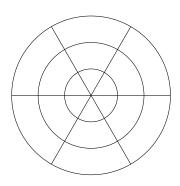
				م نداد آند م
. (ن ۱۵۰ دقیقه است.	
.ارد.			ت به هر سوال ۴ نمره <i>ی م</i> ثه ا	
	_		نه ها به طور تصادفی است.	
<i>ل</i> ه است. 	ِ هر دسته توضیحی ارائه شا 	سوالی امدهاند و قبل از	۱ تا ۲۵ در دستههای چند س	• سوالات ۴
ظور از دو دکمه <i>ی</i>	۷ شمارهگذاری شدهاند. من	از بالا به پایین با ۱ تا	ت دکمه دارد که به ترتیب ا	١ پيراهن سلطان هف
		_	با اختلاف شمارهی ۱ است	
	,		باز هستند. سلطان در هر ه	
			ب میتواند کارش را انجام د	
٠ (۵	۲ (۴	٧ (٣	۸ (۲	۶۴ (۱
یا آبی رنگ کنیم.	نهی بالا_راست را با قرمز	نه از جدول به جز خا	۲ داریم. میخواهیم هر خاه	۲ یک جدول ۳ × ۳
			، متحركي از خانهي پايين	
			ر غیر این صورت یک واحد	
_			ههای جدول را رنگ کرد، <i>م</i>	
18 (۵	7 • (4	98 (4	۶ (۲	۳۲۰ (۱
د؛ بناد اد: در ه	ا یک په دازنده در اختیار دار	هم احدا کند ولی تنه	خواهد دو برنامهی زیر را با	۳ سیستم عاملہ م
		•	ر . مهها را انتخاب کرده و نخه	'
_			ر . ر a برابر صفر است. در چن	
	j. 3 - 2 j			بر برابر دو خواهد شا
	و م:	برنامه <i>ی</i> د		برنامهی اول:
• .	دار متغیر a را در متغیر c ب		ر در متغیر b بریز.	
33				
_	مقدار متغیر c یک واحد اض		تغیر b یک واحد اضافه کن.	
ريز.	a دار متغیر c را در متغیر a ب	قه .۳	a را در متغیر a بریز.	۳. مقدار متغی
١ (۵	۲۰ (۴	۱۸ (۳	• (٢	۲(۱
ف متوالي رشتهي	از تعدادی (حداقل بک) حو	Xت. هرگاه رشتهی	مهای با حروف a ، b و a اسد	۴ منظور از رشته ، کل
			وییم X زیررشته ی Y است	
			رییم ت. یک رشته را م ختلفالنا ه	
		,	راى مثال aab مختلفالنامب	
	J		ر رشتهی مختلفالنامبر نداشت	
۸ (۵	۶ (۴	٣ (٣	٠(٢	9 (1
`	•		\	

△ شکل زیر از سه لایه و شش قطاع تشکیل شده است که ۱۸ خانهی متفاوت ساختهاند. میخواهیم خانهها را با اعداد ۱ تا ۱۸ شمارهگذاری کنیم، طوری که شرایط زیر برقرار باشد:

• هیچ لایهای نداشته باشیم که ضرب اعداد خانههای آن بر ۲۶ یا ۳۹ بخش پذیر باشد.

• ضرب اعداد هر قطاع بر ۶ بخش پذیر باشد.

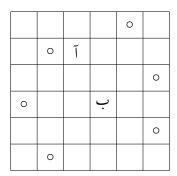
به چند طریق این کار ممکن است؟



$$(\mathfrak{S}!)^r \times \Upsilon^{\mathfrak{S}} \times \Upsilon$$
 (Δ $(\mathfrak{S}!)^r \times \Upsilon^{\mathfrak{S}}$ (Υ $\Upsilon \times (\mathfrak{S}!)^r$ (Υ $(\mathfrak{S}!)^r \times \Upsilon^{\mathfrak{S}} \times (\Upsilon!)^{\mathfrak{S}}$ (Υ • (1)

مهدی میخواهد خانههای یک جدول $x \times x$ را با اعداد صحیح • تا $x \times x$ و کند، طوری که عدد هر خانه برابر با باقی مانده ی جمع اعداد همسایه هایش در تقسیم بر $x \times x$ باشد (دو خانه همسایه هستند، اگر یک ضلع مشترک داشته باشند). در ابتدا مرتضی یک عدد صحیح $x \times x$ از • تا $x \times x \times x$ از • تا $x \times x \times x \times x \times x$ قرار می دهد. مهدی چند راه برای پر کردن پنج خانه ی خالی جدول دارد؟

