

تمرین شماره دوم درس یادگیری ماشین

پریا پاسه‌ورز

شماره دانشجویی: 810101393

سوال اول)

برای یک مسئله طبقه‌بندی دو کلاس، برای ورودی تک بعدی x ، با در نظر گرفتن:

$$P(x|y = 0) = e^{-2x}, x \geq 0$$

$$P(x|y = 1) = \frac{2.25}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(x-1)^2}{2}}, x \geq 0$$

$$\ln \frac{2.25}{\sqrt{2\pi}} = -1$$

و فرض برابر بودن احتمال پیشین هر دو کلاس، بازه ناحیه کلاس اول دوم را به دست آورید.

برای به دست آوردن بازه ناحیه کلاسها:

Decide ω_1 if $p(\omega_1|x) > p(\omega_2|x)$; otherwise decide ω_2 .

حال طبق رابطه بیز، آن را ساده می‌کنیم:

$$\frac{p(x|\omega_1)P(\omega_1)}{p(x)} > \frac{p(x|\omega_2)P(\omega_2)}{p(x)}$$

با توجه به برابر بودن احتمال پیشین هر دو کلاس، رابطه را ساده می‌کنیم:

$$p(x|\omega_1) > p(x|\omega_2)$$

پس:

$$e^{-2x} > \frac{2.25}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(x-1)^2}{2}}$$

اول باید نقاط برخورد بازه ناحیه را حساب کنیم:

$$e^{-2x} = \frac{2.25}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(x-1)^2}{2}}$$

$$\ln(e^{-2x}) = \ln\left(\frac{2.25}{\sqrt{2\pi}}\right) + \ln\left(e^{\frac{(x-1)^2}{2}}\right)$$

$$-2x = \ln\left(\frac{2.25}{\sqrt{2\pi}}\right) - \frac{(x-1)^2}{2}$$

با توجه به تقریب ارائه شده در سوال خواهیم داشت:

$$-2x = -1 - \frac{(x-1)^2}{2}$$

$$-4x = -2 - (x-1)^2$$

$$-4x = -2 - (x^2 - 2x + 1)$$

$$-4x = -2 - x^2 + 2x - 1$$

$$-4x = -x^2 + 2x - 3$$

$$x^2 - 6x - 3 = 0$$

$$x_1 = 3 - \sqrt{6}, \quad x_2 = 3 + \sqrt{6}$$

از آنجایی که مسئله برای $x \geq 0$ صادق است:

$$Class1: x \in [3 - \sqrt{6}, 3 + \sqrt{6}]$$

$$Class2: x \in [0, 3 - \sqrt{6}) \cup [3 + \sqrt{6}, \infty)$$