



信号分析与处理



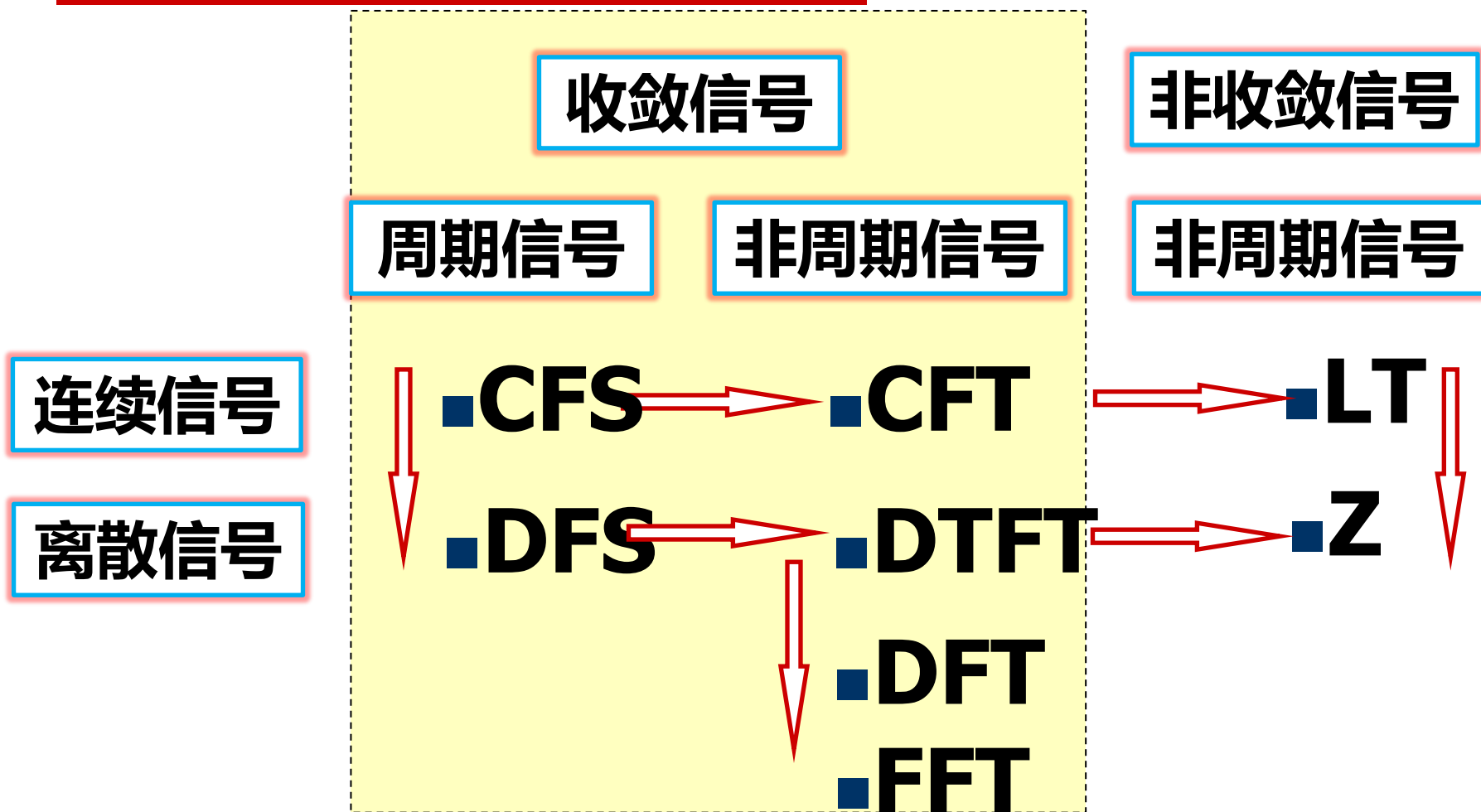
信号分析与处理—**复习**

浙江大学 电气工程学院

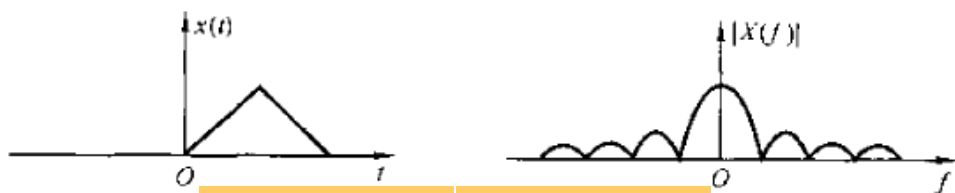
张健

jian_zhang_zju@zju.edu.cn

信号分析部分知识框架



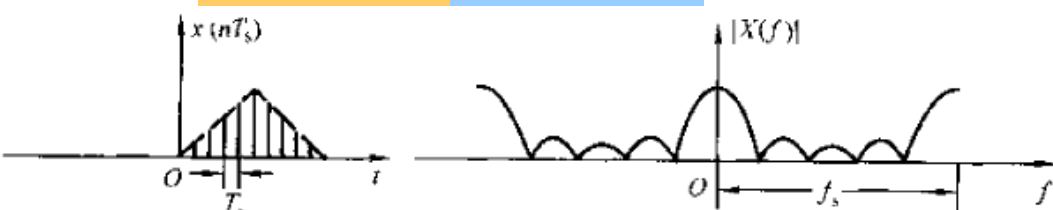
复习 傅里叶变换的离散性与周期性



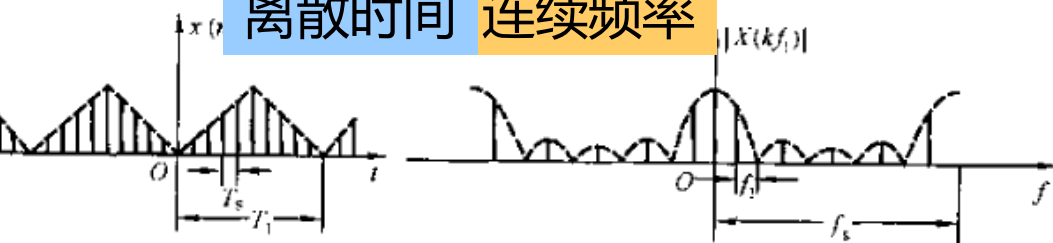
连续时间 连续频率



连续时间 离散频率



离散时间 连续频率



离散时间 离散频率

CTFT

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \\ X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \end{cases}$$

CFS

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(n\omega_0) e^{jn\omega_0 t}$$

$$X(n\omega_0) = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

DTFT

$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} X(\Omega) e^{j\Omega n} d\Omega$$

$$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\Omega n}$$

