

به نام خدا



دانشگاه تهران  
دانشکده برق و کامپیوتر



## درس آمار و احتمال مهندسی

پروژه‌ی شماره ۱

نام و نام خانوادگی پارسا ناصری

شماره دانشجویی ۸۱۰۱۹۹۵۶۱

فروردین ۱۴۰۱

فهرست گزارش سوالات (لطفاً پس از تکمیل گزارش، این فهرست را به روز کنید.)

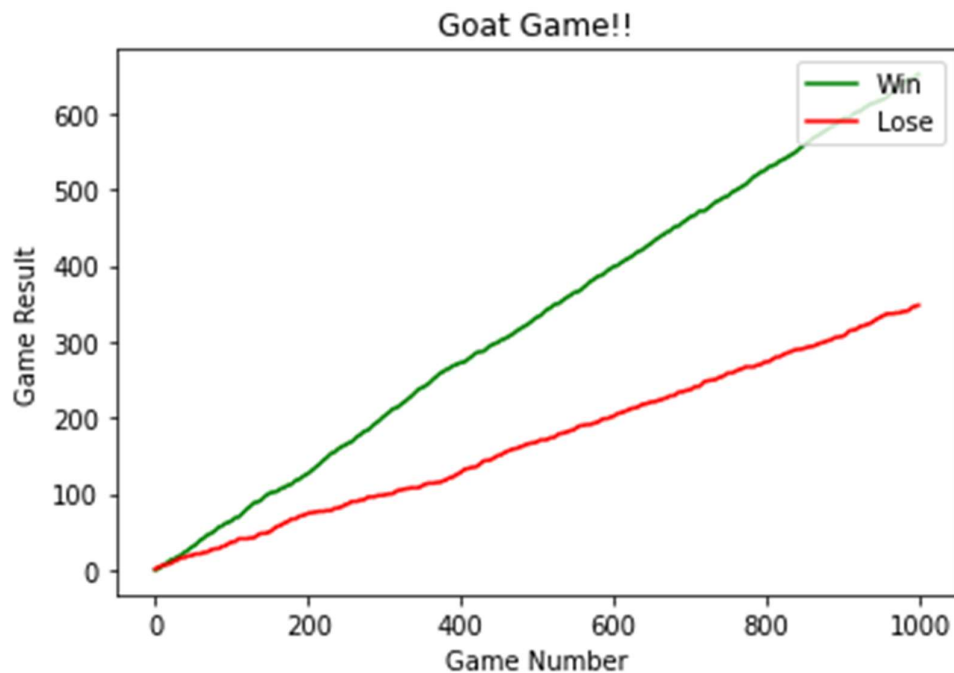
- سوال اول: مسابقه‌ی تلویزیونی ..... ۳
- سوال دوم: مساله‌ی نیوتون - پیپس ..... ۴
- سوال سوم: راه رفتن تصادفی ..... ۵
- سوال چهارم: مساله‌ی روز تولد ..... ۷
- سوال پنجم: بررسی توزیع نرمال ..... ۷
- سوال ششم: بررسی درستی قضیه‌ی حد مرکزی ..... ۱۱

## سوال اول مسابقه‌ی تلویزیونی

الف) بهترین راه این است که ابتدا یکی از درها را به صورتی شانسی انتخاب کرده و پس از آنکه مجری یکی از دو در دیگر را حذف کرد، ما نظر خود را تغییر داده و دری که از قبل انتخاب نکرده بودیم را انتخاب کنیم.

علت این استراتژیک این است که احتمال اینکه ما در ابتدا در را درست حدس زده باشیم با شرط آنکه بدانیم در انتها برنده شده ایم،  $\frac{1}{3}$  است اما احتمال آنکه در را در ابتدا اشتباه حدس زده باشیم و در مرحله ی بعد نظر خود را تغییر داده و در درست را انتخاب کنیم،  $\frac{2}{3}$  است. در واقع احتمال آنکه ما با عوض کردن نظر خود برنده شویم، دو برابر حالتی است که نظر خود را تغییر ندهیم.

