二、电力系统元件数学模型

三相电力线路

电路参数

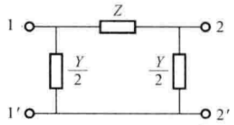
在集总参数模型中，我们可以用四个量来表示电路，即L,R,C,G。

- **分裂导线：**
  - 分裂导线改变了导线周围的磁场分布，等效地增大了导线半径，减小了电晕放电和单位长度电抗，普遍应用于220kV及以上的架空线路
  - 每相导线的分裂导线的根数：n
  - 三相导线几何间距：$D_m = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{13}}$（宏观上的三根三相导线的间距）
  - 分裂导线内部导线等值半径：$r_{eq} = \sqrt[n]{rd_{12}d_{13}\cdots d_{1n}}$（一根导线内部的各分裂导线间距）
- **电感：** $L = 2[\ln\frac{D_m}{r} + \frac{1}{4}] \times 10^{-7}(H/m)$
  - 架空线路正序电感：$x_1 = 2\pi fL_1 = 0.06283\ln\frac{D_m}{r} + 0.0157\,(\Omega/km)$
  - 分裂导线正序电感：$x_1 = 2\pi fL_1 = 0.06283\ln\frac{D_m}{r_{eq}} + \frac{0.0157}{n}\,(\Omega/km)$
- **电纳：** $C = \frac{1}{18\ln\frac{D_m}{r}} \times 10^{-6}(S/km)$
  - 架空线路正序电纳：$b_1 = 2\pi fC_1 = \frac{17.45}{\ln\frac{D_m}{r}} \times 10^{-6}(S/km)$
  - 分裂导线正序电纳：$b_1 = 2\pi fC_1 = \frac{17.45}{\ln\frac{D_m}{r_{eq}}} \times 10^{-6}(S/km)$
- 电晕临界电压：$U_{cr} \propto r\lg\frac{D_m}{r}$

等值电路

基本知识：

- 单位长度等值阻抗：$Z_1 = r_1 + jx_1$
- 单位长度等值导纳：$Y_1 = g_1 + jb_1$
- 波阻抗（特性阻抗）：$Z_c = \sqrt{Z_1/Y_1}\,(\Omega)$；传播系数：$\gamma = \sqrt{Z_1Y_1} = \alpha + j\beta$
- 当电路达成**匹配**（$Z_c = Z_2$）和**无损耗**（$g_1 = r_1 = 0$）时，有：$\begin{bmatrix} U \\ I \end{bmatrix} = e^{j\alpha x}\begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$（全线电压电流等幅值等相位）



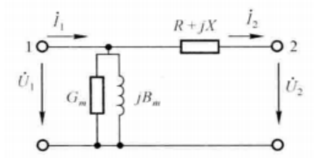
结论：

$$\begin{cases} \text{（中）}100-300km\text{的架空线或}100km\text{以内的电缆线：} & \begin{cases} Z = Z_1 l \\ Y = Y_1 l \end{cases} \\ \text{（长）超}300km\text{的架空线或超}100km\text{的电缆线：} & \begin{cases} Z = K_Z Z_1 l \\ Y = K_Y Y_1 l \end{cases} \quad \begin{cases} K_Z = 1 + \frac{Z_1Y_1}{6}l^2 \\ K_Y = 1 - \frac{Z_1Y_1}{12}l^2 \end{cases} \\ \text{（短）小于}100km\text{且电压低于}35kV\text{的架空线：} & \text{将}\pi\text{型等效的两导纳删了} \end{cases}$$

