روش های انتگرال گیری

روش اول : استفاده از فرمول های اصلی و خواص انتگرال

روش دوم : ساده کردن عبارت تحت انتگرال

روش سوم : تغییر متغیر

روش چهارم : ظهور مشتق

روش پنجم : جزء به جزء

روش ششم : جدول یا نردبانی

روش هفتم : تفکیک به کسرهای جزیی

روش هشتم: حل انتگرال های اصم

روش نهم : حل انتگرال های مثلثاتی

استفاده از فرمول های اصلی و خواص انتگرال:

$$1)\quad \int \sin 3x\, dx = \frac{-1}{3} Cos3x + c$$

$$8)\quad \int \pi^{x} dx = \frac{1}{Ln\,\pi}\pi^{x} + c$$

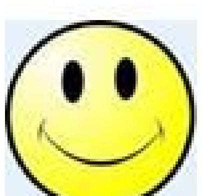
$$9)\quad \int x^{4} dx = \frac{1}{4+1} x^{4+1} + c = \frac{1}{5} x^{5} + c$$

$$7)\quad \int e^{-x} dx = -e^{-x} + c$$

استفاده از فرمول های اصلی و خواص انتگرال:

$$12)\quad \int \frac{dx}{x^2+25} = \frac{1}{5} Arc\tan\frac{x}{5} + c$$

$$17)\quad \int \frac{dx}{\sqrt{3-x^2}} = Arc\sin\frac{x}{\sqrt{3}} + c$$

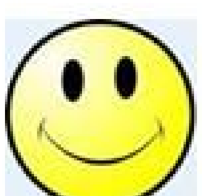


استفاده از فرمول های اصلی و خواص انتگرال:

$$\int\left(3x^{-4}+2\cos x-\frac{1}{x}\right)dx=\int 3x^{-4}dx+\int 2\cos x\,dx-\int\frac{1}{x}\,dx$$

$$=3\int x^{-4}dx+2\int\cos x\,dx-\int\frac{dx}{x}$$

$$=-x^{-3}+2\sin x-Ln\,x+c$$



ساده کردن عبارت تحت انتگرال

در این روش عبارات تحت انتگرال را با توجه به قوانین ریاضی ساده کرده تا بتوانیم فرمول ها و خواص انتگرال را به کار ببریم.

یاد آوری ها:

❶ $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$

❷ $\frac{1}{x^n} = x^{-n}$

❸ ضرب ها ،اتحادها وتساوی های ریاضی و تمام روش های ساده کردن عبارات ریاضی

مثال :

$$\int \left(x^{2} + 2x\right)^{2} dx$$

ساده کردن عبارت تحت انتگرال

راه حل :

(اتحاد مربع)

$$\int\left(x^2+2x\right)^2dx=\int\left(x^4+4x^3+4x^2\right)dx$$

(خواص جمعی انتگرال)

$$=\int x^4\,dx+4\int x^3\,dx+4\int x^2\,dx$$

(فرمول های اصلی انتگرال)

$$=\frac{x^5}{5}+4\frac{x^4}{4}+4\frac{x^3}{3}+C$$

مثال :

$$\int \frac{\left(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}\right)}{\sqrt[4]{x^3}} dx$$

راه حل :

$$\int \frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^2}\right)}{\sqrt[4]{x^3}}dx = \int x^{-\frac{3}{4}}\left(x^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{2}{3}}\right)dx$$

(تبدیل عبارات رادیکالی به توانی)

$$= \int\left(x^{-\frac{3}{4}+\frac{1}{2}}+x^{-\frac{3}{4}+\frac{2}{3}}\right)dx$$

(قوانین ضرب عبارات توانی)

$$= \int\left(x^{-\frac{1}{4}}+x^{-\frac{1}{12}}\right)dx$$

$$= \int x^{-\frac{1}{4}}dx+\int x^{-\frac{1}{12}}dx$$

(خاصیت جمعی انتگرال)

$$= \frac{x^{-\frac{1}{4}+1}}{-\frac{1}{4}+1}+\frac{x^{-\frac{1}{12}+1}}{\frac{-1}{12}+1}+c$$

(فرمول های اصلی انتگرال)

مثال :

$$\int \sin 2x . \cos 3x \, dx$$

راه حل :

$$\int \sin 2x . \cos 3x \, dx = \frac{1}{2}\int (\sin(5x) + \sin(-x))\, dx$$

(تبدیل ضرب نسبت های مثلثاتی به جمع)

$$= \frac{1}{2}\left[\int \sin 5x \, dx - \int \sin x \, dx\right]$$

(خاصیت جمعی انتگرال)

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{-1}{5}\cos 5x + \cos x\right] + c$$

(فرمول های اصلی انتگرال)

مثال:

$$\int \left(\sec h^2 x\right) dx$$

راه حل :

$$\int \left(\sec h^2 x\right) dx = \int \left(1 - \tanh^2 x\right) dx = \tanh x + c$$

روش تغییر متغیر

$$\int g'(x) f(g(x))\, dx = \int f(t)\, dt$$

$$t = g(x)$$

$$dt = g'(x)\, dx$$

$$\int f(x)\, dx = \int f(g(t))\, g'(t)\, dt$$

$$x = g(t)$$

$$dx = g'(t)\, dt$$

با شرط یک به یک بودن g

سه سوال اساسی

۱- چه موقع باید از روش تغییر متغیر استفاده کنم ؟

۲- چه عبارتی را باید t بگیرم ؟

۳- بعد از درنظر گرفتن عبارت برحسب t ادامه روند حل مسأله چگونه است ؟

جواب سوال سوم :

بعد از درنظر گرفتن عبارت برحسب t ادامه روند حل مسأله چگونه است ؟

گام اول : مساوی قراردادن یک عبارت به عنوان **t**

گام دوم : گرفتن دیفرانسیل (مشتق) از طرفین تساوی فوق (**dx** و **dt** فراموش نشود)

گام سوم : به دست آوردن **dx** از گام دوم

گام چهارم : جایگذاری در انتگرال اولیه (در این مرحله همه متغیرهای زیر انتگرال باید بر حسب **t** باشد و **x** وجود نداشته باشد)

گام پنجم : حل انتگرال جدید (که بیشتر مواقع این انتگرال توسط فرمول های اصلی حل می شود)

گام ششم : جایگذاری به جای **t** تا جواب برحسب **x** به دست آید .

توجه مهم :

در گام چهارم اگر x حذف نشد حتماً از گام اول کمک بگیرید

(یعنی از تساوی x را به دست آورید .)

مثال)

$$I=\int xe^{x^2}\,dx$$

گام اول : $t=xe^{x^2}$

گام دوم : $dt=\left(e^{x^2}+2x^2e^{x^2}\right)dx$

گام سوم : $dx=\dfrac{dt}{e^{x^2}+2x^2e^{x^2}}$

گام چهارم : $\int xe^{x^2}dx=\int\dfrac{t.dt}{e^{x^2}+2x^2e^{x^2}}$

مساله پیچیده تر شد.

$$I = \int xe^{x^2}\,dx$$

گام اول : $t = x$

گام دوم و سوم : $dt = dx$

گام چهارم : $\int xe^{x^2}\,dx = \int te^{t^2}\,dt$

این تغییر متغیر هرگز جوابگو نیست .

$$I = \int x e^{x^2} dx$$

گام اول : $t = e^{x^2}$

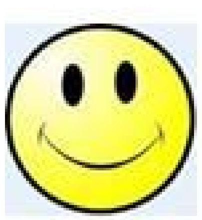
گام دوم : $dt = 2xe^{x^2} dx$

گام سوم : $dx = \dfrac{dt}{2xe^{x^2}}$

گام چهارم : $\int x e^{x^2} dx = \int x e^{x^2} . \dfrac{dt}{2xe^{x^2}} = \int \dfrac{dt}{2}$

$= \dfrac{1}{2} t + c$ (گام پنجم)

$= \dfrac{1}{2} e^{x^2} + c$ (گام ششم)



$$I = \int x e^{x^2} dx$$

گام اول : $t = x^2$

گام دوم : $dt = 2x dx$

گام سوم : $dx = \dfrac{dt}{2x}$

گام چهارم : $\int x e^{x^2} dx = \int x e^{t} . \dfrac{dt}{2x}$

$$= \frac{1}{2} \int e^{t} dt$$

$$= \frac{1}{2} e^{t} + c$$ (گام پنجم)

$$= \frac{1}{2} e^{x^2} + c$$ (گام ششم)

تغییر متغیر $t = e^{x^2}$ ⟵ مسأله حل شد .

تغییر متغیر $t = x^2$ ⟵ مسأله حل شد .

جواب سوال دوم

چه عبارتی را باید t بگیرم ؟

- عبارتی را t می گیریم که حل مسأله ساده تر شود .
- عبارتی را t می گیریم که مشتق آن در عبارت زیر انتگرال ظاهر شده باشد

(ضریب عددی مهم نیست)

مثال)

$$\int \frac{\sec x . \tan x}{\sqrt{1-\sec^{2} x}}\, dx$$

راه حل :

گام اول : $t = \sec x$

گام دوم : $dt = \sec x . \tan x \, dx$

گام سوم : $dx = \dfrac{dt}{\sec x . \tan x}$

گام چهارم : $\displaystyle \int \frac{\sec x . \tan x}{\sqrt{1 - \sec^2 x}} dx = \int \frac{\sec x . \tan x}{\sqrt{1 - t^2}} . \frac{dt}{\sec x . \tan x}$

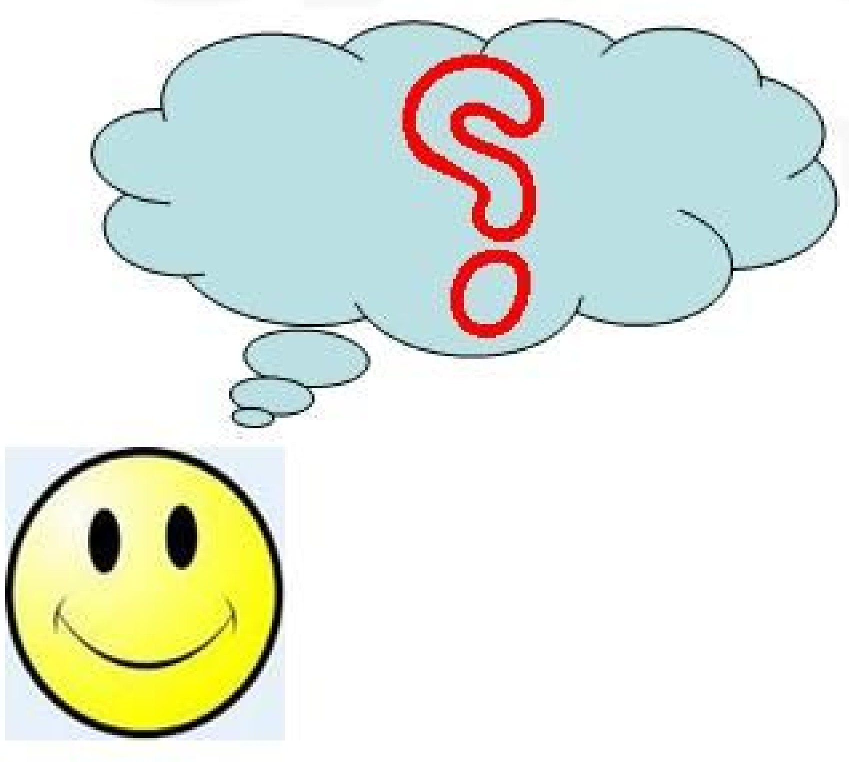
$$= \int \frac{dt}{\sqrt{1 - t^2}}$$

$= Arc\sin t + c$ (گام پنجم)

$= Arc\sin(\sec x) + c$ (گام ششم)

مثال)

$$\int (x+2)\sqrt{x-2}\,dx$$



راه حل :

گام اول : $t = x - 2 \quad \Rightarrow \quad x = t + 2$

گام دوم و سوم : $dt = dx$

گام چهارم با کمک گام اول : $\int (x+2)\sqrt{x-2}\,dx = \int (x+2)\sqrt{t}\;dt = \int (t+4)\sqrt{t}\;dt$

(تبدیل عبارت رادیکالی به توانی) $= \int (t+4)\,t^{\frac{1}{2}}dt$

(خواص جمعی انتگرال) $= \int t^{\frac{3}{2}}dt + 4\int t^{\frac{1}{2}}dt$

(فرمول های اصلی انتگرال) $= \frac{2}{5}t^{\frac{5}{2}} + 4\times\frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}} + c$

(گام ششم) $= \frac{2}{5}\left(\sqrt{(x-2)^5}\right) + \frac{8}{3}\sqrt{(x-2)^3} + c$

مثال)

$$\int \frac{dx}{1 + e^{-x}}$$

راه حل :

راه حل اول

گام اول : $t = 1 + e^{-x} \quad \Rightarrow \quad -e^{-x} = 1 - t$

گام دوم : $dt = -e^{-x}\,dx$

گام سوم : $dx = \dfrac{dt}{-e^{-x}}$

گام چهارم : $\displaystyle\int \frac{dx}{1+e^{-x}} = \int \frac{dt}{t\left(-e^{-x}\right)}$

$\displaystyle = \int \frac{dt}{t(1-t)}$ (به کمک گام اول)

$\displaystyle = \int \frac{dt}{t - t^2}$ (روشی که بعداً بیان می شود)

راه حل دوم

(ضرب صورت و مخرج در e^{x})

$$\int \frac{dx}{1+e^{-x}} = \int \frac{e^{x}}{e^{x}+1}\,dx$$

گام اول : $t = 1 + e^{x}$

گام دوم : $dt = e^{x}\,dx$

گام سوم : $dx = \dfrac{dt}{e^{x}}$

گام چهارم : $\displaystyle\int \frac{e^{x}}{e^{x}+1}\,dx = \int \frac{e^{x}}{t}\cdot\frac{dt}{e^{x}}$

$$= \int \frac{dt}{t} = Ln\left|t\right| + c$$ (گام پنجم)

$$= Ln\left|1+e^{x}\right| + c$$ (گام ششم)

جواب سوال ۱ :

چه موقع باید از روش تغییر متغیر استفاده کنیم ؟

باید مسأله زیاد حل کرد و از هر مسأله ایده گرفت اما ...

به طور معمول در موارد زیر از روش تغییر متغیر استفاده می کنیم :

الف) عبارات توان دار

ب) عبارات رادیکالی

ج) هرگاه عباراتی به عنوان کمان نسبت های مثلثاتی باشند .

د) هرگاه تابع تحت انتگرال شامل توابع معکوس مثلثاتی و یا لگاریتمی باشد .

و در پایان باز هم تأکید می کنیم آن عبارتی را t می گیریم که حل مسأله ساده تر باشد .

تغییر متغیرهای مثلثاتی :

$$\sqrt{a^2 - x^2} \xrightarrow{-\frac{\pi}{2} \le t \le \frac{\pi}{2}} x = a\sin t$$

$$\sqrt{a^2 + x^2} \xrightarrow{-\frac{\pi}{2} \le t \le \frac{\pi}{2}} x = a\tan t$$

$$\sqrt{x^2 - a^2} \xrightarrow[\pi \le t \le \frac{3\pi}{2}]{0 \le t \le \frac{\pi}{2}} x = a\sec t$$

توجه :

در هنگام جایگذاری به جای متغیر t نیاز به محاسبات مثلثاتی داریم که برای سادگی محاسبات از مثلث های قائم الزاویه کمک می گیریم .

مثال)

$$\int \sqrt{1 - x^2}\, dx$$

راه حل :

گام اول : $x=\sin t \quad \Rightarrow \quad t=\sin^{-1}x$

گام دوم و سوم : $dx=\cos t\, dt$

گام چهارم : $\int\sqrt{1-x^2}\,dx=\int\sqrt{1-\sin^2 t}.\cos t\, dt$

$$=\int\cos^2 t\, dt$$

$$=\int\left(\frac{1+\cos 2t}{2}\right)dt$$ (گام پنجم)

$$=\frac{1}{2}t+\frac{1}{4}\sin 2t+c$$

$$=\frac{1}{2}\left(\sin^{-1}x\right)+\frac{1}{4}\sin 2\left(\sin^{-1}x\right)+c$$

مثال)

$$I = \int \frac{\sqrt{9 - x^2}}{x^2} dx$$

$$I=\int\frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2}dx$$

راه حل :

گام اول : $x=3\sin t \qquad \left(\frac{-\pi}{2}\le t\le\frac{\pi}{2}\right)$

گام دوم و سوم : $dx=3\cos t\ dt$

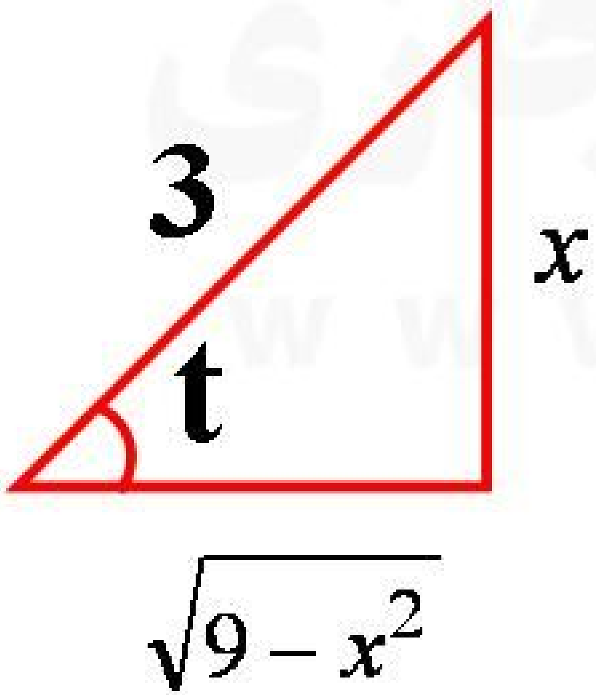
گام چهارم : $$I=\int\frac{\sqrt{9-9\sin^2 t}}{9\sin^2 t}\times 3\cos t\ dt$$

$$=\int\frac{3\cos t}{9\sin^2 t}\times 3\cos t\ dt$$

$$=\int\frac{\cos^2 t}{\sin^2 t}dt=\int\cot^2 t\ dt=\int\left(1+\cot^2 t-1\right)dt$$

$$= \int \left(1+\cot^2 t\right) dt - \int dt = -\cot t - t + c$$ (گام پنجم)

$$= -\sqrt{\frac{9-x^2}{x}} - \sin^{-1}\left(\frac{x}{3}\right) + c$$ (گام ششم و با کمک مثلث قائم الزاویه)



$$\cot t = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x}$$

توجه :

اگر چه در شکل رسم شده t>0 است ،

ولی این عبارت حتی وقتی t<0 باشد برای cot (t) معتبر است .

روش ظهور مشتق

قضیه :

$$\int f(x)\,dx = F(x)+c \quad \xrightarrow[\text{برحسب } x]{u \text{ تابعی}} \quad \int u'.f(u)\,dx = F(u)+c$$

قضیه فوق به زبان ساده چه می گوید ؟

قوانین مهم نتیجه شده از ظهور مشتق :

ظهور مشتق مثلثاتی:

$$\int \sin x \, dx = -\cos x + c \quad \Rightarrow \quad \int u'.\sin u \, dx = -\cos u + c$$

$$\int \cos x \, dx = \sin x + c \quad \Rightarrow \quad \int u'.\cos u \, dx = \sin u + c$$

مثال:

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}}.\sin\sqrt{x} \, dx = -2\cos\sqrt{x} + c$$

قوانین مهم نتیجه شده از ظهور مشتق :

ظهور مشتق نمایی:

$$\int u' a^{u}\, dx = \frac{1}{Lna} a^{u} + c$$

$$\int u' e^{u}\, dx = e^{u} + c$$

ظهور مشتق لگاریتمی :

$$\int \frac{u'}{u}\, dx = Ln\, |u| + c$$

ظهور مشتق توانی :

$$\int u' u^{n}\, dx = \frac{1}{n+1} u^{n+1} + c$$

مثال)

$$\int x^2 e^{x^3}\,dx$$

راه حل :

$$\int x^2 e^{x^3}\,dx = \frac{1}{3}\int 3x^2 . e^{x^3}\,dx$$

$$= \frac{1}{3}\int u' . e^{u}\,dx \qquad \left(u = x^3 \Rightarrow u' = 3x^2\right)$$

$$= \frac{1}{3} e^{u} + c = \frac{1}{3} e^{x^3} + c$$

مثال)

$$\int \sqrt{\frac{Arc\sin x}{1-x^2}}\,dx$$

راه حل :

$$\left(\begin{array}{l} u = Arc\sin x \\ u' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} \end{array}\right)$$

$$\int \sqrt{\frac{Arc\sin x}{1-x^2}}\,dx = \int \frac{\sqrt{Arc\sin x}}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$$

$$= \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\left(Arc\sin x\right)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \int u'.u^{\frac{1}{2}}\,dx$$

$$= \frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}} + c = \frac{2}{3}\left(Arc\sin x\right)^{\frac{3}{2}} + c$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{Arc\sin^3 x} + c$$