ب) نمودار برنده و بازنده شدن با استراتژیک بالا در ۱۰۰۰ بازی

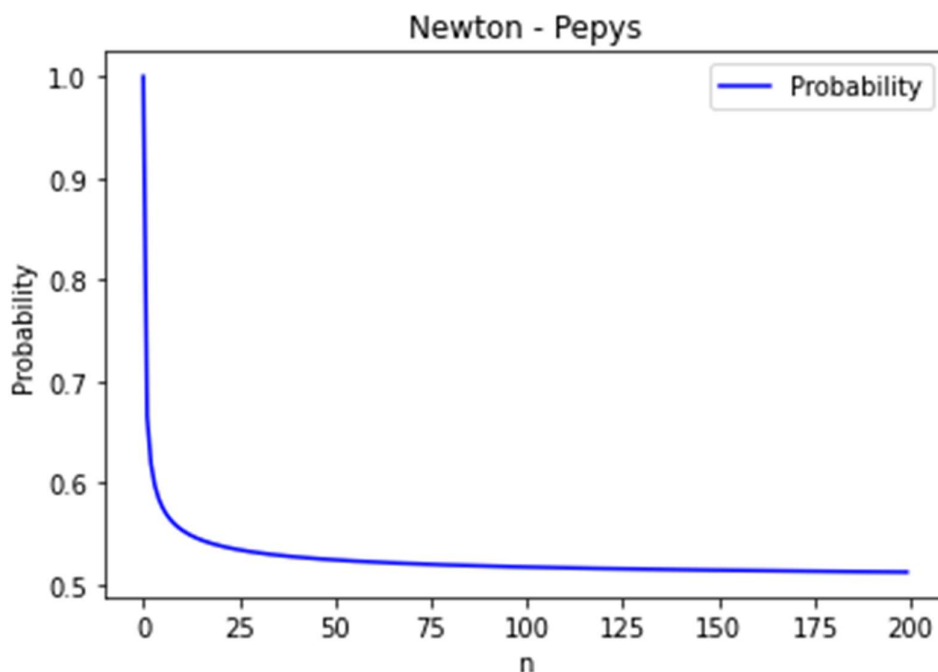


## سوال دوم مسالهی نیوتون پیپس

نیوتون در تحلیل خود گفته بود که در حالت های  $C, B$  انگار ما دو یا سه گروه از  $A$  داریم که دارند به صورت جدا از هم آزمایش می کنند. و موفقیت آنها مثل موفقیت دو یا سه باره ی آزمایش اول است و به همین علت احتمال پیروزی حالت اول بیشتر از دو حالت دیگر است. اما مشکل این تحلیل این است که نیوتون حالت هایی که در یک گروه بیش از یک شش بیاید را حساب نکرده است.

