

Inter-Effects amongst Multiple Aggregates on Stress Concentration in Concrete

Guoyou Yu

School of Civil Engineering
Tianjin University
Tianjin, China
cgyyu@tju.edu.cn

Peng Fu

School of Civil Engineering
Tianjin University
Tianjin, China
fp19840425@gmail.com

Abstract—In this paper, Finite Element Method is used to study local stress concentration in concrete. As existing analytical formula are suitable only to those cases with single aggregate, cases for 2, 3 and 4 aggregates are studied in the paper. Corresponding numerical results are compared to those from multiple use of single aggregate analytical solutions, based on which inter-effects amongst multiple aggregates are given.

Keywords—inter-effect; FEM; concrete aggregate; numerical solution; analytical solution; stress concentration

I. 引言

细观力学认为,混凝土为由骨料、砂浆、界面组成的非均匀复合材料^[1],采用有限元法直接模拟需要大量计算时间和内存。为解决此矛盾,通过有限元计算拟合并修正骨料引起混凝土应力集中系数经验公式(即下节中的三维内含球体局部应力公式),再据此用叠加力学模型和边界元法模拟非均匀混凝土材料的细观断裂过程,既可以节省计算时间和内存,同时均匀介质模型避免了单元划分时必须考虑骨料和界面存在所造成的麻烦。

II. 三维内含球体局部应力公式

本公式主要表达了均布力作用下,均匀介质中含有异质球体(主要是不同弹性模量或者剪切模量以及泊松比),内部应力的分布。

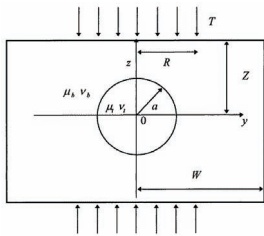


图1 公式模型示意图

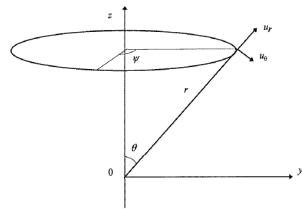


图2 球体坐标系示意图

图1是均匀介质以及内含物在 yoz 平面的投影,主要是示意以下公式中所用到的各个参数。

μ 表示剪切模量, ν 表示泊松比, T 表示均匀介质受到的均布力, a 表示内含球体的半径, 下标 b 表示该参数属于均匀介质, 下标 t 表示该参数属于内含球体。

主要的应力公式如下:

$$\sigma_{yy}^t = 2\mu_t \left\{ \left(\frac{1+\nu_t}{1-2\nu_t} \right) H - 2F \right\} \quad (1)$$

$$\sigma_{zz}^t = 2\mu_t \left\{ \left(\frac{1+\nu_t}{1-2\nu_t} \right) H + 2F \right\} \quad (2)$$

$$\sigma_{yy}^b = 2\mu_b \left\{ \frac{2A}{y^3} - \frac{24B}{y^5} - \left(\frac{\nu_b - 5}{1-2\nu_b} \right) \frac{4C}{3y^3} \right\} \quad (3)$$

$$\sigma_{zz}^b = 2\mu_b \left\{ \frac{2A}{z^3} + \frac{48B}{z^5} + \left(\frac{\nu_b - 5}{1-2\nu_b} \right) \frac{8C}{3z^3} \right\} + T \quad (4)$$

$$\sigma_{rr}^b = 2\mu_b \left\{ \frac{2A}{r^3} + \frac{12B}{r^5} + \left(\frac{\nu_b - 5}{1-2\nu_b} \right) \frac{2C}{3r^3} + \left[\frac{36B}{r^5} + \left(\frac{\nu_b - 5}{1-2\nu_b} \right) \frac{2C}{r^3} \right] \cos(2\theta) \right\} \quad (5)$$