变压器

双绕组变压器

根据变压器内部的量值大小关系，简化双绕组变压器的电路图如下图所示：



也就是说，我们需要求出R,X,G_m,B_m四个量。下面给出变压器的基本参数和求解方法。

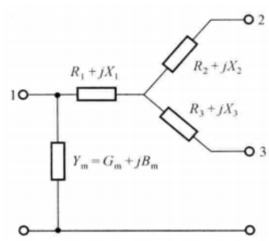
变压器参数：哪些东西是我们事先知道的

- 变压器四个额定值：输入U_{1N},I_{1N}，输出U_{2N},I_{2N}
- 变压器额定容量：$S_N=\sqrt{3}U_{1N}I_{1N}=\sqrt{3}U_{2N}I_{2N}$
- 原理：输出有功功率跟电感、电容大小无关，因此通过这个可以知道电阻、电导的大小；已知电阻、电导远小于电抗、电纳，因此电压降基本只和电抗、电纳有关，通过求电压降得到电感、电容大小。

短路实验求R,X	开路实验求G,B
输出端短路$U_2=0$，使左边达到额定电流I_{1N}，记下此时的电压U_k和输出功率P_k	输出端断路$I_2=0$，使左边达到额定电压U_{1N}，记下此时的电流I_0和输出功率P_0
$R=\frac{P_k}{3I_{1N}^2}=\frac{P_k}{1000}\frac{U_{1N}^2}{S_N^2}(\Omega)$	$G_m=\frac{P_0}{U_{1N}^2}\times10^{-3}(s)$
$X=\frac{U_k}{\sqrt{3}I_{1N}}=U_k\frac{U_{1N}}{S_N}=(\frac{U_k}{U_{1N}})\frac{U_{1N}^2}{S_N}=\frac{U_k\%}{100}\frac{U_{1N}^2}{S_N}(\Omega)$	$B_m=\frac{\sqrt{3}I_0}{U_{1N}}=(\frac{I_0}{I_{1N}})\frac{S_N}{U_{1N}^2}=\frac{I_k\%}{100}\frac{S_N}{U_{1N}^2}(s)$ **（取负号！这个B_m只是大小，感纳为负）**

三绕组变压器

三绕组变压器的公式与双绕组完全一样，但是多了两步。



P和U的必要归算：

- 因为三绕组每次短路只能选两个端口，因此有三个电压和损耗功率，并且是由两条支路的数据平分。
- $$\left.\begin{aligned}P_{k1}&=0.5(P_{k1-2}+P_{k1-3}-P_{k2-3})\\P_{k2}&=0.5(P_{k1-2}+P_{k2-3}-P_{k1-3})\\P_{k3}&=0.5(P_{k1-3}+P_{k2-3}-P_{k1-2})\end{aligned}\right\}$$
- 电压（U_k）写法一模一样。

因为额定容量不同导致的归算：

- 以100/50/100为例，仅有1-3侧能达到额定容量，剩下两个都只有一般的额定电压。因此要将U乘上2，P乘上4。

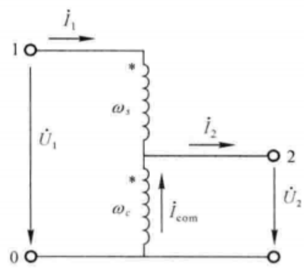
G和B：

- 不需要上面这么麻烦的算，直接整就好。见课本例题。

最大短路损耗：

- 有些厂家只提供了P_{kmax}，那么就把这个当成**容量最大的两个支路一起提供的损耗**。然后**电阻按照容量大小反向分配**，即100/100/50就是两个100的电阻等大平分，50那组的电阻值大小就是100的两倍。比如：$R_1=R_2=\frac{1}{2}\frac{P_{kmax}}{1000}\frac{U_{1N}^2}{S_N^2}$；$R_3=2R_1$