DFS

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k\Omega_0) e^{jk\Omega_0 n}$$

$$X(k\Omega_0) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-jk\Omega_0 n}$$

变换间的关系



- CFS具有谐波性、离散型和收敛性。CFT具有连续性、非谐波性、收敛性。
- DFS是指周期序列 $x(n)$ 的傅里叶级数，分析周期序列的频谱；
- DFS是连续周期信号理想采样后的CFS；
- DTFT是周期序列 $x(n)$ 的周期趋于无穷时的傅立叶变换，分析非周期序列的频谱；
- DFT是对DTFT的连续谱以 $2\pi/N$ 为采样间隔在主值区间内进行采样的结果；或者是对DFS变换对截取主值序列的结果。
- FFT是对DFT的一种快速的计算机求取算法。
- DTFT是在Z平面单位圆上进行的Z变换；
- DFT是在Z平面的单位圆上进行的Z变换以 $2\pi/N$ 为采样间隔进行采样的结果。
- Z变换是连续非周期信号进行理想采样后的拉普拉斯变换。
- DFS没有明确的物理意义，只是一种借用形式。

概念相关主要知识点



- 能量信号与功率信号（——E有界；——E无界，P有界）
- 采样信号（采样信号与门信号之间的对偶关系！！！！）
- 单位冲激信号、阶跃信号、斜坡信号间的关系
- 单位冲激信号的性质（取样特性，卷积特性，傅里叶变换对）
- 采样定理（时域、频域、频率分辨率问题）
- 数字角频率的概念及其物理意义；
- 混叠与频谱泄露问题；
- 单位脉冲序列与单位阶跃序列
- 周期信号的傅里叶变换

