



۱ اگر دامنه متغیر گزاره‌های زیر، مجموعه اعداد طبیعی باشد، آن‌گاه مجموعه جواب چه تعداد از این گزاره‌ها، نامتناهی است؟

الف)  $x$  بین ۱ و ۲ است.

پ)  $x + 1 < 6$

ب)  $x$  مربع کامل است.

ت)  $x$  دو واحد از مضارب صحیح ۵ بیش‌تر است.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۲ دامنه گزاره‌نمای «مجموعه  $\{1, 2\}$  تعداد  $2^{n^2-n}$  زیرمجموعه دارد» اعداد طبیعی است. مجموعه جواب چند عضو دارد؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ بی‌شمار

۴ مجموعه جواب تهی است.

۳ اگر ارزش دو گزاره‌ی زیر مخالف یکدیگر باشند، مقدار  $m$  برابر با کدام گزینه‌ی زیر می‌تواند باشد؟

الف) معادله‌ی  $2x^2 + 2mx + 25 = 0$  ریشه‌ی مضاعف دارد.

ب) خط  $y = 2x + m$  از ناحیه‌ی چهارم مختصات نمی‌گذرد.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۴ عبارت  $x^2 > 2^x$  با قرار دادن چه تعداد از اعداد صحیح به جای  $x$ ، تبدیل به گزاره‌ای با ارزش درست می‌شود؟

۱ صفر

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ بی‌شمار

۵ چه تعداد از گزاره‌های زیر ارزش درست دارند؟

الف)  $\emptyset = \{\emptyset\}$

پ)  $\emptyset \notin \{\emptyset\}$

ب)  $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$

ت)  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۶ اگر مجموعه اعداد طبیعی دامنه متغیر گزاره‌های زیر باشد، مجموعه کدام گزاره‌ها تهی است؟

۱  $2^n < n^2$

۲  $n^2 < 15n - 15$

۳  $n! \leq \frac{n^2}{2}$

۴  $2n^2 < 5 - 3n$

۷ به‌ازای کدام مقدار  $x$ ، گزاره‌نمای «در پرتاب یک تاس، احتمال آن‌که عددی بزرگ‌تر از  $x$  رو شود، برابر  $\frac{1}{3}$  است.» به گزاره‌ای درست تبدیل می‌شود؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۸

چه تعداد از جملات زیر گزاره‌ای درست می‌باشند؟

الف) معادله‌ی  $x(2x^2 - 7) = x$  در مجموعه‌ی اعداد طبیعی، ۲ ریشه دارد.  
 ب) تعداد کل حالاتی که ۴ نفر می‌توانند بر روی یک نیمکت بنشینند به طوری که دو نفر خاص کنار هم باشند برابر  $2! \times 3!$  است.

ج) آیا عدد ۷ برابر با  $1 + 4 + 2$  می‌باشد؟  
 د) اگر فردا باران ببارد، آن‌گاه هوا خنک خواهد شد.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۹

دامنه گزاره‌نمای « $x$  مضرب ۳ و مربع آن کوچک‌تر از ۱۰۰ است.» مجموعه اعداد صحیح ( $Z$ ) است. مجموعه جواب این گزاره‌ها چند عضو دارد؟

۶ (۱)

۷ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۰

اگر دامنه‌ی متغیر گزاره‌نمای  $a^2 + (a - 1)^2 = 0$  را اعداد صحیح ( $Z$ ) فرض کنیم، مجموعه جواب گزاره‌ها چند عضو دارد؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴) صفر

۱۱

اگر دامنه‌ی متغیر گزاره‌نمای  $\sqrt[5]{2x - 1} = 3$  برابر  $D = [1, +\infty)$  باشد، مجموعه جواب آن کدام است؟

