

• Resolver por Lagrange para $q=2$ y $\|u\|_2=1, u \geq 0$
(combinación convexa)

Para el alineamiento restringido, buscamos maximizar la función $\hat{\beta}(\sum_{j=1}^d u_j k(x_j, x_y))$

Restricciones: $\|u\|_q^q \leq \xi$

Maximizar con Lagrange:

$$\mathcal{L}(u, \lambda) = \hat{\beta}(\sum_{j=1}^d u_j k(x_j, x_y)) + \lambda (1 - \sum_{j=1}^d u_j^2)$$

- λ es multiplicador de Lagrange asociado a la restricción $q=2$, es decir, una norma L_2 , implica $\|u\|_2^2=1$
- Término $\sum_{j=1}^d u_j^2$ representa la norma L_2 de los u_j .

Para encontrar los valores óptimos de los u_j , derivamos el lagrangiano respecto a u_j y λ

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_j} = \frac{\partial \hat{\beta}}{\partial u_j} + \lambda (-2u_j) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 1 - \sum_{j=1}^d u_j^2 = 0$$

Demonstrati: $\mathbf{K}_c = \mathbf{H} \mathbf{K} \mathbf{H} ; \mathbf{H} = \mathbf{I} - \frac{\mathbf{1}\mathbf{1}^T}{N}$

$$\left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{1}\mathbf{1}^T}{N}\right)^K \left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{1}\mathbf{1}^T}{N}\right) = \left(\mathbf{K} - \frac{\mathbf{1}\mathbf{1}^T}{N} \mathbf{K}\right) \left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{1}\mathbf{1}^T}{N}\right)$$