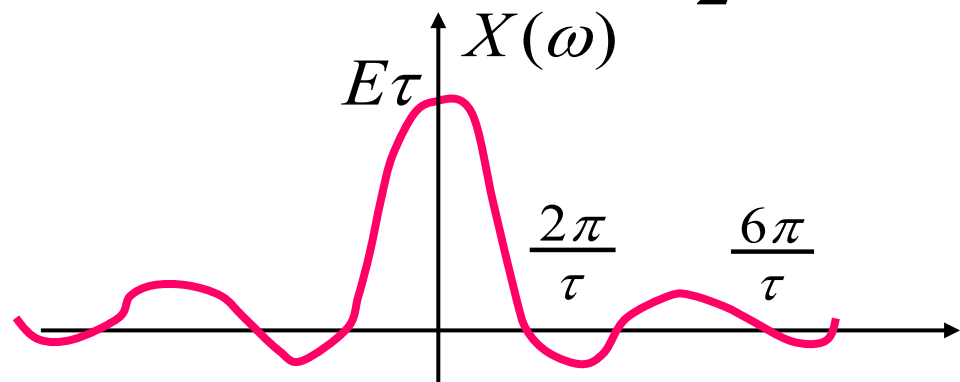
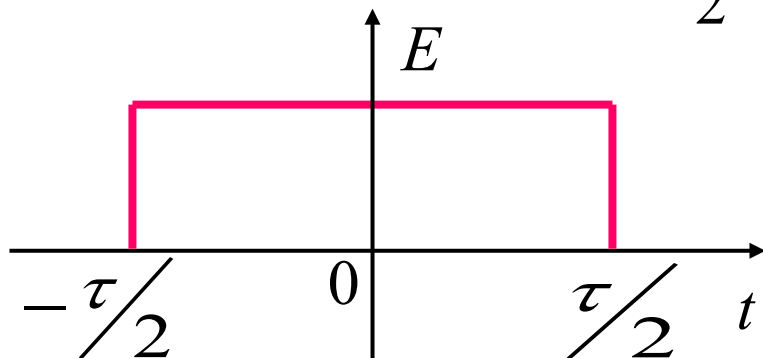
门信号与采样信号



常用非周期信号的傅立叶变换

矩形脉冲信号 (门函数)

$$g(t) = \begin{cases} E & |t| < \frac{\tau}{2} \\ 0 & |t| > \frac{\tau}{2} \end{cases} \xrightarrow{\mathcal{F}} X(\omega) = E\tau \text{Sa}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$$



利用对偶性 $x(t) = \text{Sa}(\omega_c t) \longrightarrow X(\omega) = \frac{\pi}{\omega_c} g(\omega)$

卷积相关主要知识点



- 连续信号卷积的定义及其物理意义；
- 卷积的性质；
- 离散信号线性卷积的物理意义及计算（卷积序列长度问题、竖式法）；
- 圆周卷积的物理意义及计算方法；
- 卷积与乘积在时域与频域内的对偶关系；
- 利用FFT求线性卷积；