参数 A , B , C , H , F 表达式如下:

$$A = \frac{Ta^3 \left[(-1-\nu_b+2\nu_t)\mu_b + (-1-2\nu_b+\nu_t)\mu_t + 2\nu_b\nu_t(\mu_b-\mu_t) \right]}{6\mu_b(1+\nu_b)[(2-4\nu_t)\mu_b + (1+\nu_t)\mu_t]} \quad (6)$$

$$B = \frac{Ta^5[(\mu_b-\mu_t)]}{8\mu_b[(7-5\nu_b)\mu_b + (8-10\nu_b)\mu_t]} \quad (7)$$

$$C = \frac{Ta^5[(\mu_b - \mu_t)(1 - 2\nu_b)]}{8\mu_b[(7 - 5\nu_b)\mu_b + (8 - 10\nu_b)\mu_t]} \quad (8)$$

$$H = \frac{T[(\mu_b - \mu_t)(1 - 2\nu_b)]}{2(1 + \nu_b)[(2 - 4\nu_t)\mu_b + (1 + \nu_t)\mu_t]} \quad (9)$$

$$F = \frac{5T(1 - \nu_b)}{4[(7 - 5\nu_b)\mu_b + (8 - 10\nu_b)\mu_t]} \quad (10)$$

其中,

式(1)表示内含球体内部所受的 y 轴方向(即垂直于受力方向)力;

式(2)表示内含球体内部所受的 z 轴方向(即受力方向)力;

式(3)表示内含球体外部(即均匀介质中) y 轴上的点所受的 y 轴方向(即垂直于受力方向)力;

式(4)表示内含球体外部(即均匀介质中) z 轴上的点所受的 z 轴方向(即垂直于受力方向)力;

式(5)表示内含球体外部(即均匀介质中)任何一点所受的合力,在式(5)中采用了球体坐标系(见图2)。

r 表示该点球体中心的距离; θ 表示该点与原点连线与 z 轴的夹角; ψ 表示该点在 xoy 平面的投影与中心点连线与 x 轴的夹角^[2]。

三维内含球体公式只表达了单个内含球体对均匀介质内应力的影响,没有涉及多个内含球体的情况。那么在以下对于多个球体的情况,采用各个球体在特定位置的应力结果直接叠加的手段来进行(即解析解或者理论解直接叠加的方法)。

III. 有限元模型

由于要用有限元方法进行拟合和修正上述公式,所以采用了 ansys 有限元分析软件进行建模计算,具体参数如下:

模型混凝土块模型为 100X100X100 的正方体,采用 solid92 实体单元^{[3][4]};骨料用球体来拟合,半径 $a=10\text{mm}$,骨料单元的弹性模量 $E_g=4 \times 10^6 \text{Pa}$,砂浆单元的弹性模量 $E_s=8 \times 10^5 \text{Pa}$ 以及 $4 \times 10^5 \text{Pa}$ (即骨料与砂浆单元的弹性模量比为 5:1 以及 10:1)泊松比均为 0.3。在正方体在垂直于 z 轴的两个平面,施加 400Pa 的均布压力^[5]。

单骨料时,球体(即骨料)在混凝土块的中心来进行建模计算(如图1)。

双骨料时,两球体(即骨料)球心连线平行于受力方向,一球体(即骨料)位于混凝土块的中心(如图3)。由于两骨料是研究多骨料的基础,每种情况,分别取球心距 22mm, 25mm, 30mm。

三骨料时,一球体(即骨料)在混凝土块中心,一球体(即骨料)分布在 z 轴上,另外球体(即骨料)分布在 y 轴上,且非中心骨料距中心骨料的球心距为 25mm(如图4)。

四骨料时,一球体(即骨料)在混凝土块中心,一球体(即骨料)分布在 z 轴上,一球体(即骨料)分布在 y 轴上,一球体(即骨料)分布在 z 轴上,且非中心骨料距中心骨料的球心距为 25mm^[6]。

