تمرین چهارم: فصل ۲ ← ۱و۲و۳و ۷(امتیازی) و ۱۰ و ۱۱
فصل ۳ ← ۱(امتیازی)، ۵، ۷، ۹، ۱۵، ۱۹، ۲۷(امتیازی)

① $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} - 2x = 2\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow 2x = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$

$x = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{2} & \frac{-3}{2} \end{bmatrix}$

② a) $\underset{2\times 3}{\begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \end{bmatrix}} \underset{3\times 2}{\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 6 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}} = \underset{2\times 2}{\begin{bmatrix} 10 & -11 \\ -10 & 13 \end{bmatrix}}$

b) $\underset{2\times 2}{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}} \underset{2\times 2}{\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}} = \underset{2\times 2}{\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}}$

c) $\underset{3\times 3}{\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} \underset{3\times 1}{\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}} = \underset{3\times 1}{\begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}}$

SUBJECT

Year: Month: Day: Page: ( )

③ a) $[1, 2, 3]$ ✗ فقط ماتریس های مربعی دارای معکوس هستند

c) $[\ \ ]_{۴\times۲}$ ✗ یعنی ج: پس مورد a و c وارون ندارند

b) $\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{\det}\begin{bmatrix} w & -y \\ -z & x \end{bmatrix} = \frac{1}{xw-zy}\begin{bmatrix} w & -y \\ -z & x \end{bmatrix}$

⑦*

$$\begin{bmatrix} v_x & v_y & v_z \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & u_z & -u_y \\ -u_z & 0 & u_x \\ u_y & -u_x & 0 \end{bmatrix}$$

مثال: $a = (a_1, a_۲, a_۳)$

$b = (b_1, b_۲, b_۳)$

$a \times b = (a_۲b_۳ - a_۳b_۲, a_۳b_1 - a_1b_۳, a_1b_۲ - a_۲b_1)$

ضرب خارجی ۲ بردار

دو ماتریس A, B:

$A = [a_1, a_۲, a_۳] \qquad B = [b_1, b_۲, b_۳]$

$$A \times B \rightsquigarrow \begin{bmatrix} a_1b_1 & a_1b_۲ & a_1b_۳ \\ a_۲b_1 & a_۲b_۲ & a_۲b_۳ \\ a_۳b_1 & a_۳b_۲ & a_۳b_۳ \end{bmatrix}$$

⑩ det: $\begin{bmatrix} ۲ & 0 & 0 \\ 0 & ۳ & 0 \\ 0 & 0 & ۷ \end{bmatrix} \rightarrow ۲(۳\times۷-0) = \boxed{۴۲}$

یا

$۷(۶-0)$ یا $۳(۱۴-0)$

$$\begin{bmatrix} ۲۱ & -۴ \\ ۱0 & ۷ \end{bmatrix} \rightarrow (۲۱\times۷) - (\underbrace{۱0\times-۴}_{-۴0}) = ۱۴۷ + ۴0 = \boxed{۱۸۷}$$

(۱۴) inverse: $\begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۳ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۷ \end{bmatrix} \to$ الحاق: $\begin{bmatrix} ۲۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱۴ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۶ \end{bmatrix} \to$

همسازه: $\begin{bmatrix} ۲۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱۴ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۶ \end{bmatrix} \to$ ترانهاده: $\begin{bmatrix} ۲۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱۴ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۶ \end{bmatrix}$

$$\underbrace{\frac{۱}{۴۲}}_{\text{det}} \begin{bmatrix} ۲۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱۴ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۶ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{۱}{۲} & ۰ & ۰ \\ ۰ & \frac{۱}{۳} & ۰ \\ ۰ & ۰ & \frac{۱}{۷} \end{bmatrix}$$

- inverse: $\begin{bmatrix} ۲۱ & -۴ \\ ۱۰ & ۷ \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{۱}{۱۸۷}}_{\text{det}} \begin{bmatrix} ۷ & ۴ \\ -۱۰ & ۲۱ \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} ۰/۰۳۷ & ۰/۰۲۱ \\ -۰/۰۵۳ & ۰/۱۱۲ \end{bmatrix}$

Chapter 3

(1)* $T(x,y,z) = (x+y,\ x-۳,\ z)$

if $k=۳$, $(۱,۲,۴)$:

$\to T(k(x,y,z)) = T(۳,۶,۱۲) = (۹,۰,۱۲)$

$\to kT(x,y,z) = ۳\,T(۱,۲,۴) = ۳(۳,-۲,۴) = (۹,-۶,۱۲)$

یکی نیستند ⇐ خطی نیست

(5) $(۱,۱,۱) \xrightarrow{\text{بردار واحد}} \frac{۱}{\sqrt{۳}}(۱,۱,۱) = \frac{۱}{\sqrt{۳}} \begin{bmatrix} ۰ & -۱ & ۱ \\ ۱ & ۰ & -۱ \\ -۱ & ۱ & ۰ \end{bmatrix}$