۱ (۱)  $S = \{41\}$ ۲ (۲)  $S = \{5\}$ ۳ (۳)  $S = \{122\}$ ۴ (۴)  $S = \{-4\}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به دامنه تغییر، مجموعه جواب گزاره‌نمای «الف»،  $\emptyset$  و مجموعه جواب گزاره‌نمای «ب»، مجموعه  $\{1, 4, 9, \dots\}$  و مجموعه  $\{1, 2, 3, 4\}$  است که هر دو متناهی هستند. اما مجموعه جواب گزاره‌نمای «ت»، مجموعه  $\{2, 7, 12, \dots\}$  می‌باشد که هر دو نامتناهی هستند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم کل زیرمجموعه‌های  $n$  عضوی،  $2^n$  می‌باشد، پس:  
فقط یک جواب دارد.  
$$n^2 - n = n \rightarrow n^2 - 2n = 0 \Rightarrow n = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا مقدار  $m$  را برای درستی هر گزاره به دست می‌آوریم:  
الف)  $\Delta = 0 \Rightarrow (2m)^2 - 4(4)(25) = 0 \Rightarrow 4m^2 - 400 = 0 \Rightarrow m^2 = 100 \Rightarrow m = \pm 10$   
ب) برای این‌که خط  $y = 2x + m$  از ناحیه‌ی چهارم عبور نکند، باید عرض از مبدأ آن مثبت یا صفر باشد، یعنی:  
 $m \geq 0$

برای آن‌که ارزش دو گزاره خلاف یک‌دیگر شود دو حالت وجود دارد.  
حالت اول: گزاره‌ی الف درست و گزاره‌ی ب نادرست باشد.

$$(1) \quad \Delta = 0 \Rightarrow 4m^2 - 400 = 0 \Rightarrow m^2 = 100 \Rightarrow m = \pm 10$$

$$\text{اشتراک (۱)، (۲)} \quad m < 0 \quad \rightarrow \quad m = -10$$

حالت دوم: گزاره‌ی الف نادرست و گزاره‌ی ب درست باشد.

$$(1) \quad \Delta \neq 0 \Rightarrow 4m^2 - 400 \neq 0 \Rightarrow m \neq \pm 10$$

$$\text{اشتراک (۱)، (۲)} \quad m \geq 0 \quad \rightarrow \quad \{m | m \geq 0, m \neq 10\}$$

با توجه به گزینه‌ها مقدار  $m$  می‌تواند برابر با  $-10$  باشد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نادرست  $x = 1 \Rightarrow 1^2 > 2^1$

$$x = 2 \Rightarrow 2^2 > 2^2 \quad \text{نادرست}$$

$$x = 3 \Rightarrow 3^2 > 2^3 \quad \text{درست}$$

$$x = 4 \Rightarrow 4^2 > 2^4 \quad \text{نادرست}$$

اگر  $x$  عضو اعداد صحیح منفی باشد،  $2^x < 1$  اما  $x^2 \geq 1$  خواهد شد. پس به ازای بی شمار عدد صحیح، گزاره‌ی فوق تبدیل به گزاره‌ای درست خواهد شد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مورد «الف» درست نمی‌باشد زیرا  $\emptyset$  یک مجموعه بدون عضو است اما  $\{\emptyset\}$  مجموعه‌ای یک‌عضوی است.

مورد «ب» درست است زیرا  $\emptyset$  زیرمجموعه‌ی هر مجموعه‌ای می‌باشد.

مورد «پ» نادرست است زیرا  $\emptyset$  عضوی از  $\{\emptyset\}$  است.

مورد «ت» درست است زیرا عضو  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$  در مجموعه  $\{\emptyset, \{\oplus, \{\oplus\}\}, \{\emptyset\}\}$  قرار دارد.

