

بسم الله الرحمن الرحيم

## تحقیق درس سیستم‌های کنترل خطی

پریا ساعی

شماره دانشجویی: ۴۰۱۱۹۱۶۳

p.saei@email.kntu.ac.ir

استاد: دکتر تقی‌راد

زمستان ۱۴۰۳

## تأخیر چگونه بر مکان هندسی ریشه‌ها در سیستم‌های کنترلی تأثیر می‌گذارد

ریشه‌ها و پایداری: ریشه‌ها، جواب‌های معادلات توصیف کننده رفتار سیستم هستند. محل آن‌ها روی صفحه مختلط (صفحه S)، حاوی اطلاعاتی در مورد پایداری سیستم است.

- نیمه چپ صفحه: قرارگیری ریشه‌ها در این‌جا به این معناست که سیستم پایدار است، خطای سیستم با گذشت زمان به کمک فیدبک از بین می‌رود.

- نیمه راست صفحه: وجود ریشه‌ها در این‌جا به معنای ناپایداری است. در این حالت فیدبک خطای سیستم را افزایش داده و منجر به ناپایداری یا نوسان سیستم می‌شود.

در یک سیستم کنترلی، تأخیر سیستم در واکنش به تغییرات اعمال شده، یک ناهماهنگی زمانی در حلقه فیدبک ایجاد می‌کند که می‌تواند فیدبک مفید را به فیدبک مضر تبدیل کند و سیستم را به سمت ناپایداری سوق دهد. به عنوان مثال، تصور کنید که سعی دارید چوبی را روی انگشت خود متعادل کنید. اگر واکنش شما به تغییر موقعیت چوب آنی و بدون تأخیر باشد، شما فوراً به کج شدن آن واکنش نشان می‌دهید. با تأخیر، واکنش‌های شما دیر است، شما بیش از حد جبران می‌کنید و چوب می‌افتد. اثر تأخیر در سیستم‌های کنترل مشابه است و اصلاح به موقع را سخت می‌کند و منجر به ناپایداری می‌شود.

تأخیر زمانی (که به آن تأخیر انتقالی نیز گفته می‌شود) در یک سیستم کنترلی باعث تغییر مکان ریشه‌های سیستم (قطب‌ها) می‌شود. اثرات اصلی تأخیر بر مکان قطب‌ها به شرح زیر است.

### ۱. جابه‌جایی قطب‌ها به سمت راست (کاهش پایداری)

- تأخیر زمانی باعث افزایش تأخیر فاز می‌شود که قطب‌های سیستم را به محور موهومی نزدیک‌تر می‌کند.
- اگر تأخیر زیاد باشد، می‌تواند قطب‌ها را به نیم‌صفحه راست صفحه S منتقل کند و سیستم را ناپایدار کند.

### ۲. افزایش نوسانات

- تأخیر، کاهش میرایی سیستم را در پی دارد و باعث حرکت قطب‌ها به سمت محور موهومی می‌شود.
- این مسئله می‌تواند منجر به رفتار نوسانی شود، حتی اگر سیستم همچنان پایدار باقی بماند.

### ۳. کاهش حاشیه فاز

- تأخیر باعث ایجاد اختلاف فاز در سیستم می‌شود که حاشیه فاز را کاهش می‌دهد.
- کاهش حاشیه فاز یعنی سیستم به ناپایداری نزدیک‌تر شده و نوسانات بیشتری از خود نشان می‌دهد.

### ۴. امکان بروز ناپایداری هاف (Hopf Bifurcation)

- با افزایش تأخیر، قطب‌های پایدار ممکن است از محور موهومی عبور کنند و وارد نیم‌صفحه راست شوند که منجر به ناپایداری نوسانی می‌شود.

- این پدیده معمولاً با انشعاب هاف همراه است که در آن یک جفت قطب مزدوج مختلط از محور موهومی عبور می‌کنند.

### ۵. تأثیر بر عملکرد کنترل

- حتی اگر سیستم پایدار باقی بماند، پاسخ گذرای آن ممکن است ضعیف شود، زمان نشست افزایش یابد و دقت کنترل کاهش یابد.

- این موضوع به‌ویژه در سیستم‌های پرسرعت یا بلادرنگ مشکل‌ساز است.

۶. اگر یک سیستم دارای تأخیر  $T_d$  باشد، تابع تبدیل آن شامل یک جمله نمایی به‌صورت  $G(s) = e^{-T_d s} \frac{K}{s+a}$  خواهد بود. جمله  $e^{-T_d s}$  تأثیر شدیدی بر مکان قطب‌ها دارد.

- این جمله یک تابع نمایی مختلط است که موجب ایجاد تأخیر فاز در سیستم می‌شود.
- تأخیر باعث ایجاد تعداد نامحدودی اقطب‌ها شده و مسیر مکان هندسی ریشه‌ها (Root Locus) را تغییر می‌دهد.
- با افزایش  $T_d$ ، قطب‌های سیستم به سمت راست صفحه  $s$  حرکت می‌کنند و پایداری کاهش می‌یابد.

۷. تأخیر فازی ایجادشده توسط تأخیر زمانی

- جمله نمایی  $e^{-T_d s}$  باعث ایجاد تأخیر فاز در حوزه فرکانس می‌شود.
- هرچه فرکانس افزایش یابد، تأخیر فاز بیشتر می‌شود و در نتیجه سیستم پاسخگی با تأخیر بیشتر نسبت به ورودی خواهد داشت. اگر تأخیر بزرگ باشد، حاشیه فاز کاهش یافته و احتمال ناپایداری بیشتر می‌شود.

۸. شهود فیزیکی: چرا قطب‌ها به سمت راست حرکت می‌کنند؟ برای درک بهتر، فرض کنیم در حال رانندگی هستیم، اما یک تأخیر ۱ ثانیه‌ای در عملکرد فرمان وجود دارد.

- اگر تأخیر کم باشد، می‌توان آن را نادیده گرفت یا با کنترل‌های کوچک جبران کرد.
- اگر تأخیر افزایش یابد، واکنش خودرو به فرمان شما با تأخیر اتفاق می‌افتد.
- شما برای اصلاح مسیر خود مجبور به تصحیح‌های شدیدتر می‌شوید، که باعث نوسانات بزرگ‌تر خواهد شد.
- در تأخیرهای بزرگ، کنترل به کاملاً ناپایدار تبدیل می‌شود و خودرو از مسیر خارج خواهد شد.
- این دقیقاً همان تأثیری است که تأخیر زمانی بر سیستم‌های کنترلی دارد. با افزایش تأخیر، سیستم بیش از حد اصلاح می‌کند. نوسانات بیشتر می‌شود، و در نهایت، قطب‌ها وارد نیم‌صفحه راست می‌شوند و سیستم ناپایدار می‌شود.