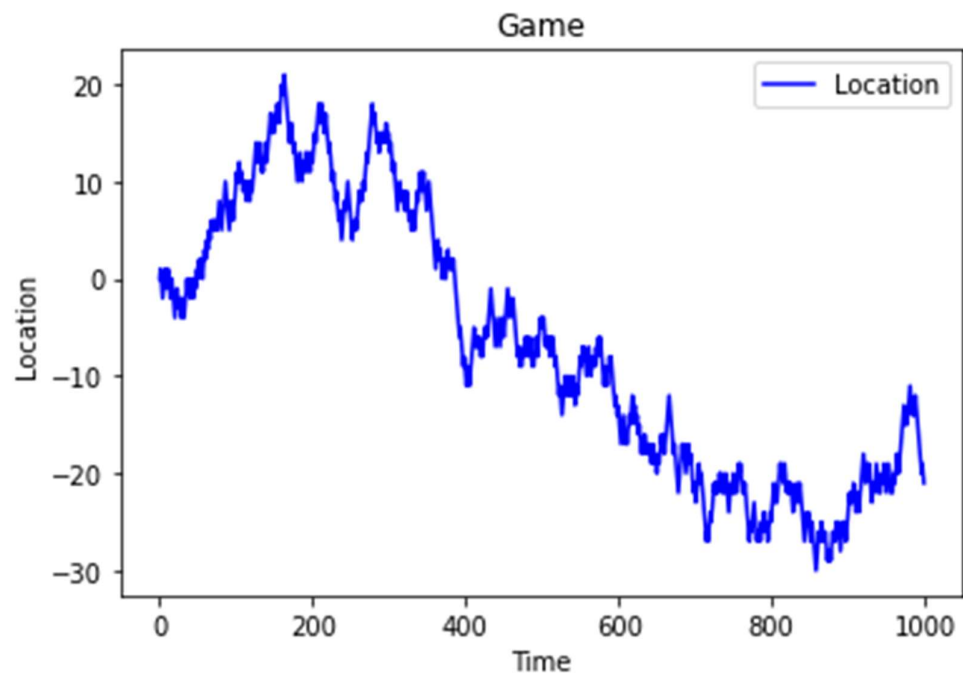
اما به عنوان تحلیل می توان گفت که هر چقدر مسئله کوچک تر باشد احتمال برد آن بیشتر است زیرا حالات نامطلوب آن کمتر است.

هم گرا بودن آن به  $0.5$  را می توان در شکل زیر دید.

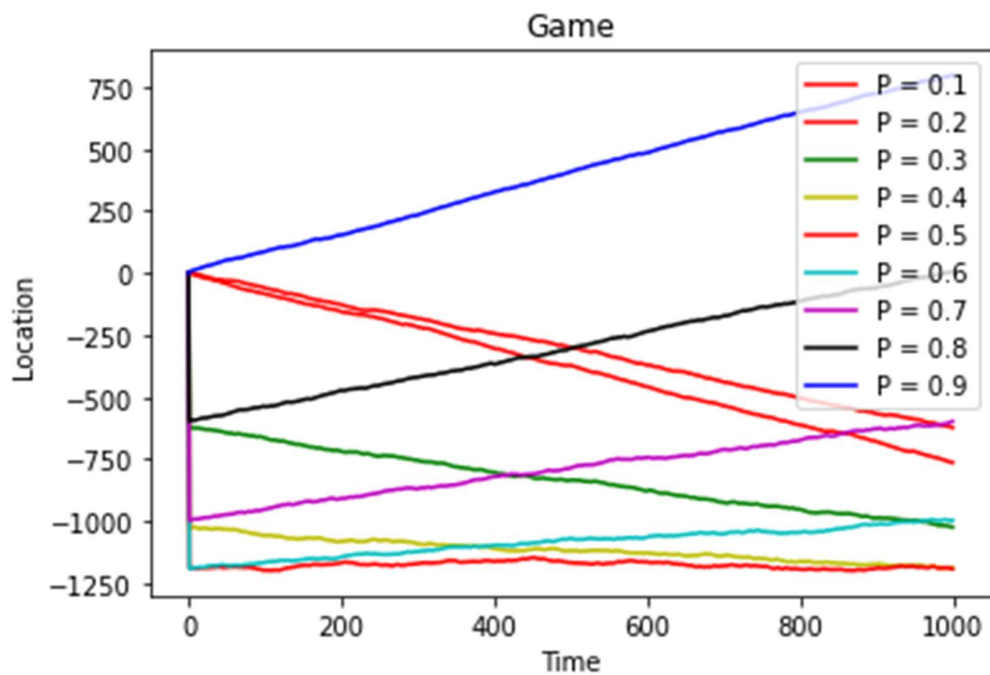


سوال سوم راه رفتن تصادفی

بخش 1 - 1:



بخش 1 - 2:



بخش 2 - 1:

تابع نوشته شده و در فایل موجود است.