گزینه «۱»: نامساوی  $n^2 < 2^n$  به ازای  $n = 3$  برقرار است، یعنی داریم:

$$2^3 < 3^2$$

گزینه «۲»:  $n^2 < 8n - 15 \Rightarrow n^2 - 8n + 15 < 0 \Rightarrow (n - 3)(n - 5) < 0 \Rightarrow 3 < n < 5$

بنابراین نامساوی به ازای  $n = 4$  برقرار است.

$$2! \leq \frac{2^2}{2}$$

گزینه «۳»: نامساوی به ازای  $n = 2$  برقرار است، یعنی داریم:

گزینه «۴»:  $2n^2 < 5 - 3n \Rightarrow 2n^2 + 3n - 5 < 0 \Rightarrow (n - 1)(2n + 5) < 0 \Rightarrow -\frac{5}{2} < n < 1$

نامساوی به ازای هیچ عدد طبیعی  $n$  برقرار نیست، پس مجموعه جواب گزاره‌نما، تهی است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در پرتاب یک تاس، فضای نمونه برابر مجموعه  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  است. پیشامد آن که

عددی بزرگ‌تر از ۴ رو شود، به صورت  $A = \{5, 6\}$  می‌باشد که احتمال آن برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌ها:

الف) گزاره است ولی ارزش آن نادرست است.

$$x(2x^2 - 7) = x \Rightarrow x(2x^2 - 7) - x = 0 \Rightarrow x(2x^2 - 8) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \notin N \\ 2x^2 - 8 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \in N \\ x = -2 \notin N \end{cases} \end{cases}$$

ب) گزاره است و ارزش آن درست است.

کافی است ۲ نفر خاص را یک نفر در نظر بگیریم بنابراین کلاً می‌شوند ۳ نفر و به ۳! حالت جابه‌جا می‌شوند و آن ۲ نفر

خاص به ۲! حالت می‌توانند جابه‌جا شوند بنابراین تعداد کل حالات برابر  $2! \times 3!$  خواهد بود.

ج) جملات پرسشی، گزاره نمی‌باشند.

د) گزاره است ولی ارزش آن یا درست است یا نادرست.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$S = \{x = 3k | k \in \mathbb{Z}, x^2 < 100\}$$

$$x^2 < 100 \Rightarrow -10 < x < 10, x = 3k$$

$$\Rightarrow x = -9, -6, -3, 0, 3, 6, 9 \Rightarrow S = \{-9, -6, -3, 0, 3, 6, 9\}$$

نکته: هر جمله‌ی خبری را که شامل یک یا چند متغیر است و با جای‌گذاری مقادیری به جای متغیر به یک گزاره تبدیل می‌شود، یک گزاره‌نما می‌نامیم.

نکته: در هر گزاره‌نما به مجموعه‌ی مقادیری که می‌توان آن‌ها را به جای متغیرهای آن قرار داد تا گزاره‌نما تبدیل به گزاره شود، دامنه‌ی متغیر گزاره‌نما می‌گویند.

نکته: در هر گزاره‌نما به مجموعه‌ی عضوهایی از دامنه‌ی متغیر که به ازای آن‌ها گزاره‌نما به یک گزاره‌ی با ارزش درست تبدیل می‌شود، مجموعه جواب گزاره‌نما می‌گوییم.

نکته: اگر مجموع چند عدد حقیقی غیرمنفی برابر صفر باشد، آن‌گاه هر یک از آن‌ها برابر صفر هستند.

باید مقادیری را برای  $a$  بیابیم که تساوی داده شده برقرار شود.

$$(a-1)^2 + a^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a-1=0 \Rightarrow a=1 \\ a=0 \Rightarrow a=0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} a \text{ وجود ندارد}$$

بنابراین مجموعه جواب گزاره‌نمای داده شده  $\emptyset$  است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مجموعه جواب گزاره‌نما باید زیرمجموعه‌ی دامنه‌ی متغیر گزاره‌نما باشد و همچنین در معادله‌ی گزاره‌نما صدق کند. با جای‌گذاری گزینه‌ها مشخص می‌شود که گزینه‌ی ۳ یعنی ۱۲۲ در معادله صدق می‌کند.

$$x = 122 \Rightarrow \sqrt[5]{2(122) - 1} = \sqrt[5]{243} = 3$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴