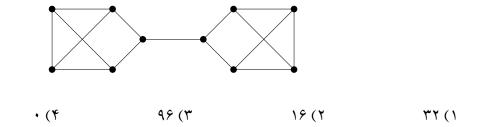
✓ جدول زیر را در نظر بگیرید. به خانههای شامل دایره ی توخالی، مولد می گوییم. می خواهیم، از خانه ی «آ» به خانه ی «ب» برسیم. ما مجاز به حرکت در چهار جهت اصلی هستیم، با این شرط که اگر بخواهیم در جهتی حرکت کنیم، باید در پشت سر خانه ی کنونی (بلافاصله یا با فاصله) خانه ی مولدی قرار داشته باشد. به طور مثال حرکت اول حتماً به سمت راست است. چند راه برای رفتن از خانه ی «آ» به خانه ی «ب» وجود دارد، طوری که هر خانه را حداکثر یک بار ببینیم؟



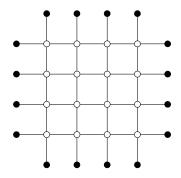
سعید و حسام یک بازی فکری را سه دست انجام می دهند و در نهایت کسی برنده می شود که حداقل دو دست بازی را برده باشد. در هر دست، احتمال برد حسام a و احتمال برد سعید a است. احتمال برنده شدن حسام را در کل بازی a در نظر بگیرید. حال فرض کنید این دو نفر، دو دست از بازی را انجام داده اند و سعید، دقیقاً یک دست را برده باشد؛ احتمال برنده شدن حسام را در کل بازی با شرایط جدید a در نظر بگیرید. شرط لازم و کافی برای این که a باشد، چیست؟

$$a<1/{ exttt{T}}$$
 هیچکدام (۴ $a<7/{ exttt{T}}$ ه $a<1/{ exttt{T}}$ هیچکدام $a<1/{ exttt{A}}$ هیچکدام

۹ در شکل زیر به هر یک از ۱۰ نقطه ی مشخص شده یک رأس می گوییم. دو رأس را مجاور گوییم، اگر با یک پاره خط مستقیم به هم وصل باشند. به چند طریق می توان رأس ها را با قرمز، آبی و سبز رنگ کرد، طوری که هر دو رأس مجاور، ناهم رنگ باشند؟ الزامی به استفاده از هر سه رنگ نیست.



۱۰ در ابتدا در هر نقطه ی توپُر از شکل زیر یک متحرک قرار دارد. آنها قرار است طبق الگوریتمی مشخص حرکت کنند. سرعت حرکت متحرکها برابر و ثابت است. همچنین همگی از لحظه ی یکسانی شروع به حرکت میکنند. پس از آغاز فرآیند، هر متحرک به محض این که به یک نقطه ی توپر برسد، می ایستد.



به ازای کدام موارد از الگوریتمهای زیر، پس از ایستادن تمام متحرکها، در هر نقطهی توپر یک متحرک وجود خواهد داشت؟

- الگوریتم (آ): هر متحرک هنگام رسیدن به هر نقطهی توخالی به راست میپیچد و به حرکت ادامه میدهد.
- الگوریتم (ب): هر متحرک هنگام رسیدن به اولین نقطهی توخالی به راست میپیچد، هنگام رسیدن به دومین نقطهی توخالی به چپ میپیچد و همین طور یک در میان با چرخش به راست و چپ ادامه می دهد.
- الگوریتم (پ): هر متحرک هنگام رسیدن به هر خانهی تو خالی، اگر در آن لحظه متحرک دیگری را نیز در همان نقطه ببیند، به سمت راست میپیچد؛ در غیر این صورت مستقیم میرود.