روش جزء به جزء

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

سه سوال اساسی :

۱- چه موقع از روش جزء به جزء باید استفاده کرد ؟

۲- چه عبارتی را u و چه عبارتی را dv در نظر بگیرم ؟

۳- بعد از در نظر گرفتن u و dv ادامه روند حل مسأله چگونه است ؟

مثال)

$$\int x\sin x\,dx = \frac{1}{2}x^2\sin x - \frac{1}{2}\int x^2\cos x\,dx$$

$u = \boxed{\sin x}$ $dv = \boxed{xdx}$

$du = \boxed{\cos x dx}$ $\longrightarrow$ $v = \boxed{\dfrac{x^2}{2}}$

حل انتگرال سخت تر شد.

جواب سوال اول:

؟

جواب سوال سوم:

؟

جواب سوال دوم :

$$\boxed{u\ ,\ dv} \longrightarrow \boxed{\int u\,dv}$$

u : عبارتی که از آن بتوان به راحتی مشتق گرفت .

dv : عبارتی که از آن بتوان به راحتی انتگرال گرفت .

توجه : ترتیب حروف کلمه «**لم جثن**»

ل : مخفف توابع لگاریتمی مانند Lnx

م : مخفف توابع معکوس مانند Arcsinx

ج : مخفف توابع جبری مانند x^2 و $x+1$ و 1

ث : مخفف توابع مثلثاتی مانند cosx

ن : مخفف توابع نمایی مانند e^x

ل م ج ث ن

مثال)

$$\int x.\sin x \; dx$$

راه حل :

$$\int x.\sin x\,dx = -x\cos x + \int \cos x\,dx = -x\cos x + \sin x + c$$

$$u = x \qquad dv = \sin x\,dx$$

$$du = dx \qquad v = -\cos x$$

مثال)

$$\int x^2 e^x \, dx$$

$$I = \int x^2 e^x dx$$

راه حل :

$$u = x^2 \qquad dv = e^x dx$$

$$du = 2x\, dx \qquad v = e^x$$

$$I = x^2 e^x - 2\int x\, e^x dx$$

$$u = x \qquad dv = e^x\, dx$$

$$du = dx \qquad v = e^x$$

$$= x^2 e^x - 2\left[x e^x - \int e^x dx \right]$$

$$= x^2 e^x - 2x\, e^x + 2e^x + c$$

مثال)

$$\int Arc\tan x \, dx$$

راه حل :

$$\int Arc\tan x\,dx = x\,Arc\tan x - \int \frac{x}{1+x^2}\,dx$$

$$u = Arc\tan x \qquad dv = dx$$

$$du = \frac{1}{1+x^2}\,dx \qquad v = x$$

$$I = x\,Arc\tan x - \frac{1}{2}Ln\left|1+x^2\right| + c$$

مثال)

$$\int e^{x}.\sin x.dx$$

راه حل :

$$I = \int e^{x}.\sin x.dx$$

$$u = \sin x \qquad\qquad dv = e^{x}dx$$

$$du = -\cos x\, dx \qquad\qquad v = e^{x}$$

$$\Rightarrow \qquad I = e^{x}\sin x - \int e^{x}\cos x dx$$

مجدداً جزء به جزء

$$u = \cos x \qquad\qquad dv = e^{x}.dx$$

$$du = -\sin x\, dx \qquad\qquad v = e^{x}$$

$$I = e^{x}\sin x - \left[e^{x}\cos x + \int e^{x}.\sin x\, dx\right]$$

$$\Rightarrow \quad 2I = e^{x}\sin x - e^{x}\cos x$$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{1}{2}e^{x}\left[\sin x - \cos x\right] + c$$

