

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Физико-механический институт

ОТЧЁТ по лабораторной работе №1
по дисциплине: «ИНТЕРВАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ»

Студент:	Соболев Д.В.
Преподаватель:	Баженов А.Н.
Группа:	5030102/00201

Санкт-Петербург
2023

Содержание

1	Постановка задачи	2
2	Теория	2
3	Реализация	2
4	Описание алгоритма	3
5	Результат	3

1 Постановка задачи

Задана интервальная матрица \mathbf{A} :

$$\begin{aligned}\text{mid}(\mathbf{A}) &= \begin{pmatrix} 1.05 & 1 \\ 0.95 & 1 \end{pmatrix} \\ \text{rad}(\mathbf{A}) &= \begin{pmatrix} \Delta & 1 \\ \Delta & 1 \end{pmatrix} \\ \mathbf{A} &= \begin{pmatrix} [1.05 - \Delta, 1.05 + \Delta] & [1, 1] \\ [0.95 - \Delta, 0.95 + \Delta] & [1, 1] \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Необходимо найти $\min\{\Delta \mid 0 \in \det A\}$.

2 Теория

Укажем основные арифметические операции для интервалов:

$$\begin{aligned}[a, b] + [c, d] &= [a + c, b + d] \\ [a, b] - [c, d] &= [a - d, b - c] \\ [a, b] \cdot [c, d] &= [\min(ac, ad, bc, bd), \max(ac, ad, bc, bd)] \\ \frac{[a, b]}{[c, d]} &= \left[\min\left(\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}\right), \max\left(\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}\right) \right] \\ \text{mid}[a, b] &= \frac{1}{2}(a + b) \\ \text{wid}[a, b] &= (b - a) \\ \text{rad}[a, b] &= \frac{1}{2}(b - a)\end{aligned}$$

3 Реализация

Для решения данной задачи была написана программа на языке Python 3.11.

Исходный код: [ГитХаб](#)

4 Описание алгоритма

1. Проверим вхождение нуля в интервал $\det A$ при максимально допустимом значении.
2. Если $0 \notin \det A$, то данная задача не имеет решения. Иначе переходим к шагу 3.
3. Если $\det A$ является симметричным интервалом, то минимальное значение Δ равно 0, так как $0 = \text{mid}[a, b]$.
4. Рассмотрим весь допустимый интервал возможных значений Δ . Методом половинного деления будем сужать его до тех пор, пока не достигнем точности $\varepsilon = 10^{-14}$.

5 Результат

Действуя согласно описанному алгоритму, мы получаем

$$\boxed{\min \Delta \approx 0.05}$$

Тогда:

$$\det A = [1.11 \cdot 10^{-16}, 0.20]$$