

تمرین شماره دوم درس یادگیری ماشین

پریا پاسبورز

شماره دانشجویی: 810101393

سوال دوم)

مجموعه داده جدول زیر را در نظر بگیرید.

A	B	C	Y
0	0	1	0
0	1	0	0
1	1	0	0
0	0	1	0
1	1	1	1
1	0	0	1
1	1	0	1

طبقه‌بندی Naïve Bayes هر کدام از نمونه‌های زیر را چگونه دسته‌بندی می‌کند؟

A	B	C	\hat{Y}
0	0	0	?
1	1	1	?
X	1	0	?
X	0	1	?

با توجه به رابطه Naïve Bayes داریم:

$$P(Y|A, B, C) \propto P(Y) \cdot P(A|Y) \cdot P(B|Y) \cdot P(C|Y)$$

- Case 1: $A = 0, B = 0, C = 0$

$$\checkmark Y = 1$$

$$\begin{aligned} P(Y = 1|A = 0, B = 0, C = 0) &\propto P(Y = 1) \cdot P(A = 0|Y = 1) \cdot P(B = 0|Y = 1) \cdot P(C = 0|Y = 1) \\ &= \frac{3}{7} \cdot 0 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = 0 \end{aligned}$$

$$\checkmark Y = 0$$

$$\begin{aligned} P(Y = 0|A = 0, B = 0, C = 0) &\propto P(Y = 0) \cdot P(A = 0|Y = 0) \cdot P(B = 0|Y = 0) \cdot P(C = 0|Y = 0) \\ &= \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{28} \end{aligned}$$

از آنجایی که $P(Y = 0|A = 0, B = 0, C = 0) > P(Y = 1|A = 0, B = 0, C = 0)$ ، پس این نمونه به عنوان صفر طبقه‌بندی می‌شود.

- Case 2: $A = 1, B = 1, C = 1$

$$\checkmark Y = 1$$

$$\begin{aligned} P(Y = 1|A = 1, B = 1, C = 1) &\propto P(Y = 1) \cdot P(A = 1|Y = 1) \cdot P(B = 1|Y = 1) \cdot P(C = 1|Y = 1) \\ &= \frac{3}{7} \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{21} \end{aligned}$$

$$\checkmark Y = 0$$

$$\begin{aligned} P(Y = 0|A = 1, B = 1, C = 1) &\propto P(Y = 0) \cdot P(A = 1|Y = 0) \cdot P(B = 1|Y = 0) \cdot P(C = 1|Y = 0) \\ &= \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{28} \end{aligned}$$

از آنجایی که $P(Y = 1|A = 1, B = 1, C = 1) > P(Y = 0|A = 1, B = 1, C = 1)$ ، پس این نمونه به عنوان یک طبقه‌بندی می‌شود.

- Case 3: $A = X, B = 1, C = 0$

$$\checkmark Y = 1$$

$$\begin{aligned} P(Y = 1|B = 1, C = 0) &\propto P(Y = 1) \cdot P(B = 1|Y = 1) \cdot P(C = 0|Y = 1) \\ &= \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{21} \end{aligned}$$

$$\checkmark Y = 0$$

$$\begin{aligned} P(Y = 0|B = 1, C = 0) &\propto P(Y = 0) \cdot P(B = 1|Y = 0) \cdot P(C = 0|Y = 0) \\ &= \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{7} \end{aligned}$$

از آنجایی که $P(Y = 1|A = X, B = 1, C = 0) > P(Y = 0|A = X, B = 1, C = 0)$ ، پس این نمونه به عنوان یک طبقه‌بندی می‌شود.

- Case 4: $A = X, B = 0, C = 1$

✓ $Y = 1$

$$P(Y = 1|B = 0, C = 1) \propto P(Y = 1) \cdot P(B = 0|Y = 1) \cdot P(C = 1|Y = 1)$$

$$= \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{21}$$

✓ $Y = 0$

$$P(Y = 0|B = 0, C = 1) \propto P(Y = 0) \cdot P(B = 0|Y = 0) \cdot P(C = 1|Y = 0)$$

$$= \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{7}$$

از آنجایی که $P(Y = 0|A = X, B = 0, C = 1) > P(Y = 1|A = X, B = 0, C = 1)$ ، پس این نمونه به عنوان صفر طبقه‌بندی می‌شود.