基本变换公式

序号	变换类型	变换公式
1	CFS	$X(n\omega_0)=\frac{1}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}}x(t)e^{-jn\omega_0 t}dt$ $x(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}X(n\omega_0)e^{jn\omega_0 t}$
2	CFT	$X(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-j\omega t}dt,$ $x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(\omega)e^{j\omega t}d\omega$ 一般周期信号傅里叶变换：$X(\omega)=2\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}X(n\omega_0)\delta(\omega-n\omega_0)$
3	DFS	$X(k\Omega_0)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-jk\Omega_0 n}$ $x(n)=\sum_{n=0}^{N-1}X(k\Omega_0)e^{jk\Omega_0 n}$
4	DTFT	$X(\Omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)e^{-j\Omega n}$ $x(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}X(\Omega)e^{j\Omega n}d\Omega$
5	DFT	$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$ $x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)e^{j\frac{2\pi}{N}nk}$

连续信号傅里叶变换相关性质

序号	性质	公式
1	对偶性	$X(t)\Leftrightarrow 2\pi x(-w)$
2	尺度变换	$x(at)\Leftrightarrow\frac{1}{\lvert a\rvert}X\left(\frac{w}{a}\right)(a\neq 0)$
3	时移	$x(t\pm t_0 0)\Leftrightarrow e^{\pm jwt_0}X(w)$
4	频移	$x(t)e^{\pm jw_0 t}\Leftrightarrow X(w\mp w_0)$
5	微分	$\frac{d^n x(t)}{dt^n}\Leftrightarrow(jw)^n X(w)$ $X(w)=\frac{1}{(jw)^n}X_{(n)}(w)+\pi[x(+\infty)+x(-\infty)]\delta(w)$ （含有直流分量）
6	积分	$\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau\Leftrightarrow\frac{1}{jw}X(w)+\pi X(0)\delta(w)$
7	帕斯瓦尔公式	$\int_{-\infty}^{\infty}\lvert x(t)\rvert^2 dt\Leftrightarrow\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\lvert X(w)\rvert^2 dw$

Z 变换相关性质

序号	性质	公式
1	时移（单边 Z 变换）	左移：

		$$\mathcal{Z}[x(n+m)u(n)] = z^{m}\left[X(z) - \sum_{k=0}^{m-1} x(k)z^{-k}\right]$$ 右移：$$\mathcal{Z}[x(n-m)u(n)] = z^{-m}\left[X(z) + \sum_{k=-m}^{-1} x(k)z^{-k}\right]$$
2	Z 域尺度变换	$a^{n}x(n) \Leftrightarrow X(a^{-1}z)$
3	Z 域微分	$nx(n) \Leftrightarrow -z\dfrac{dX(z)}{dz}$
4	时间翻转	$x(-n) \Leftrightarrow X(z^{-1})$
5	累加	$\sum_{k=-\infty}^{n} x(k) \Leftrightarrow \dfrac{1}{1-z^{-1}}X(z)$
6	初值定理	$x(0) = \lim_{z\to\infty} X(z)$
7	终值定理	$\lim_{n\to\infty} x(n) = \lim_{z\to 1}[(z-1)X(z)]$

常用序列变换对

序号	傅里叶变换		Z 变换		
	$x(t)$	$X(\omega)$	$x(n)$	$X(z)$	ROC
1	$\delta(t)$	1	$\delta(n)$	1	$0 \le \|z\| \le \infty$
2	1	$2\pi\delta(\omega)$	$u(n)$	$\dfrac{z}{z-1}$	$u(n)$: $1 < \|z\| \le \infty$ $-u(-n-1)$: $0 \le \|z\| < 1$
3	$u(t)$	$\pi\delta(\omega) + \dfrac{1}{j\omega}$	$a^{n}u(n)$	$\dfrac{z}{z-a}$	$\|a\| < \|z\| \le \infty$
4	$g(t) = \begin{cases}1, \|t\| < \tau/2 \\ 0, \|t\| > \tau/2\end{cases}$	$\tau Sa(\dfrac{\omega\tau}{2})$	$\dfrac{(n+1)(n+2)\cdots(n+m)}{m!}$ $a^{n}u(n)$	$\dfrac{z^{m+1}}{(z-a)^{m+1}}$	$\|a\| < \|z\| \le \infty$
5	$Sa(\omega_c t)$	$\dfrac{\pi}{\omega_c}g(\omega), g(\omega) = \begin{cases}1, \|\omega\| < \omega_c \\ 0, \|\omega\| > \omega_c\end{cases}$	$na^{n}u(n)$	$\dfrac{az}{(z-a)^{2}}$	$\|a\| < \|z\| \le \infty$
6	$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$	$\sin(n\Omega_0)\,u(n)$	$\dfrac{z\sin\Omega_0}{z^{2} - 2z\cos\Omega_0 + 1}$	$1 < \|z\| \le \infty$
7	$e^{-at}u(t)$	$\dfrac{1}{j\omega + a}$	$\cos(n\Omega_0)\,u(n)$	$\dfrac{z(z-\cos\Omega_0)}{z^{2} - 2z\cos\Omega_0 + 1}$	$1 < \|z\| \le \infty$