بخش 2 - 2:

احتمال رفتن از خانه ی 3 به 5 با دو حرکت:

$$P(A) = p^2 = 0.5^2 = 0.25$$

احتمال رفتن از خانه ی 3 به 1 با دو حرکت:

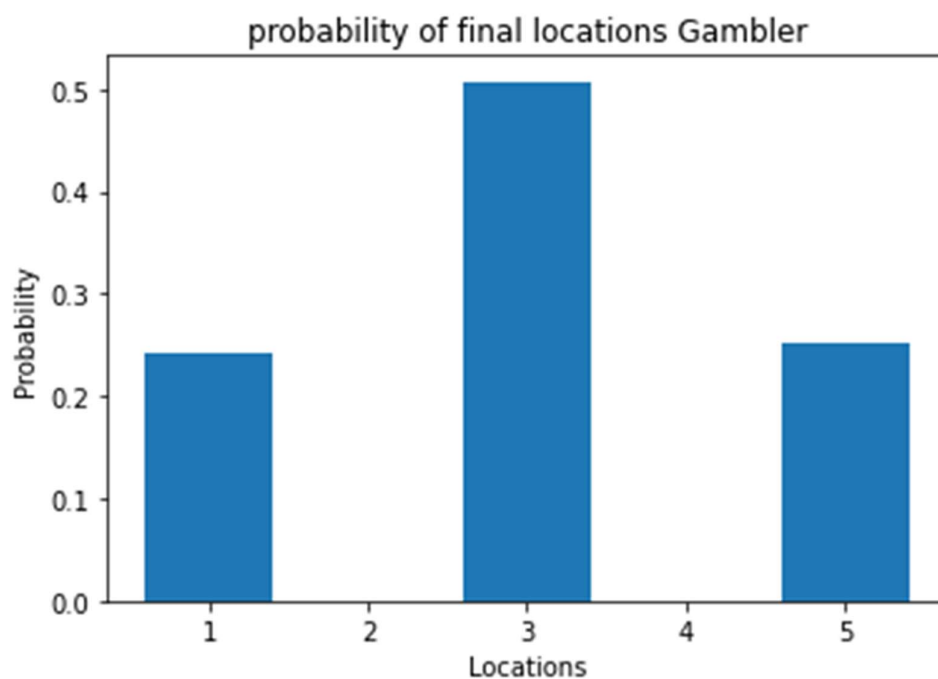
$$P(B) = 1 - p^2 = 0.5^2 = 0.25$$

احتمال رفتن از خانه ی 3 به 3 با دو حرکت:

$$P(C) = 1 - P(A) - P(B) = 1 - 0.25 - 0.25 = 0.5$$

بخش 2 - 3:

نمودار:

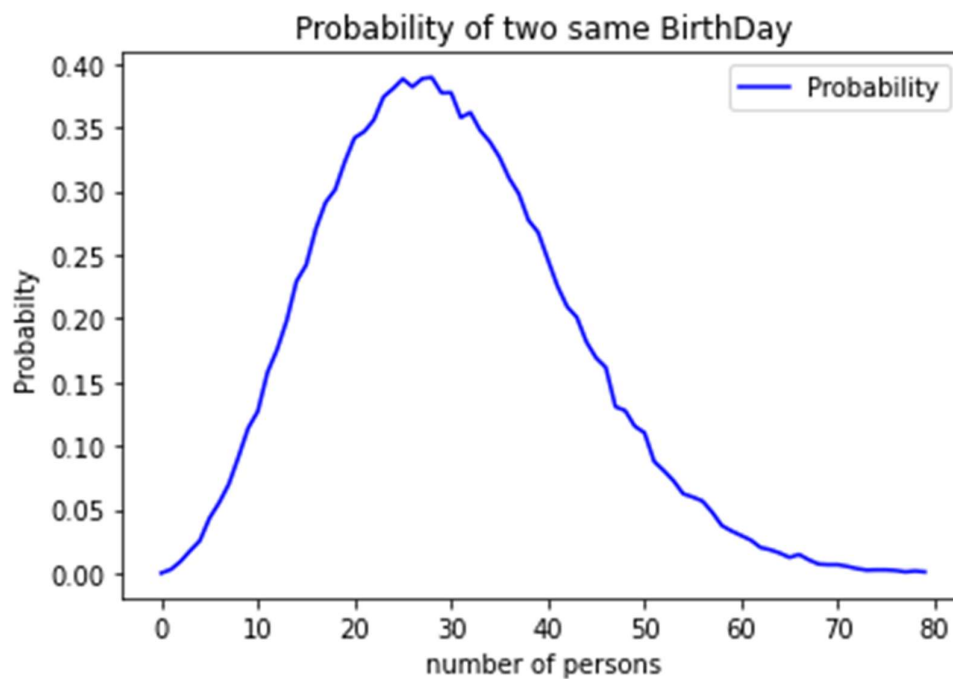


همان طور که حساب شد، احتمال بازگشت به خانه ی 3 بعد از دو حرکت، برابر 0.5 و خانه های دیگر برابر 0.25 است.

### سوال چهارم مسالهی روز تولد

1) تابع نوشته شده است و در فایل قابل مشاهده است.

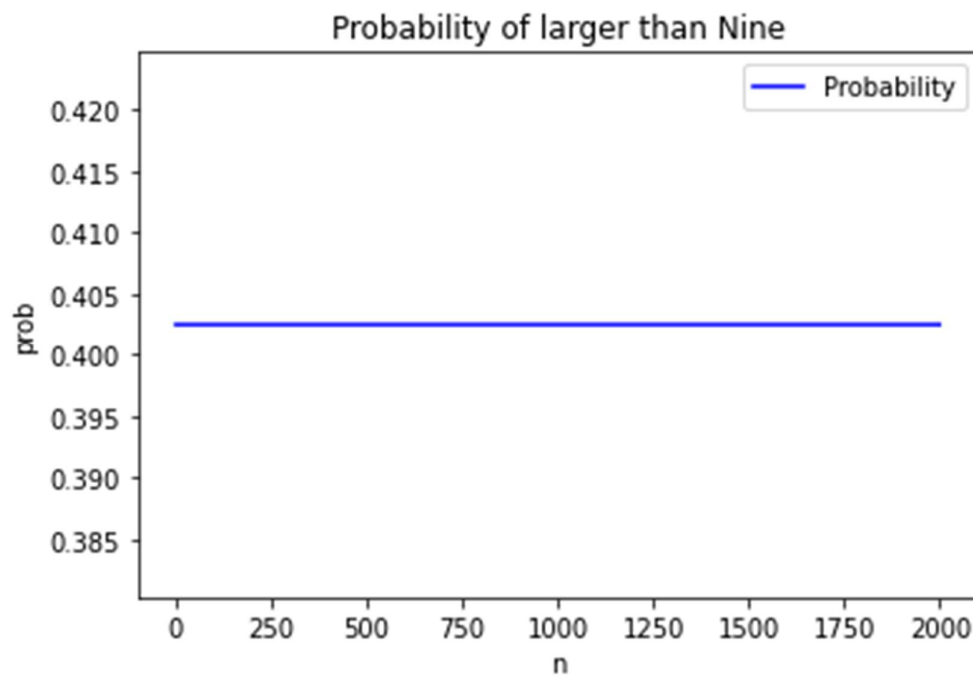
2) نمودار:



### سوال پنجم بررسی توزیع نرمال

بخش اول)

احتمال به دست آمده با کمک کامپیوتر



تحلیل به صورت دستی:

$$P\{X \geq 9\} = 1 - P\{X \leq 8\} = 1 - P\left\{\frac{X-8}{5} \leq \frac{1}{5}\right\} = 1 - CDF(0.2) \\ = 1 - 0.5793 = 0.4207$$