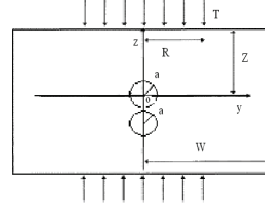


图3 双骨料模型示意图

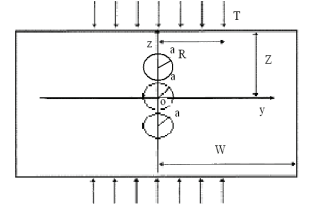


图4 三骨料模型示意图

IV. 计算结果及分析

分别在 y 轴以及 z 轴上取坐标值为 10,11,12,13,14,15,20,25,30,35,40mm 位置的点为有限元和三维内含球体局部应力公式比较的基准点(也就是剪应力以及正应力的比较)。

A. 骨料与砂浆弹性模量比以及骨料数量的影响

二级标题的正文以下各图中, σ_{Nz} 表示正应力的数值解, σ_{Az} 表示正应力的解析解(即公式法算出的应力值), τ_{Nyz} 表示剪应力的数值解, τ_{Ayz} 表示剪应力的解析解。

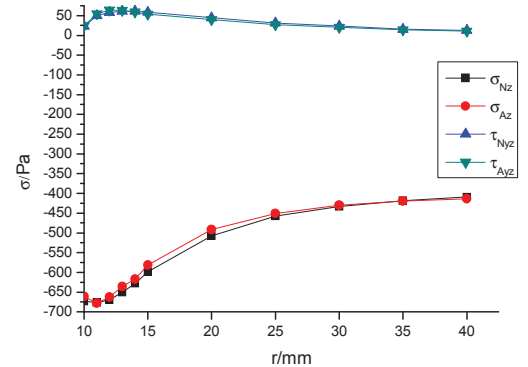


图5 单骨料 $E_g/E_s=5$ 的应力解

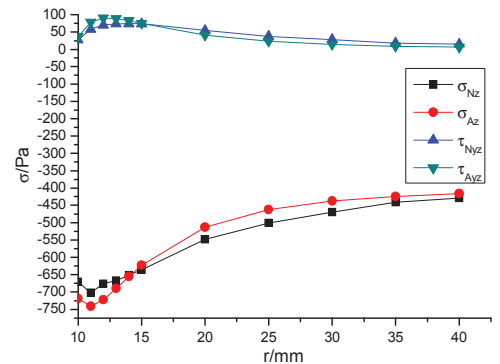


图6 单骨料 $E_g/E_s=10$ 的应力解

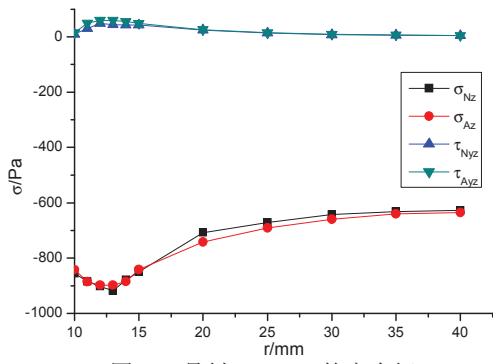


图 7 双骨料 $E_g/E_s=5$ 的应力解

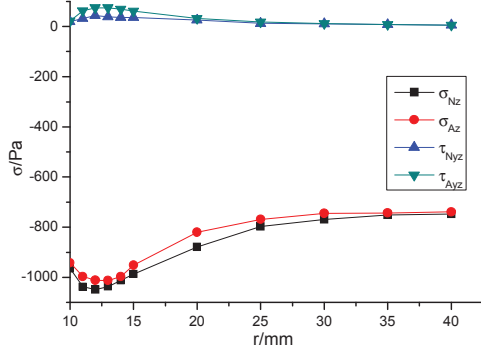