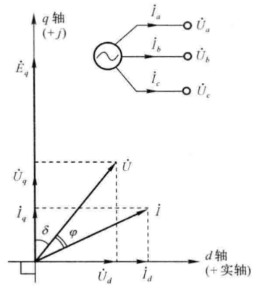
自耦变压器



- 变比：$k_{12}=\frac{U_{1N}}{U_{2N}}=1+\frac{\omega_s}{\omega_c}$
- 效益系数：$k_b=\frac{I_{com}}{I_2}=1-\frac{1}{k_{12}}$
- 通过磁耦合传递的最大功率（标准容量、设计容量）：$S_{st}=K_bS_N$
- 其用铜量、用铁量、短路损耗都是普通变压器的K_b倍，其等值电路与普通变压器相同。
- 三相自耦变压器，**公共绕组不过载的条件：** $S_{com}=\sqrt{(K_bP_1+P_3)^2+(K_bQ_1+Q_3)^2}<K_bS_N$
- 三侧不过载条件：$S_i<\eta S_N$（$\eta=\frac{\text{容量}}{\text{最大容量}}$）

同步发电机和调相机

同步发电机（大部分=PV节点）



定子空载相电势	每相绕组电阻	定子纵轴、横轴同步电抗	功率角（U和E_q的夹角）
E_q或jE_q	r	x_d,x_q	δ（注意和功率因数角区分）

参数	隐极发电机$(x_d=x_q)$	凸极发电机
电压	$U=jE_q-(r+jx_q)I$	$U=jE_q-j(x_d-x_q)I_d-(r+jx_q)I$
有功	$P=\frac{E_qU}{x_d}\sin\delta$	爬

无功补偿设备

	调相机	并联电容	并联电抗	静止补偿器
电压方程	$U=E_q-jx_dI$			
无功功率	$Q=UI=\frac{U(E_q-U)}{x_d}$	$Q=U^2B_C$	$Q=\lvert U^2B_L\rvert$	$Q=Q_C+Q_L=U^2(\frac{1}{x_C}-\frac{1}{x_L})$

多级电力系统

方法：设定基本级——用实际变比归算到基本级——解归算后的网络——解耦至原级

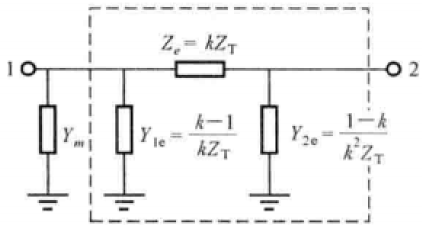
$$U'=kU;I'=\frac{I}{k};Z'=k^2Z;Y'=\frac{Y}{k^2}$$

标幺值

三相功率	线电压	阻抗	导纳	电流
基准值S_B	**基准值U_B**	$Z_B=\frac{U_B^2}{S_B}$	$Y_B=\frac{S_B}{U_B^2}$	$I_B=\frac{\sqrt{3}S_B}{U_B}$

- 方法：将**基本级**的**基准值**归算到各级（实际上只用归算U），然后用这个U和S_B来计算各级的阻抗、导纳。

非标准变比

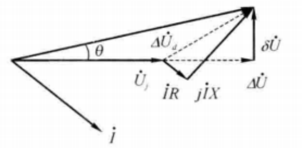


- 用变压器标准变比来归算（从基本级到各级），代价是把变压器的τ型等值电路变成了π型，要复杂一点
- 书里的图片不好，不应该用k，容易引起误导，应该用k^*（从1到2是1：k^*，注意顺序）
    - $$\frac{k^*}{1}\cdot\frac{U_{2B}}{U_{1B}}(\text{标准变比})=\frac{U_{2T}}{U_{1T}}(\text{实际变比})\Rightarrow k^*=\frac{U_{2T}/U_{1T}}{U_{2B}/U_{1B}}$$

三、电力系统潮流计算

手算公式

电力线路



ΔU	δU	$\frac{B}{2}$**损耗S(等于Q)**	Z**上损耗S(P+jQ)**
$\frac{PR+QX}{U_j}$	$\frac{PX-QR}{U_j}$	$-jU_i^2\frac{B}{2}$和$-jU_j^2\frac{B}{2}$	$\frac{P_j^2+Q_j^2}{U_j^2}(R+jX)$