بخش دوم)

توابع بدست آوردن میانگین و واریانس در فایل نوشته شده و خروجی این توابع به این صورت بوده است.

average: ۸.۰۱۷۵۷۶۳۰۳۴۳۷۵۴۵

variance: ۲۵.۱۰۹۸۴۴۱۷۰۸۵۶۶۱

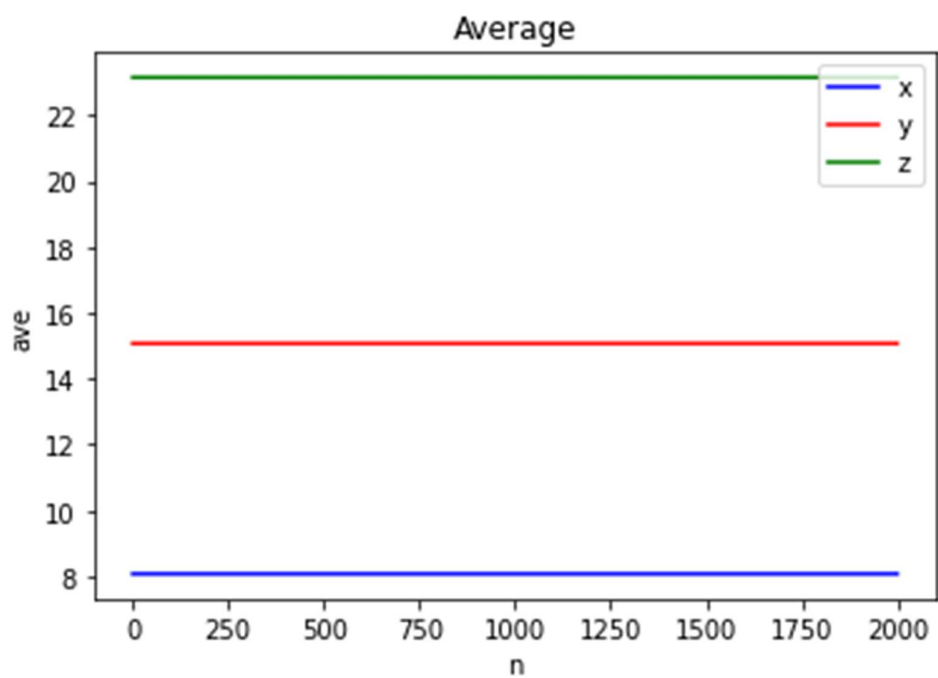
بخش سوم)