变换性质相关



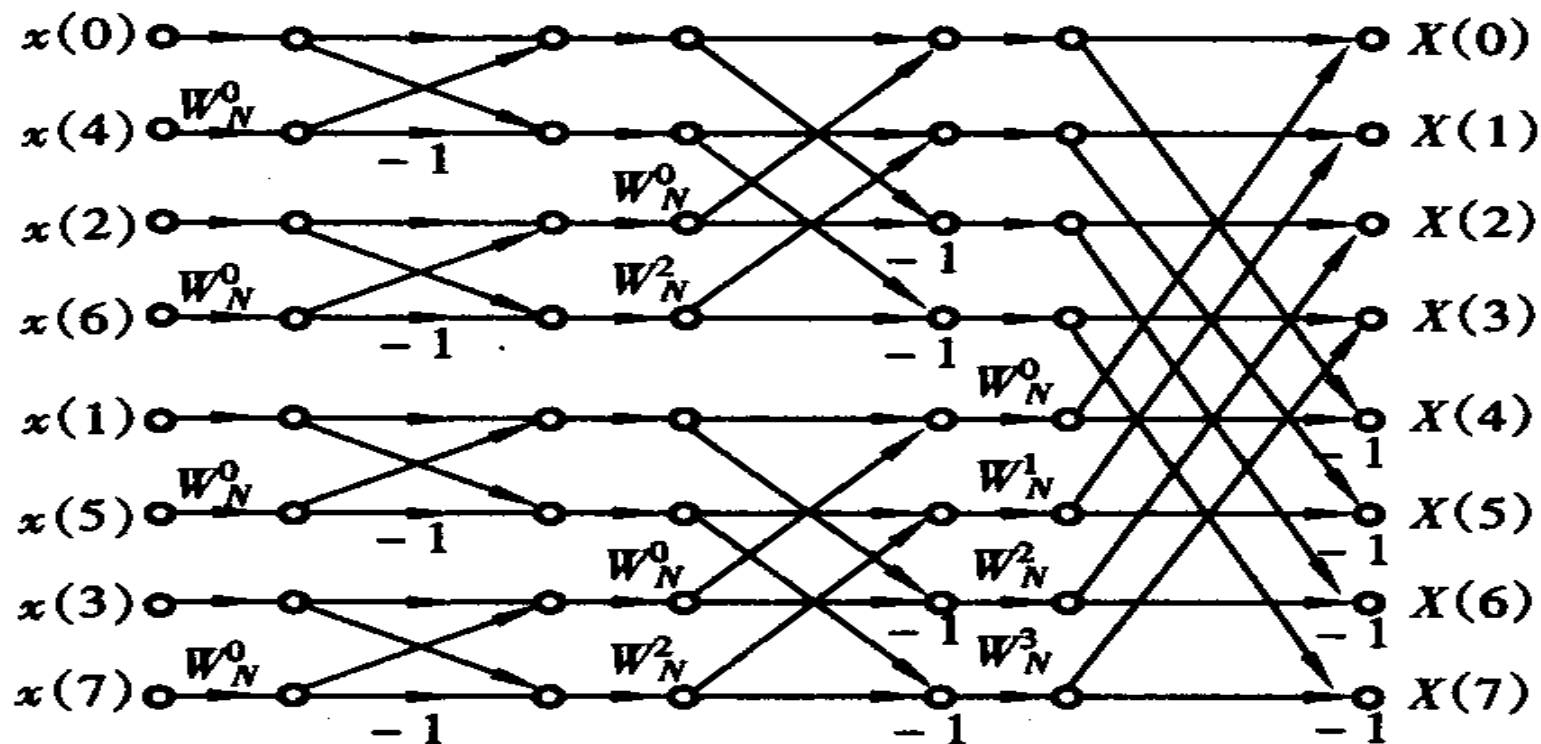
- ➔ 时移与频移性质;
- ➔ 对偶性质;
- ➔ 积分与微分 (连续信号) ;
- ➔ 尺度变换 (连续信号) ;
- ➔ 共轭特性;
- ➔ 卷积特性;
- ➔ 信号调制问题;
- ➔ DFT: 圆周移位特性;
- ➔ Z变换性质

FFT相关



- ➔ 旋转因子的概念及性质;
- ➔ FFT的基本思路与数学表达;
- ➔ FFT的计算效率问题; (一次复数乘包含2次实数加和4次实数乘)
- ➔ 数据存储相关 (同址运算与倒位序)
- ➔ 输入输出的自然序与倒位序问题
- ➔ IFFT变换问题;
- ➔ 权系数