- 一些简化：一般而言X远大于R，ΔU对电压的影响远大于δU

电压降落	电压损耗	电压偏移	电压调整	输电效率
$\Delta U + j\delta U$	$\frac{U_1-U_2}{U_N}\times 100\%$	$\frac{U_{1/2}-U_N}{U_N}\times 100\%$	$\frac{U_{20}-U_2}{U_{20}}\times 100\%$	$\frac{P_2}{P_1}\times 100\%$

变压器

- $\Delta P=\frac{P^2+Q^2}{U_j^2}R_T+U_i^2G_T$，$\Delta Q=\frac{P^2+Q^2}{U_j^2}X_T+U_i^2B_T$

手算潮流

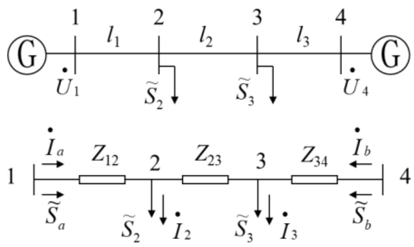
- 辐射型网络：功率推算过去，电压推算回来
- 两端供电网：

$$d\dot{U}=\dot{U}_1-\dot{U}_4=Z_{12}\dot{I}_a+Z_{23}\left(\dot{I}_a-\dot{I}_2\right)+Z_{34}\left(\dot{I}_a-\dot{I}_2-\dot{I}_3\right)$$

即：$Z_{12}\overset{*}{S}_a+Z_{23}\left(\overset{*}{S}_a-\overset{*}{S}_2\right)+Z_{34}\left(\overset{*}{S}_a-\overset{*}{S}_2-\overset{*}{S}_3\right)=U_N\cdot d\dot{U}$

$$\Rightarrow \tilde{S}_a=\frac{\left(\overset{*}{Z}_{23}+\overset{*}{Z}_{34}\right)\tilde{S}_2+\overset{*}{Z}_{34}\tilde{S}_3}{\overset{*}{Z}_{12}+\overset{*}{Z}_{23}+\overset{*}{Z}_{34}}+\frac{U_N\cdot d\overset{*}{U}}{\overset{*}{Z}_{12}+\overset{*}{Z}_{23}+\overset{*}{Z}_{34}}$$

同理：$\tilde{S}_{23}=\tilde{S}_a-\tilde{S}_2$，$\tilde{S}_b=-\tilde{S}_{34}=-(\tilde{S}_{23}-\tilde{S}_3)$



- 环形供电网：
  - 单电压级：任一点解环，用两端供电网求解，dU=0
  - 多电压级：阻抗端解环，$dU=U_A(\frac{1}{k_1}-\frac{1}{k_2})$

电算潮流

数理基础推导

- **节点电压方程（原方程）**：$\dot{I}_i=\sum_j y_{ij}(\dot{U}_i-\dot{U}_j)$
- 节点导纳矩阵：$Y=[y_{ij}]$，其中$Y_{ij}=-y_{ij}\,;\,Y_{ii}=\sum_{j=0}y_{ij}$
  - 得：$\dot{I}_i=\sum_{j=1}Y_{ij}\dot{U}_j$，$\dot{I}=Y\dot{U}$
- **对地支路导纳只影响**y_{ii}**，变压器节点要注意使用非标准变比的变压器**π**型等值电路等效，注意**$1:k^*$**的方向**
- **功率方程：**$\widetilde{S}_i=P_i+jQ_i=\dot{U}_iI^*=\dot{U}_i\sum_{j=1}Y_{ij}^*U_j^*$（S是注入节点的功率，发电机为正，负荷为负）

G-S计算法

- **公式推导:**

$$P_i + jQ_i = \dot{U}_i \sum_{j=1} Y_{ij}^* U_j^* = \dot{U}_i (Y_{ii}^* U_i^* + \sum_{j \neq i} Y_{ij}^* U_j^*)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} PQ: \quad \dot{U}_i = \frac{1}{Y_{ii}} (\frac{P - jQ}{U_i^*} - \sum_{j \neq i} Y_{ij} \dot{U}_j) \\ PV: \quad Q_p = \mathrm{Im}(\dot{U}_p \sum_k Y_{pj}^* U_j^*) \end{cases}$$

[注]：PV节点也需要列写上面的电压修正方程，但是最后只修正相角不修正电压幅值。

N-R计算法

- N-R方程：$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) = 0 \Rightarrow x = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$
- **理论依据：** $P_i + jQ_i = \dot{U}_i \sum_{j=1} Y_{ij}^* U_j^*$

$$P_i = U_i \sum_j U_j (G_{ij} cos_{ij} + B_{ij} sin_{ij})\ ;\ Q_i = U_i \sum_j U_j (G_{ij} sin_{ij} - B_{ij} cos_{ij})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta P_i = \sum_j (\frac{\partial \Delta P}{\partial \theta_j} \Delta\theta_j + \frac{\partial \Delta P}{\partial U_j} \Delta U_j) = \sum_j (H_{ij} \Delta\theta_j + N_{ij} \Delta U_j / U_j) \\ \Delta Q_i = \sum_j (\frac{\partial \Delta Q}{\partial \theta_j} \Delta\theta_j + \frac{\partial \Delta Q}{\partial U_j} \Delta U_j) = \sum_j (J_{ij} \Delta\theta_j + L_{ij} \Delta U_j / U_j) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ U^{-1} \Delta U \end{bmatrix}$$

- 直角坐标形式：

$$P_i = e_i \sum_{j=1}^{n} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) + f_i \sum_{j=1}^{n} (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j)$$

$$Q_i = f_i \sum_{j=1}^{n} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - e_i \sum_{j=1}^{n} (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j)$$

要把PV节点的方程换成：$f_{Ui} = U_{is} - e^2 - f^2$

P-Q分解法

$$\text{简化：} \begin{cases} cos\theta_{ij} \approx 1 \\ G_{ij} sin\theta_{ij} << B_{ij} \\ Q_i(\text{互导纳}) << U_i^2 B_i(\text{自导纳}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H_{ij} = L_{ij} \approx U_i U_j B_{ij} \\ N_{ij} = L_{ij} \approx 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta P = U B' U \Delta\theta \\ \Delta Q = U B'' \Delta U \end{cases}$$

- 好处：用一个n-1和一个n-m-1阶的方程组代替2(n-1)-m阶的方程组
- 其中，B'**是去掉平衡节点的节点导纳矩阵（的虚部）**，B''**是去掉平衡节点和PV节点的节点导纳矩阵（的虚部）**，U是对角矩阵

直流潮流法

$$\text{继续简化：} \begin{cases} g_{ij} = 0, b_{ij} = -\frac{1}{x_{ij}} \\ U_i = 1 \\ sin_{ij} = \theta_i - \theta_j \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta = (-B')P \\ P_{ij} = \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}} \end{cases}$$

四、有功与频率调整

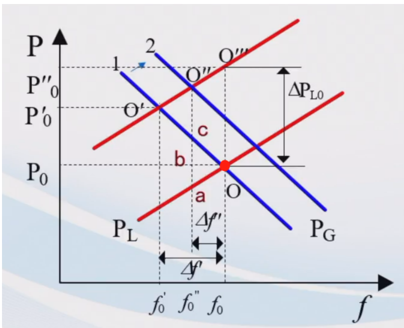
- 基本方程：
  - $\frac{T_j}{\omega}\cdot\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=P_T-P_E$
  - 发电机发电$P_G=$线路网损P_L+负载损耗P_D