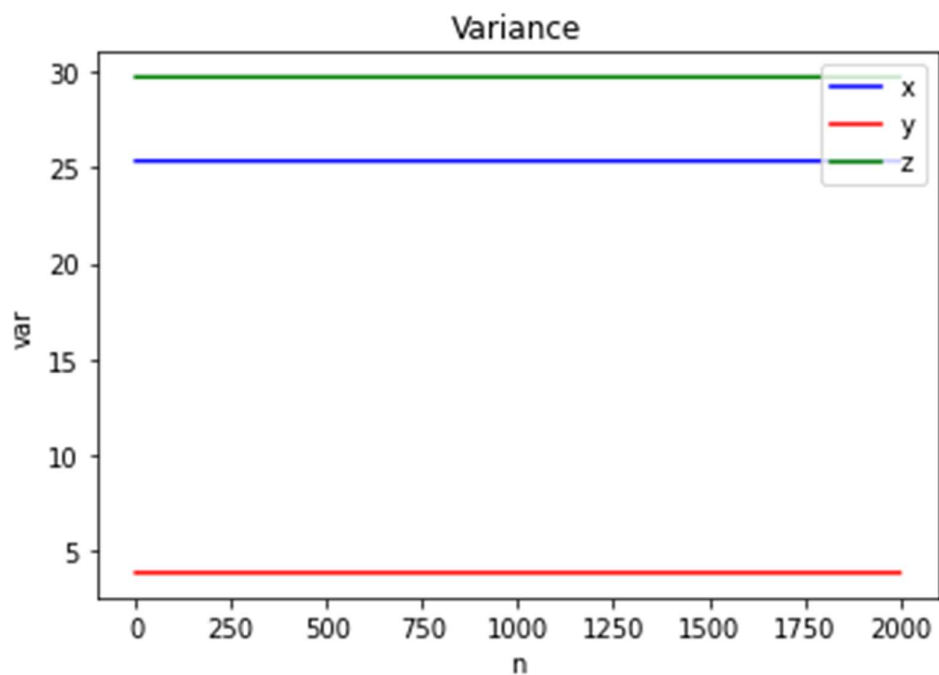


ابتدا نتایج به دست آمده از طریق توابع نوشته شده در فایل:

average Z: ۲۳.۱۴۷۲۲۶۵۷۸۵۹۴۸۷۵

variance Z: ۲۹.۷۲۷۳۲۸۳۹۵۰۸۰۹۳۵





اما نتایج به صورت تحلیل دستی:

$$\text{Var}(X) = 25, \text{Ave}(X) = 8$$

$$\text{Var}(Y) = 4, \text{Ave}(Y) = 15$$

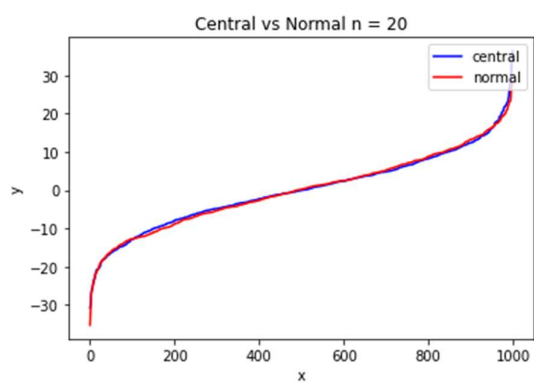
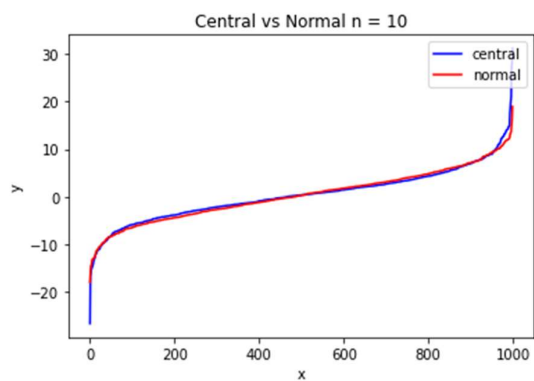
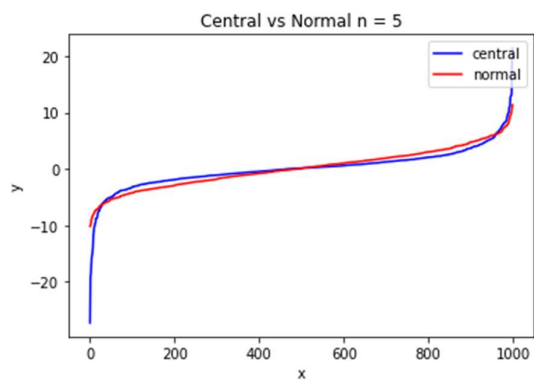
$$\text{Ave}(Z) = \text{Ave}(X) + \text{Ave}(Y) = 8 + 15 = 23$$

$$\text{Var}(Z) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) = 25 + 4 = 29$$

اعداد به دست آمده توسط برنامه، صحیح است. اختلاف اندکی که وجود دارد نیز، با بالا رفتن تعداد عدد ها (n) کم می شود و اگر n به بی نهایت میل پیدا کند اعداد به دست آمده توسط برنامه دقیقاً به اعداد بالا تبدیل می شود.