مثال)

$$\int \sec^3 x \, dx$$

راه حل :

$$I=\int \sec^3 x\,dx=\int \sec x.\sec^2 x\,dx$$

$$u=\sec x \qquad\qquad dv=\sec^2 x\,dx$$

$$du=\sec x\tan x\,dx \qquad\qquad v=\tan x$$

$$I=\sec x.\tan x-\int \sec x.\left(\tan^2 x\right)dx$$

$$=\sec x.\tan x-\int \sec^3 x dx+\int \sec x\,dx \qquad \left(\tan^2 x=\sec^2 x-1\right)$$

$$2I=\sec x.\tan x+Ln\left|\sec x+\tan x\right|+c$$

$$I=\frac{1}{2}\sec x.\tan x+\frac{1}{2}Ln\left|\sec x+\tan x\right|+c$$

مثال)

$$\int \sin\left(Lnx\right)dx$$

راه حل :

$$I=\int \sin(Lnx)dx$$

$$u=\sin(Lnx) \qquad dv=dx$$

$$du=\frac{1}{x}\cos(Lnx)\,dx \qquad v=x$$

$$I=x\sin(Lnx)-\int \cos(Lnx)dx$$

مجدداً جزء به جزء

$$u=\cos(Lnx) \qquad dv=dx$$

$$du=\frac{-1}{x}\sin(Lnx)dx \qquad v=x$$

$$I=x\sin(Lnx)-\left(x\cos(Lnx)+\int \sin(Lnx)\,dx\right)$$

$$2I=x\sin(Lnx)-x\cos(Lnx)$$

$$I=\frac{1}{2}x(\sin(Lnx)+\cos(Lnx))+c$$

مثال)

$$I = \int Lnx\,dx$$

راه حل :

$$I = \int Lnx dx$$

$$u = Lnx \qquad dv = dx$$

$$du = \frac{1}{x} dx \qquad v = x$$

$$I = x\ Lnx - \int \frac{1}{x} dx \times x = x\ Lnx - x + c$$

روش تشکیل جدول یا نردبانی :

u و مشتق هایش	dv و انتگرال هایش
+ u	× dv
− u'	×ضرب $\int dv$
علامت $\int$	×

stop

چه موقع فرایند مشتق گیری به پایان می رسد؟

۱- مشتق های متوالی u به صفر برسند (u چند جمله ای)

۲- از حاصل ضرب دوتابع در یک سطر بتوان به راحتی انتگرال گرفت .

۳- حاصل ضرب دوتابع در یک سطر، همان عبارت اولیه زیر انتگرال باشد. (ضریب عددی مهم نیست)

مثال)

$$I = \int \left(x^3 + 2x - 1\right)\sin x \, dx$$

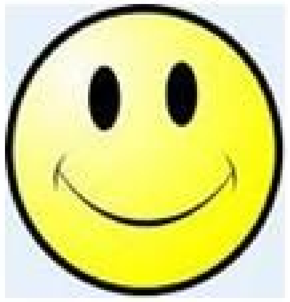
$$I = -\left(x^3 + 2x - 1\right)\cos x + \left(3x^2 + 2\right)\sin x$$

$$+ 6x\cos x - 6\sin x + c$$

u	dv
$+\ x^3 + 2x - 1$	$\sin x$
$-\ 3x^2 + 2$	$-\cos x$
$+\ 6x$	$-\sin x$
$-\ 6$	$+\cos x$
0	$\sin x$

مثال)

$$\int x^2 Lnx \, dx$$



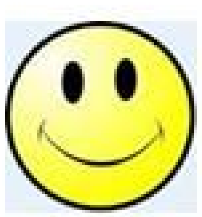
راه حل :

$$I = \int x^2 Lnx \, dx$$

$$= \frac{x^3}{3} Lnx - \int \frac{x^2}{3} dx$$

$$= \frac{x^3}{3} Lnx - \frac{x^3}{9} + c$$

u	dv
$+Lnx$	x^2
$-\frac{1}{x}$	$\frac{x^3}{3}$



مثال)

$$\int e^{2x} \sin 3x \, dx$$

راه حل :

$$I=\int e^{2x}\sin 3x\,dx$$

$$I=\frac{1}{2}\sin 3x.e^{2x}-\frac{3}{4}e^{2x}\cos 3x-\frac{9}{4}\int e^{2x}\sin 3x\,dx$$

$$\Rightarrow\quad \left(1+\frac{9}{4}\right)I=\frac{1}{2}\sin 3x.e^{2x}-\frac{3}{4}e^{2x}.\cos 3x$$

$$\Rightarrow\quad I=\frac{4}{13}e^{2x}\left(\frac{1}{2}\sin 3x-\frac{3}{4}\cos 3x\right)+c$$

u	dv
$+\quad \sin 3x$	e^{2x}
$-\quad 3\cos 3x$	$\frac{1}{2}e^{2x}$
$+\quad -9\sin 3x$	$\frac{1}{4}e^{2x}$