

∫

انتگرال

Integral

تاریخچه

مساحت ناحیه زیر یک منحنی

ضریب زاویه خط مماس
(مشتق و ضد مشتق)

بارو (1630-1677)

لایب نیتز

1646-1716



نیوتن

1642-1727



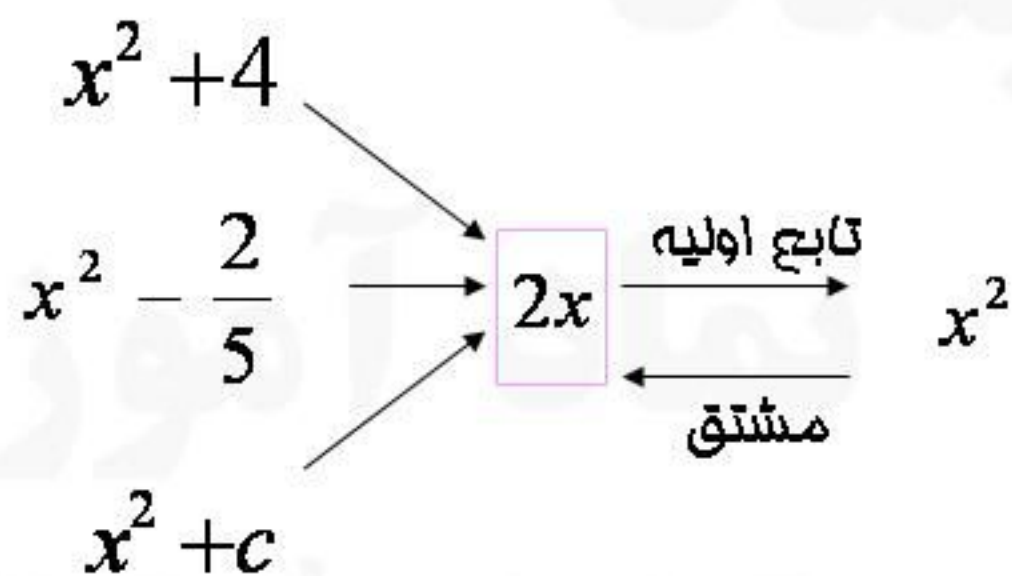
کاربردانتگرال در علوم

اقتصاد: هزینه کل - مازاد مصرف کننده - مازاد تولید کننده و...

فیزیک: کشش کابل - محاسبه سرعت و شتاب - محاسبه کار و گشتاور

شیمی: غلظت یک محلول - سرعت واکنش

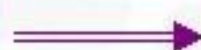
www.nimad.org



www.nimad.org

تعريف :

$F(x)$ تابع اولیه $f(x)$



$F(x) + C$ انتگرال نامعین $f(x)$

نماد ریاضی



$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

$$F'(x) = f(x)$$

به زبان ساده $\int f(x) dx$ به چه معناست ؟



$$\int \sin x \, dx = -\cos x + c$$

$$\int e^x \, dx = e^x + c$$

$$\int x \, dx = \frac{x^2}{2} + c$$

$$\int x \sin x \, dx = -x \cos x + \sin x + c$$

از کدام تابع مشتق بگیریم؟

فرمول های اصلی انتگرال

خواص انتگرال

روش های انتگرال گیری

مبحث انتگرال

www.nimad.org

فرمولهای اصلی:

$$1) \int \sin ax \, dx = -\frac{1}{a} \cos ax + c$$

(a یک عدد)

$$2) \int \cos ax \, dx = \frac{1}{a} \sin ax + c$$

$$3) \int \tan x \, dx = -\ln |\cos x| + c$$

$$4) \int \cot x \, dx = \ln |\sin x| + c$$

$$5) \int (1 + \tan^2 x) \, dx = \tan x + c$$

$$6) \int (1 + \cot^2 x) \, dx = -\cot x + c$$

فرمولهای اصلی:

$$7) \int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + c \quad (a \text{ یک عدد})$$

$$8) \int a^x dx = \frac{1}{\ln a} a^x + c$$

$$9) \int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c \quad (n \neq -1) \quad (n \text{ یک عدد})$$

$$10) \int dx = x + c$$

$$11) \int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

فرمولهای اصلی:

$$12) \int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \text{Arc tan} \frac{x}{a} + c$$

$$13) \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \text{Ln} \left| \frac{x - a}{x + a} \right| + c$$

$$14) \int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \text{Ln} \left| \frac{x + a}{x - a} \right| + c$$

فرمولهای اصلی:

$$15) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \text{Ln} \left| x + \sqrt{x^2 + a^2} \right| + c$$

$$16) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \text{Ln} \left| x + \sqrt{x^2 - a^2} \right| + c$$

$$17) \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \text{Arc sin} \frac{x}{a} + c$$

فرمولهای اصلی:

$$18) \int \sinh x \, dx = \cosh x + c$$

$$19) \int \cosh x \, dx = \sinh x + c$$

$$20) \int (1 - \tanh^2 x) \, dx = \tanh x + c$$

$$21) \int (\coth^2 x - 1) \, dx = -\coth x + c$$

خواص انتگرال : قوانین خطی بودن انتگرال

$$1) \int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$2) \int (f(x) - g(x)) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$$

$$3) \int k \cdot f(x) dx = k \int f(x) dx$$

بیان ساده

اشتباهات رایج

توجه شود همانند مبحث مشتق در فرمول های انتگرال به جای x نمی تواند x^2 یا $2x+3$ یا \sqrt{x} یا بنشینند و همان فرمول های انتگرال را به کاربرد در فرمول های انتگرال فقط باید x وجود داشته باشد .

$$\int \sin \sqrt{x} dx \neq -\cos \sqrt{x} + c$$

$$\int e^{2x+3} dx \neq e^{2x+3} + c$$

$$\int \sin^2 x dx \neq \frac{1}{2+1} \sin^{2+1} x + c$$

اشتباهات رایج

$$\int e^x \cos x \, dx \neq \int e^x \, dx \cdot \int \cos x \, dx = e^x \sin x + c$$

$$\int x^2 \cos x \, dx \neq x^2 \int \cos x \, dx = x^2 \sin x + c$$

$$\int \frac{\sin x}{x} \, dx \neq \frac{\int \sin x \, dx}{\int x \, dx} = \frac{-\cos x}{\frac{1}{2}x^2} + c$$

توجه:

در فرمول های انتگرال، متغیر x می باشد و انتگرال های محاسبه شده با توجه به نماد dx بر حسب x محاسبه می گردند. اگر متغیر t باشد و هدف انتگرال گیری بر حسب t باشد باید بجای dx نماد dt قرار گیرد.

$$\int \sin t \, dt = \cos t + c$$