## سوال ششم بررسی درستی قضیه‌ی حد مرکزی

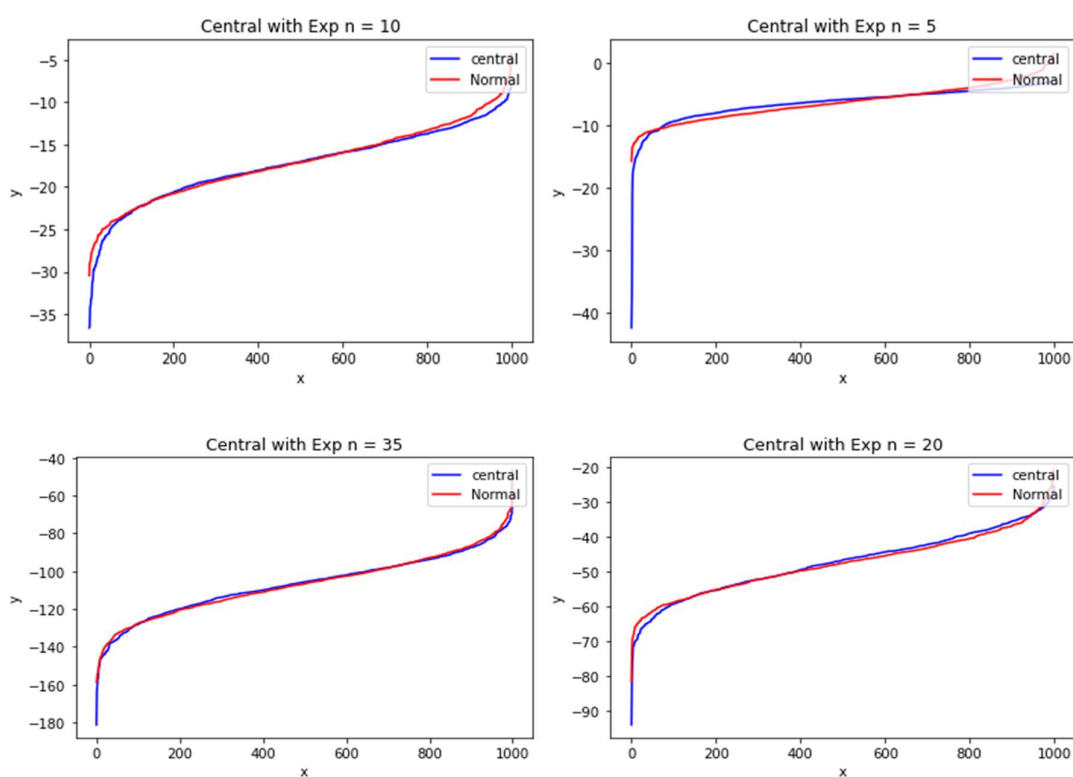
نمودار های به دست آمده توسط برنامه:



همانطور که در نمودار ها مشخص است، هرچه تعداد اعداد ( $n$ ) بزرگ تر می شود، نمودار Zn ها به نمودار نرمال متناسب آن نزدیک تر می شود.

بخش دوم)

نمودار ها:



بخش سوم)

همانطور که در نمودار ها مشخص است، تابع حد مرکزی، توابع را به توزیع نرمال میل می دهد و به شکلی که در آخر اگر نمودار آن ها را رسم کنیم، نموداری به شکل نرمال به ما می دهد.

اما اگر بخواهیم حالت اول و حالت دوم را با هم مقایسه کنیم، حالت اول نموداری با شباهت بیشتر به نمودار نرمال را به ما می دهد تا حالت دوم.  
پس توزیع یکنواخت مناسب تر نسبت به توزیع نمایی برای استفاده از تابع حد مرکزی.