

Equipe: Parfait

Integrantes: Victor Ferri, Leonardo Totti, Gabriel Camacho, Gabriel Gonçalves, Ariel Moreira

Para definirmos uma proposta de implementação de verificação de dígitos do CPF precisamos começar com algumas definições.

Baseado no artigo “ARITMÉTICA MODULAR E ALGUMAS DE SUAS APLICAÇÕES” precisamos definir dois vetores que serão compostos de índices e serão utilizados para multiplicar com o vetor que irá guardar os números do CPF.

Sejam :

$$d1 = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) \text{ e } d2 = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).$$

Como é possível perceber os vetores têm tamanhos diferentes, pois serão usados em momentos diferentes nos cálculos.

Para calcularmos o primeiro dígito verificador precisamos do produto escalar entre o CPF e o vetor d1. Pegamos como exemplo o CPF que o próprio artigo coloca, transformado em vetor: $c1 = (2, 3, 5, 3, 4, 3, 1, 0, 4)$.

Para obtermos o primeiro dígito verificador, que corresponde ao 10º dígito do CPF temos:

$$\begin{aligned} d1 \cdot c1 &= (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) \cdot (2, 3, 5, 3, 4, 3, 1, 0, 4) = 116. \\ &(1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 5 + 4 \times 3 + 5 \times 4 + 6 \times 3 + 7 \times 1 + 8 \times 0 + 9 \times 4) \end{aligned}$$

Com esse número em mãos, precisamos pegar o resto da divisão dele por 11 ou, em outras palavras, o módulo: $116 \bmod 11 = 6$.

Para calcularmos o segundo dígito verificador do CPF precisamos de um novo vetor para o CPF, com o 10º dígito que acabamos de calcular:

$$c2 = (2, 3, 5, 3, 4, 3, 1, 0, 4, 6).$$

Com ele em “mãos” podemos fazer a multiplicação pelo vetor d2:

$$\begin{aligned} d2 \cdot c2 &= (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) \cdot (2, 3, 5, 3, 4, 3, 1, 0, 4, 6) = 145. \\ &(2 \times 0 + 3 \times 1 + 5 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 4 + 3 \times 5 + 1 \times 6 + 0 \times 7 + 4 \times 8 + 6 \times 9) \end{aligned}$$

E novamente, precisamos calcular o resto da divisão desse novo número por 11, $145 \bmod 11 = 2$. Com isso, temos o segundo dígito verificador, que corresponde ao 11º dígito do CPF. Sendo assim, o vetor que contém o CPF completo, com os dois dígitos verificadores calculados é:

$$(2, 3, 5, 3, 4, 3, 1, 0, 4, 6, 2)$$