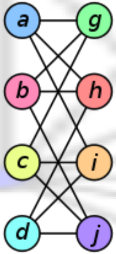
graphe orienté fortement connexe

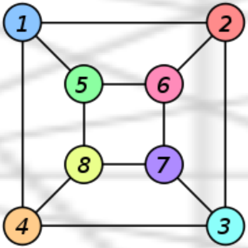


Graphe orienté : fortement connexe

Si G est connexe en prenant compte du sens des flèches

Isomorphisme de graphe



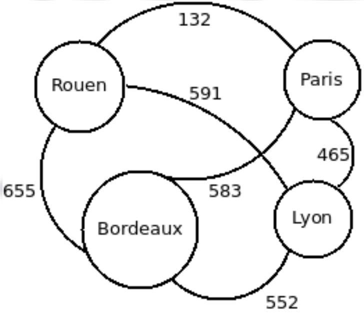


- Graphe G
- Graphe H

G et H sont isomorphes

G et H sont identiques s'il existe une fonction bijective f
entre les sommets de G et de H et qui garde les arêtes

Graphe pondéré



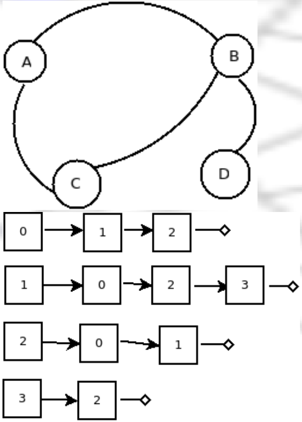
Poids d'une arête

Nombre réel positif affecté à une arête

Poids d'une chaîne

Somme des poids des arêtes constituant une chaîne

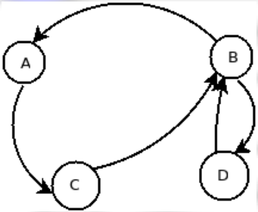
Liste d'adjacence



Liste d'adjacence

- $G = (S, A)$ on numérote les sommets de 0 à $n-1$
- On crée un tableau de n listes chaînées
- la i^e liste contient tous les sommets qui sont reliés à i

Matrice d'adjacence



$$\begin{array}{cc} & \text{arrivée} \\ \text{départ} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Liste d'adjacence

- $G = (S, A)$ on numérote les sommets de 0 à $n - 1$
- On crée une matrice $n \times n$
- m_{ij} = le nombre d'arc entre i et j
- $m_{ij} = 0$ sinon

Sommaire de Quelques types de graphe

4. Quelques types de graphe

Graphe isolé

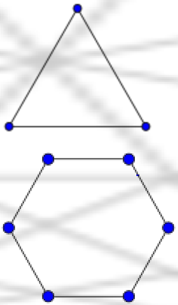
Définition

- Un graphe a n sommets et sans aucune arête est un graphe isolé
- On le note I_n comme les matrices identités

Graphe cyclique

Définition

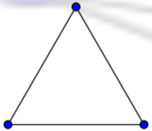
- Un graphe a n sommets et n arêtes formant un cycle
- On le note C_n

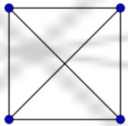


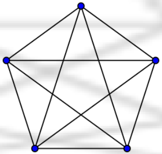
Graphe complet

Définition

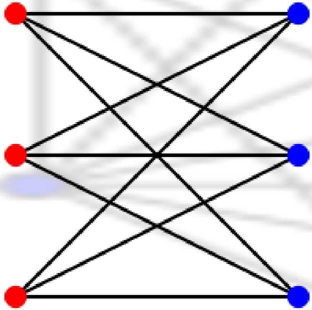
- Un graphe dont les n sommets sont reliés les uns aux autres
- On le note K_n







Graphe biparti



Définition

- Un graphe est biparti si on peut partitionner
- ses sommets en 2 ensembles X et Y tels que
- une arête de G relie un sommet de X avec un de Y