图 8 双骨料 $E_g/E_s=10$ 的应力解

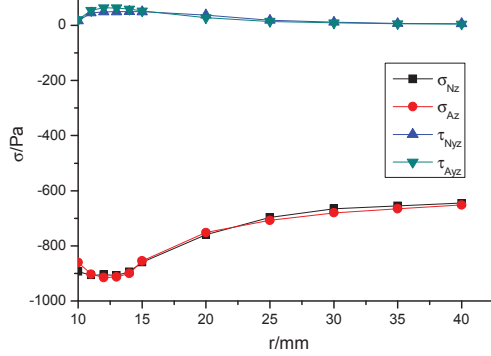


图 9 三骨料 $E_g/E_s=5$ 的应力解

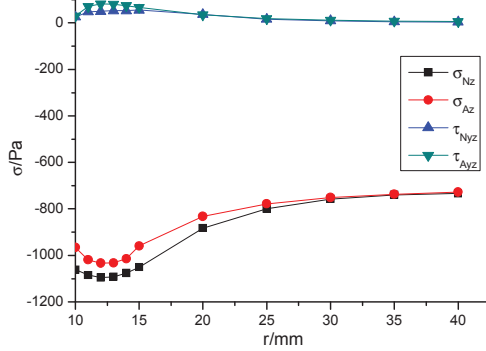


图 10 三骨料 $E_g/E_s=10$ 的应力解

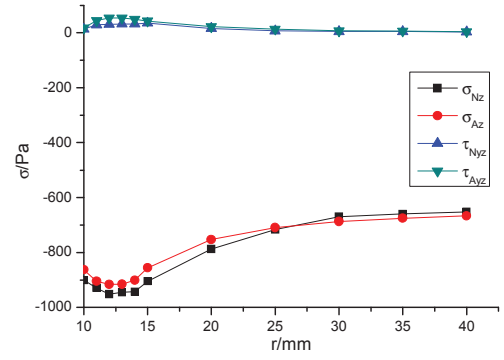


图 11 四骨料 $E_g/E_s=5$ 的应力解

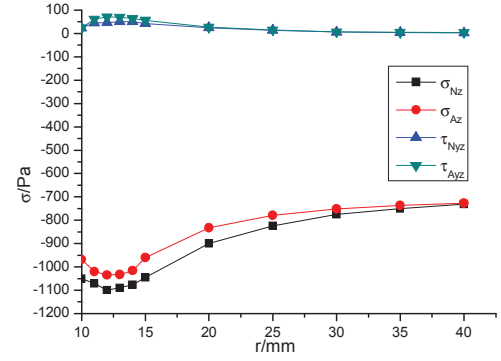


图 12 四骨料 $E_g/E_s=10$ 的应力解

其中，图 7 和图 8 分别表示双骨料平行于受力方向分布且球心距为 25mm，而 $E_g/E_s=5$ 和 $E_g/E_s=10$ 时的应力情况。

可以看出：

- (1) $E_g/E_s=10$ 时正应力以及剪应力的数值解与解析解的差距最大值均大于 $E_g/E_s=5$ 时对应的值；
- (2) $E_g/E_s=5$ ， $E_g/E_s=10$ 时正应力的拟合情况均较好，最大相差比例都小于 10%。
- (3) 剪应力拟合整体情况相对于正应力较差， $E_g/E_s=5$ 以及 $E_g/E_s=10$ 剪应力最大差值比例均出现在四骨料的情况，分别达到了 38%，49.6%。

