

5주차 예비보고서

전공: 컴퓨터공학 학년: 2학년 학번: 20191629 이름: 이주현

1. De Morgan의 정리에 대해 조사하시오.

부울 대수학에서 드모르간의 정리는 논리곱과 논리합을 각각 논리합과 논리곱을 이용하는 식으로 변환하는 방법을 기술하는 정리이다. 이 정리는 19세기 영국의 수학자인 아우구스투스 드 모르간의 이름을 따 만들어졌다. 드모르간의 정리에 따르면, 논리곱의 부정은 부정의 논리합과 같고, 논리합의 부정은 부정의 논리곱과 같다. 이를 논리 연산식으로 나타내면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\neg(A \cdot B) = \neg(A) + \neg(B) \quad (1) \text{ 논리곱의 부정은 부정의 논리합과 같다.}$$

$$\neg(A + B) = \neg(A) \cdot \neg(B) \quad (2) \text{ 논리합의 부정은 부정의 논리합과 같다.}$$

드모르간의 정리는 논리회로를 간소화시키는 과정에서 유용하게 사용되기도 한다.

2. 논리회로의 간소화에 대해 조사하시오 (예시 포함).

논리회로의 간소화는 주어진 논리 회로와 완전히 같은 결과를 가지지만 더 적은 수의 “항(literal)”을 사용하는 논리 회로를 찾는 과정을 말한다. 논리 회로를 간소화할 때는 부울 대수학의 여러 특성과 정리를 이용하게 되는데, 교환법칙이나 결합법칙과 같은 연산 자체의 고유 특징을 이용할 뿐만 아니라, 위에서 언급한 드모르간의 정리와 같은 방법을 사용하기도 한다.

예를 들어, 입력 x, y, z 가 주어졌을 때 다음과 같은 논리 회로를 만들고자 한다고 하자.

$$\neg xz + x\neg yz + xyz \quad \dots (1)$$

이 논리 회로는 다음과 같은 과정을 거쳐 간소화시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} & \neg xz + x\neg yz + xyz \\ &= \neg xz + (x\neg y)z + (xy)z \\ &= (\neg x + x\neg y)z + (xy)z \\ &= (\neg x + x\neg y + xy)z \\ &= (\neg x + (x\neg y + xy))z \end{aligned}$$

$$= (\neg x + x)z$$

$$= z$$

따라서, 처음 논리 회로는 z의 입력값과 완전히 같다는 사실을 알 수 있다. 이렇게 논리회로를 간소화시키면, 사용해야 할 논리소자 개수를 줄일 수 있어 더욱 효율적인 회로를 만들 수 있다는 장점이 있다.

3. 카르노 맵에 대해 조사하시오 (예시 포함).

부울 대수학에서, 카르노 맵은 어떤 논리회로 또는 논리식을 간소화하는 방법 중 하나이다. 카르노 맵을 사용하여 논리식을 간소화하려면 먼저 진리표를 이용하여 출력이 논리적 참이 되는 경우를 모두 찾아 하나의 식으로 써야 한다. 그 다음, 입력 변수와 출력을 하나의 표에 그려 넣고 논리적 참은 논리적 참끼리, 논리적 거짓은 논리적 거짓끼리 직사각형 모양으로 묶어 그룹을 생성한 뒤 논리적 참을 표시하는 상자를 sum-of-product 형식으로 나타내면 복잡한 논리식을 단순화할 수 있다.

예를 들어, 다음과 같은 식이 있다고 하자.

$$f(A, B, C, D) = (\overline{A}BC\overline{D}) + (A\overline{B}C\overline{D}) + (A\overline{B}CD) + (\overline{A}BCD) + (\overline{A}BCD) + (A\overline{B}C\overline{D}) + (A\overline{B}CD) + (ABCD)$$

이 식을 간소화시키려면 먼저 입력 변수와 출력을 하나의 표에 그려 넣어야 한다.

		AB					
		00	01	11	10		
CD	00	0	4	12	8	ABCD	ABCD
	01	1	5	13	9	0000 - 0	1000 - 8
	11	3	7	15	11	0001 - 1	1001 - 9
	10	2	6	14	10	0010 - 2	1010 - 10
						0011 - 3	1011 - 11
						0100 - 4	1100 - 12
						0101 - 5	1101 - 13
						0110 - 6	1110 - 14
						0111 - 7	1111 - 15

그 다음, 실제 출력 결과에 따라 논리적 참은 논리적 참 끼리, 논리적 거짓은 논리적 거짓끼리 직사각형 모양으로 묶는다.

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	0	0	1	1
	01	0	0	1	1
	11	0	0	0	1
	10	0	1	1	1

$f(A,B,C,D) = \Sigma(6,8,9,10,11,12,13,14)$

$$F = AC' + AB' + BCD'$$

$$F = (A+B)(A+C)(B'+C'+D')$$

이렇게 하면 각 상자를 sum-of-product형으로 나타내어 논리회로를 쉽게 간소화할 수 있게 된다.

4. Quine-McCluskey 최소화 알고리즘에 대해 조사하시오.

Quine-McCluskey 알고리즘은 내부적 동작 원리로만 보았을 때 카르노 맵과 같은 방식으로 동작한다. 그러나 표에 그림을 그려 "이웃하는 논리적 참 항"을 서로 모임으로 묶어야 하는 카르노 맵과 달리, Quine-McCluskey 알고리즘은 표를 사용하기 때문에 컴퓨터로 처리하기 편하다.

먼저 진리표로부터 논리적 참이 되는 경우를 모두 찾아 하나의 식으로 서술한다. 그 다음, 주어진 함수의 후보항을 모두 구하는 과정을 거친다. 이렇게 구해진 후보항에는 간소화에 필요한 항과 그렇지 않은 항이 모두 들어가 있게 된다. 이 후보항을 다시 표로 만들어 조합하면, 후보항 중 필수항과 그렇지 않은 항을 구분할 수 있게 된다.

이 작업을 반복하면 어떤 논리식의 간소화된 식을 결정론적으로 구할 수 있다.

5. 기타이론

비록 Quine-McCluskey 알고리즘이 결정론적으로 논리식을 간소화할 수 있다고 하지만, 기본적으로 부울 대수학 식의 해를 구하거나 간소화하는 작업은 NP-complete이다.

따라서, 아무리 입력이 4개 이상인 경우 Quine-McClusky 알고리즘이 더 효율적으로 결과를 구할 수 있다는 사실이 알려져 있더라도, 알고리즘의 시간복잡도의 증가 추세는 지수함수를 따르기 때문에 논리식을 간소화하는 작업은 컴퓨터에게도 "풀기 어려운" 문제라는 것을 알 수 있다.