FFT相关



FFT应用-谱分析



- ➔ 若已知信号的最高频率 f_m ，为防止混叠，选定抽样频率 f_s 满足 $f_s \geq 2f_m$
(或抽样周期 T_s 满足 $T_s \leq 1 / (2f_m)$)
- ➔ 根据要求确定频率分辨率 Δf ，（即记录数据长度 T_0 [有时也写为 T_1] $T_0 = 1 / \Delta f$ ）然后确定做DFT所要求的点数 N ，即： $N = f_s / \Delta f = T_0 / T_s$ ， N 的取值还要考虑FFT运算的要求，比如说取2的整数幂。
- ➔ 根据 N 的最终取值重新选取抽样频率 f_s (或抽样周期 T_s)。

Z变换相关



➔ Z变换的定义

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n} \quad x(n) = \frac{1}{2\pi j} \oint_c X(z) \times z^{n-1} dz$$

➔ Z变换与拉普拉斯变换的关系

$$z = e^{sT_s}$$

➔ Z变换与DTFT变换的关系

$$z = e^{j\Omega}$$

➔ Z变换与DFT变换的关系

$$z = e^{jk\frac{2\pi}{N}}$$

➔ 收敛域问题：左边序列、右边序列和双边序列

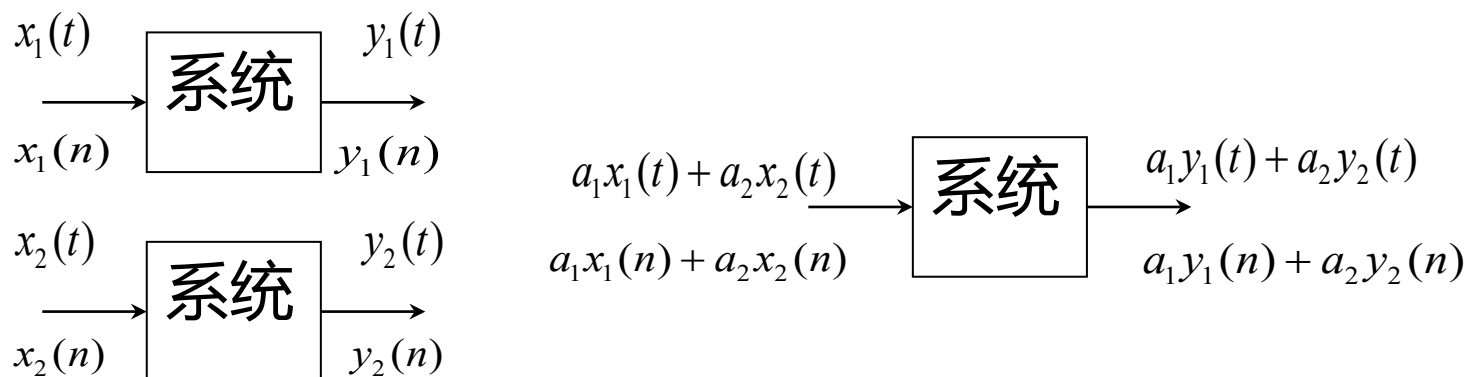
➔ 单边Z变换：时移定理、初值定理和终值定理

➔ 部分分式展开法求Z变换逆运算；

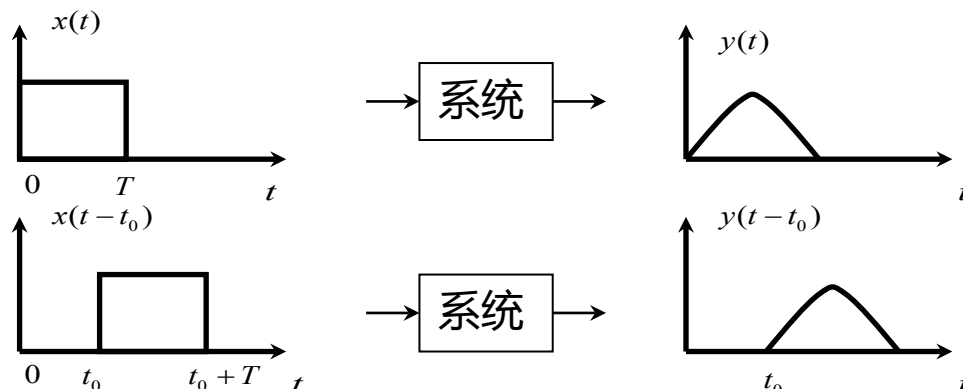
第四章 信号处理基础



➔ 线性系统的定义与辨别



➔ 时不变系统的定义与辨别



➔ 因果系统、可逆系统、稳定系统等定义与辨别

第四章 信号处理基础

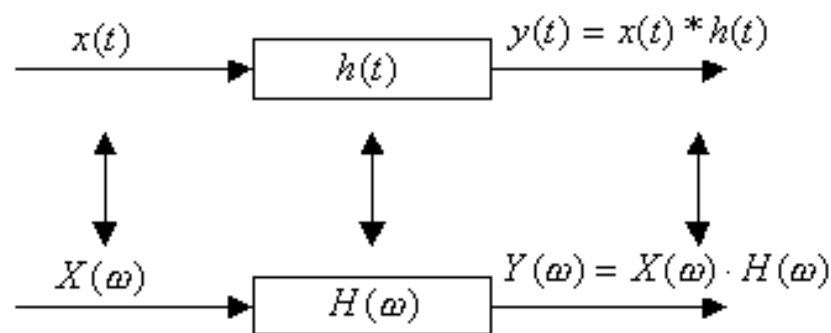


连续信号处理

➤ 频域法分析

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)}$$

频率响应



$$y(t) = Kx(t - t_0)$$

$$Y(\omega) = Ke^{-j\omega t_0} X(\omega)$$

■ 无失真传输

■ 理想低通滤波器

$$H(\omega) = \begin{cases} 1e^{-j\omega t_0} & |\omega| < \omega_c \\ 0 & |\omega| > \omega_c \end{cases}$$