$\theta = ۳۰^\circ \to \sin\theta = \frac{۱}{۲}$, $\cos\theta = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ $\to \begin{bmatrix} \frac{۲}{۳} & \frac{-۱}{۳} & \frac{۲}{۳} \\ \frac{۲}{۳} & \frac{۲}{۳} & \frac{-۱}{۳} \\ \frac{-۱}{۳} & \frac{۲}{۳} & \frac{۲}{۳} \end{bmatrix}$

(7) ماتریس انتقال → $T:\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\b_x&b_y&b_z&1\end{bmatrix}$ ($b_x = 4$, $b_y = 0$, $b_z = -9$)

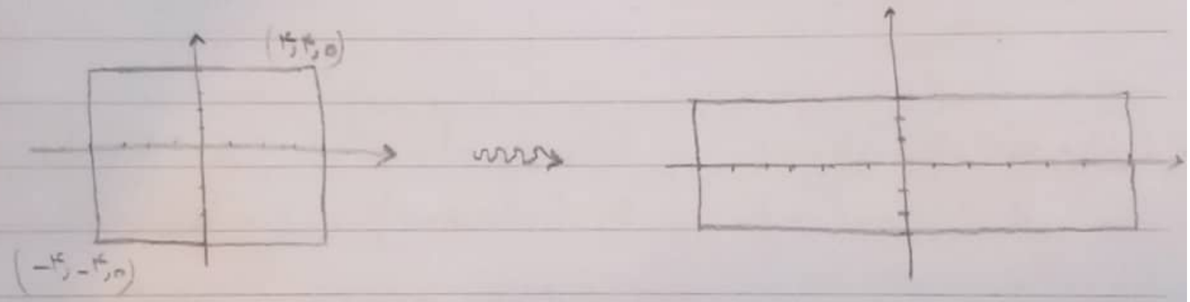
$S:\begin{bmatrix}S_x&0&0&0\\0&S_y&0&0\\0&0&S_z&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$ ($S_x = 2$, $S_y = -3$, $S_z = 1$)

$\xrightarrow{ST}\begin{bmatrix}2&0&0&0\\0&-3&0&0\\0&0&1&0\\4&0&-9&1\end{bmatrix}$

(6)
$x: 1.5$
$y: 0.75$ + تس $\rightarrow S=\begin{bmatrix}1.5&0&0\\0&0.75&0\\0&0&1\end{bmatrix}$
$z:$ بدون تغییر

$[-4,-4,0]\,S \xrightarrow{(1\times3)\times(3\times3)} [-6\quad -3\quad 0]$

$[4,4,0]\,S \longrightarrow [6\quad 3\quad 0]$



(15)
$$[x,y,z,0]\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\b_x&b_y&b_y&1\end{bmatrix}=[x,y,z,0]$$

$$[x,y,z,1]\begin{bmatrix} & '' & \end{bmatrix}=[x+b_x,\ y+b_y,\ z+b_y,\ 1]$$

انتقال بردارها را منتقل نمی‌کند ← نقاط را منتقل می‌کند

درواقع عمل انتقال روی نقاط باهمراهی بردارها انجام می‌شود ← به همان فاصله و جهتی که بردار مشخص کرده است

Senobar

← قسمت آخر: موقعیت استاندارد، مبدأ ماست و روی بردار اثری ندارد

با تغییر مبدأ، مختصات بردارهای میز نیز تغییر می‌کند ← منطقی نیست

19 $a: \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, 0\right)$ $b: (0.2, 0.2, 0)$ $c: (1, 0.5, 0)$

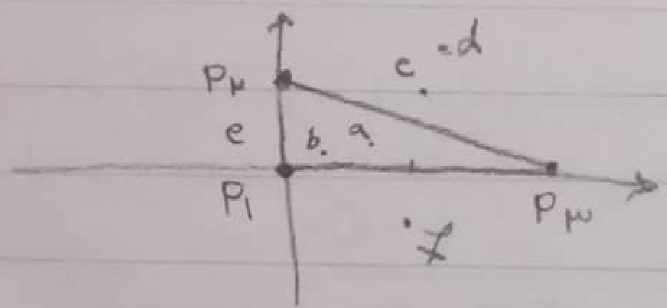
$d: (1.2, 0.6, 0)$ $e: (-0.2, 0.5, 0)$ $f: (1, -0.3, 0)$

a : در مرکز

بارسنتریک $p_2 \leftarrow (0, 1, 0)$

$\frac{1}{2}p_1 + \frac{1}{2}p_3 = (1, 0, 0) \xrightarrow{\text{بار}} \left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right)$

مختصات منفی: درخارج مثلث



Senobar