B. 骨料间距的影响

下面以双骨料中 $E_g/E_s=5$ 的情况为例，分析骨料距离对解析解与数值解的影响。

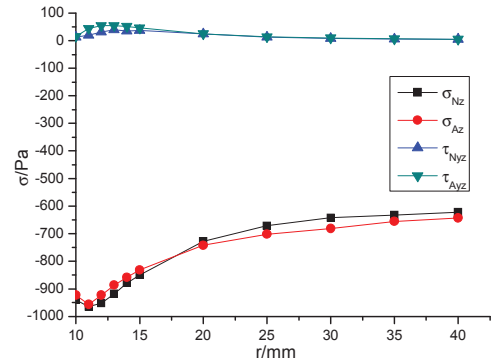


图 13 双骨料间距 22mm 的应力解

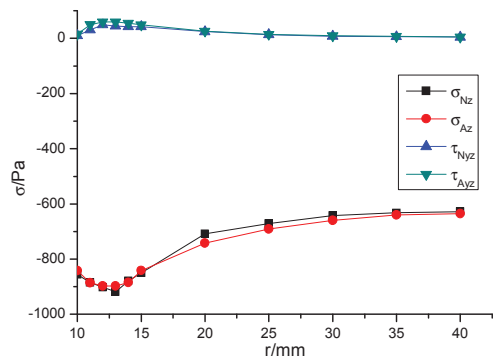


图 14 双骨料间距 25mm 的应力解

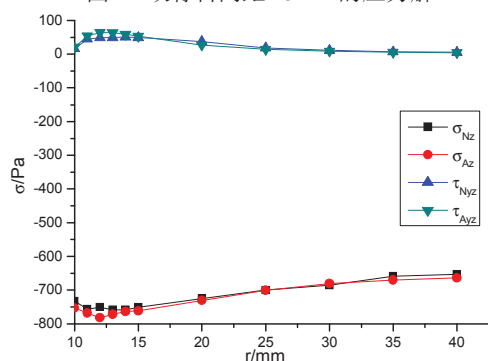


图 15 双骨料间距 30mm 的应力解

可以看出：

- (1) 随着两骨料（垂直或平行受力方向分布）球心距由 22mm 增大到 30mm，正应力和剪应力的解析解与数值解是趋于接近的；
- (2) 正应力数值解与解析解的差距都小于 10%，拟合情况较好。剪应力拟合整体情况相对于正应力较差， $E_g/E_s=5$ 以及 $E_g/E_s=10$ 剪应力最大差值比例分别达到了 38.5%，49.2%

当 $E_g/E_s=5$ 时，剪应力与正应力的数值解比值与解析解比值的最大值分别为 12.4%，10.8%；当 $E_g/E_s=10$ 时，剪应力与正应力的数值解比值与解析解比值的最大值分别为 13.2%，11.2%。这四个数据说明，剪应力相对于正应力较小。由于以上模型为均匀介质即各向同性，破坏一定是有正应力引起的，所以只要可以较好地拟合正应力即

可，上面正应力在 $E_g/E_s=5$ ，拟合情况较好，又因为对于大部分混凝土来说 E_g/E_s 是小于 5 的，所以用应力集中经验公式计算是合理的。

V. 结论

1. 随着骨料之间球心距的增大，正应力和剪应力的数值解与解析解相差比例是逐渐变小的。
2. 骨料与砂浆弹性模量之比越大，数值解与解析解差值的比例越大。
3. 剪应力拟合整体情况相对于正应力较差，但混凝土在受压时剪应力相对于正应力较小，是研究的次要方面，所以使用应力集中经验公式计算是合理的。

致谢

本研究得到了上海交通大学海洋工程国家重点实验室开放基金的资助,在此表示衷心的感谢!

REFERENCES

- [1] Zhang Yan, Zhang Ziming, Material Micromechanic, pp. 69-71, 2008. (references) (In Chinese)
- [2] Mehmet Bilgeny, Michael F Insana, Elastostatics of a spherical inclusion in homogeneous biological media. Phys.Med.Biol. vol. 43 (1998): 1-20.
- [3] Shang Xiaojian, Qiu Feng, Zhao Haifeng, The Methods and Examples for Application of Advanced Structural Analysis Using ANSYS, pp. 82-94. (references) (In Chinese)
- [4] Zhou Shangzhi, The Numerical Simulation and Meso-mechanics analysis of the concrete damage process in the static and dynamic loads, pp. 28-37, 2007.(In Chinese)
- [5] Ma Huaifa, Chen Houqun, Li Baokun, Meso-structure Numerical Simulation of Concrete Specimens, Journal of Hydraulic Engineering, vol 10(5), pp. 27-35, 2004. (In Chinese)
- [6] Dang Faning, Han Wentao, Tian Wei, Three-Dimensional Numerical Simulation on Meso-Level of Uniaxial Failure Process in Concrete, Journal of Xi'an University of Technology, vol 2(0), pp. 113-118, 2004.(In Chinese).