第四章 信号处理基础



连续信号处理

➤ 复频域分析

➤ 连续系统微分方程的表述形式

➤ 单位冲激响应

➤ 如何利用拉普拉斯变换（拉普拉斯反变换）求解线性时不变连续系统的零输入响应、零状态响应、全响应、单位冲激响应、系统稳定性。

第四章 信号处理基础



离散信号处理

➡ 离散系统差分方程的表述形式

$$\sum_{k=0}^N a_k y(n-k) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k) \quad (a_0 = 1)$$

➡ 单位脉冲响应

➡ 如何利用Z变换（Z反变换）求解线性时不变离散系统的零输入响应、零状态响应、全响应、单位脉冲响应、系统稳定性。

➡ 离散系统的频率响应求取（画图）

第四章 信号处理基础



系统函数 $H(z)$

- ➔ 系统函数定义、系统函数的零极点
- ➔ 系统函数与离散系统差分方程、单位响应、零状态响应、稳定性的关系

第四章 信号处理基础



连续系统

离散系统

时域

$h(t)$

理想采样

$h(n)$

CFT

DTFT

频域

$H(\omega)$

$\Omega = \omega T$

$H(\Omega)$

$s = \sigma + j\omega$

$z = e^{j\Omega}$

传递函数

$H(s)$

$z = e^{sT}$

$H(z)$

复频域或Z域

第五章 滤波器



➡ 滤波器的分类

➡ 滤波器的技术指标

通带、阻带、过渡带、衰减、相移等

➡ 由幅度平方函数设计稳定的最小相位的系统

第五章 滤波器



➔ 巴特沃思模拟滤波器的特点及设计

$$|H(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}$$

$$n \geq \frac{\lg \sqrt{10^{0.1\alpha_s} - 1}}{\lg(\omega_s / \omega_c)}$$

- ➔ 切比雪夫模拟滤波器的特点
- ➔ 两种模拟滤波器幅度平方函数特点
- ➔ 巴特沃斯低通滤波器的极点分布规律
- ➔ 应用低通滤波器的设计方法设计高通滤波器

第五章 滤波器



- ➡ **冲激响应不变法的设计方法与优缺点**
 - 稳定性、频率特性、是否线性相位变换
- ➡ **双线性变换法的设计方法与优缺点**
 - 稳定性、频率特性、是否线性相位变换关
- ➡ **根据要求，设计低通、高通数字滤波器**