频率调节效应系数（单位调节功率）

- 负荷：
  - $P_D=a_0P+a_1P(\frac{f}{f_e})+\cdots+a_nP(\frac{f}{f_e})^{n-1}$，负载消耗有功与频率同向变化，小范围内近似为直线
  - $K_D=\frac{\Delta P_D}{\Delta f}=\sum ia_i$，为曲线斜率，$K_{D*}=\frac{\Delta P_D/P_N}{\Delta f/f_N}$
- 发电机：
  - 发电机输出有功与频率反向变化，近似为直线
  - $K_G=-\frac{\Delta P_G}{\Delta f}$，为曲线斜率的负数（绝对值），$K_{G*}=\frac{\Delta P_G/P_N}{\Delta f/f_N}$
- 整个电力系统：
  - $K_S=K_G+K_D$（三个都是正数，建议使用有名值而非标幺值）$K=K_*\frac{P_N}{f_N}$

一次与二次调频

一次调频：调速器。二次调频：调频器。



- 一次调频：$\Delta P_D=(K_G+K_D)\Delta f'=K_S\Delta f'$，即$f_0'=f_0-\frac{\Delta P_D}{K_S}$（这里的$P_D$就是上图中的$P_L$，表示负荷而非网损）
- 二次调频：$\Delta P_D-\Delta P_G=K_S\Delta f''$，即$f_0''=f_0-\frac{\Delta P_D-\Delta P_G}{K_S}$
- 联合调频：就是相当于变成了一个系统，调节系数和功率消耗都相加——$\Delta f=\frac{\Delta P_a+\Delta P_b}{K_a+K_b}$
  - $\Delta P_{ab}=\frac{K_a\Delta P_b-K_b\Delta P_a}{K_a+K_b}$

有功的经济分配

- 等微增率原则：（目标：$minF$）

$$\text{不考虑网损：}\begin{cases}\sum P_{Gi}=P_D\\ \frac{\partial F_i(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}}=\lambda\end{cases}\Rightarrow\text{考虑网损：}\begin{cases}\sum P_{Gi}=P_D+P_L\\ \frac{\partial F_i(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}}\frac{1}{1-\frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}}=\lambda\end{cases}$$

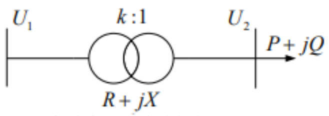
- 先计算，后验算。若有$P_{Gi}>P_{Gi\,max}$则取其为最大值，对剩下的系统再次用等微增率原则进行分配。最小值同理。

五、无功与电压调整

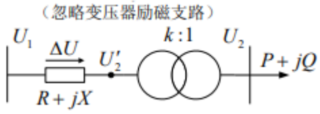
- 逆调压：适合于大型网络、供电线路较长、负荷波动较大的场合。
  - 高峰负荷时，将中枢点电压调高到$1.05U_N$；
  - 低谷负荷时，将中枢点电压调低到U_N。
- 顺调压：适合于小型网络、供电线路较短、负荷波动不大的场合。
  - 高峰负荷时，要求中枢点电压不低于$1.025U_N$；
  - 低谷负荷时，要求中枢点电压不高于$1.075U_N$。
- 常(恒)调压：用于中型网络、负荷变动和线路电压损耗也较小的场合
  - 在任何负荷下，保持中枢点电压基本不变且略大于U_N，如$1.025U_N$，或$1.02\sim1.05\ U_N$。

变压器调压

- 只有当系统无功功率电源容量充足时，改变变压器变比调压才能奏效.
- 双绕组变压器分接头电压的计算：
  对无载调压变压器，按最大和最小负荷时的分接头电压平均值选择分接头



（忽略变压器励磁支路）



$$U_{t1}=\frac{U_{t1max}+U_{t1min}}{2}，\ k=\frac{U_{t1}}{U_{t2}}=\frac{U_2'}{U_2}$$

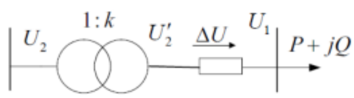
(1)降压变压器：

$$U_2=\frac{U_2'}{k}=\frac{U_2'}{U_{t1}/U_{t2}}=\frac{U_1-\Delta U}{U_{t1}/U_{t2}}\Rightarrow U_{t1}=U_2'\frac{U_{t2}}{U_2}=\frac{(U_1-\Delta U_1)U_{t2}}{U_2}$$

$$U_{t1max}=\frac{(U_{1max}-\Delta U_{1max})U_{t2}}{U_{2max}}，\ U_{t1min}=\frac{(U_{1min}-\Delta U_{1min})U_{t2}}{U_{2min}}\Rightarrow U_{t1}=\frac{U_{t1max}+U_{t1min}}{2}$$

$$U_1-\frac{PR+QX}{U_2'}=U_2'，\ P'+jQ'=P+jQ+\frac{P^2+Q^2}{{U_{1N}}^2}(R+jX)，\ U_2'=U_1-\frac{P'R+Q'X}{U_1}$$

(2)升压变压器：



$$U_2=\frac{U_2'}{k}=\frac{U_1+\Delta U}{k}=\frac{U_1+\Delta U}{U_{t1}/U_{t2}}$$

$$U_{t1max}=\frac{(U_{1max}+\Delta U_{1max})U_{t2}}{U_{2max}}，\ U_{t1min}=\frac{(U_{1min}+\Delta U_{1min})U_{t2}}{U_{2min}}\Rightarrow U_{t1}=\frac{U_{t1max}+U_{t1min}}{2}$$

计算出分接头电压后，选择一个与计算值最接近的分接头（t）电压，之后再校验。要求 $U_{2Rmin}\leqslant U_2\leqslant U_{2Rmax}$

$$U_{2min}=\frac{U_{2min}'}{k_t},U_{2max}=\frac{U_{2max}'}{k_t}$$

遇到这种问题不要急也不用硬背公式，先画电路图再写电压方程，慢慢转化，把k换成额定变比，记住我们最终要求的量是1侧的额定电压。

(2)对负荷从高压侧流向中低压侧时：
①首先按低压侧的调压要求，由高压和低压之间确定高压侧分接头。
②然后按中压侧的调压要求，在高压和中压之间确定中压侧分接头。

无功补偿装置调压

由$U_1\approx U_2'+\frac{PR+QX}{U_2'}=kU_{2R}+\frac{PR+(Q-Q_C)X}{kU_{2R}}$，得到$Q_C\approx\frac{kU_{2R}}{X}(kU_{2R}-U_2')$

- 最小补偿容量Q_C：（与变压器分接头共同调节）

步骤	调相机	并联电容器
Q_{Cmin}	$-K_QQ_{CN}$（取K=0.5）	0
1	将最大最小Q带入公式联立 $k=\frac{U_{2Rmax}U'_{2max}+2U_{2Rmin}U'_{2min}}{U^2_{2Rmax}+2U^2_{2Rmin}}$	最小负荷下选分接头 $U_{1t}=\frac{U_{1min}-\Delta U}{U_{2Rmin}}U_{2t}$
2	求得变比K后选择最近的分接头，求Q_{CN}并验算	按上述Q_C公式确定补偿容量并验算

串联电容调压

上面是改变Q，这个是改变X：$U_1\approx U_2+\frac{PR+QX}{U_2}=U_{2R}+\frac{PR+Q(X-X_C)}{U_{2R}}$，得到 $X_C\approx\frac{U_{2R}}{Q}(U_{2R}-U_2)$

设串联了n组电容，每“组”电容由m个电容器并联而成，则：

- $m=I_{Cmax}/I_{CN}$，$n=X_C/(\frac{X_{CN}}{m})$，$Q=3mnQ_{CN}$

无功的经济分配

- 等微增率原则：（目标：$minP_L$）

$$\text{考虑无功网损：}\begin{cases}\sum Q_i=Q_L+Q_D\\ \frac{\partial P_L}{\partial Q_i}\frac{1}{1-\frac{\partial Q_L}{\partial Q_i}}=\lambda\end{cases}$$