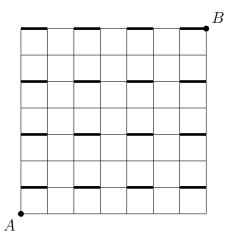
41 (0

مهره ی رخ در بازی شطرنج، خانه های هم سطر و هم ستون خود را تهدید می کند. می خواهیم در برخی از خانه های یک صفحه شطرنج $\Lambda \times \Lambda$ مهره ی رخ قرار دهیم، طوری که هر مهره، حداکثر یک مهره ی دیگر را تهدید کند. حداکثر چند مهره می توانیم بگذاریم؟

$$\Lambda$$
 (Δ) 4 (Υ) Δ (Υ) Υ) Υ (Υ

۱۲ مهرهی **وزیر** در بازی شطرنج، خانههای همسطر، همستون و همقطر خود را تهدید میکند. همان مسئلهی قبل را حل کنید، با این تفاوت که این بار به جای مهرههای رخ میخواهیم از مهرههای وزیر استفاده کنیم.

سلطان در ابتدا در نقطه ی A از شکل زیر قرار دارد و کلاهش روی سرش است. او هر مرحله می تواند با حرکت روی خطوط، یک واحد به راست یا یک واحد به بالا برود. سلطان به هنگام گذر از پاره خطهای پررنگ، وضعیت کلاه روی سرش را تغییر می دهد؛ یعنی اگر کلاه روی سرش باشد آن را برمی دارد و در غیر این صورت آن را روی سرش می گذارد. سلطان به چند طریق می تواند با تعدادی گام به نقطه ی B برسد، طوری که در نقطه ی B کلاه روی سرش باشد؟



$$\binom{17}{9} \times \Upsilon (\Delta) \qquad \qquad \frac{\binom{17}{7}}{7} (\Upsilon \qquad \qquad \binom{1}{6}) \times \Upsilon (\Upsilon \qquad \qquad \binom{17}{9}) (\Upsilon \qquad \qquad \binom{17}{9})$$

فرض کنید دنبالهای از اعداد طبیعی داریم. در هر مرحله می توانیم دو عدد متوالی از دنباله انتخاب کرده، یکی از آنها را یک واحد کاهش دهیم (پس از انجام مرحله، اعداد دنباله باید مثبت بمانند). به این عمل ارتودنسی می گوییم! برای مثال دنباله ی (1,7,5,7,7) با یک عمل ارتودنسی می تواند به (1,7,5,1,7) تبدیل شود. به یک دنباله صاف و صوف گوییم، اگر تمام اعضای آن (1,7,5,1,7)

_____ با توجه به توضیحات بالا به ۳ سوال زیر پاسخ دهید _____

۱۲ کدام یک از دنبالههای زیر، با تعداد کمتری عمل ارتودنسی میتوانند صاف و صوف شوند؟

صوف شوند؟	تعدادي مرحله، صاف و	ود دارد که میتوانند با	ضوی از اعداد طبیعی وج	۱۵ چند دنبالهی پنج عو
۱۰۰۱ (۵	744 (4	17. (4	٣٠۶٠ (٢	٣١٢٥ (١

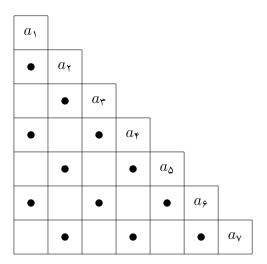
۱۶ فرض کنید تعدادی عمل ارتودنسی روی دنبالهای انجام شود. گوییم یک عدد در دنباله در حین مراحل **زخمی** شده است، اگر دست کم یک بار افزایش و دست کم یک بار کاهش یافته باشد. چند جایگشت از اعداد ۱ تا ۵ را می توان با تعدادی عمل ارتودنسی صاف و صوف کرد، طوری که هیچ عددی در حین مراحل زخمی نشود؟

17. (D 7.) (F 7.) (T 1.) (1.)

منظور از بیت، رقم • یا ۱ است. اعمال \vee ، \wedge و \oplus روی بیتها مطابق جدول زیر تعریف می شوند:

p	q	$p \lor q$	$p \wedge q$	$p \oplus q$
•	•	•	•	•
•	١	١	•	١
١	•	١	•	١
١	١	١	١	*

بوجی پلکانی به شکل زیر دارد:



ـ با توجه به توضيحات بالا به ٣ سوال زير پاسخ دهيد

الا بوجی ابتدا به جای هر یک از a_1 تا a_2 یک بیت میگذارد. سپس مقدار هر خانهی دیگر مانند a_1 برابر حاصل عمل a_2 و راست a_3 خواهد شد. بوجی به چند طریق می تواند کارش را انجام دهد، طوری که مقدار خانهی پایین پلکان برابر ۱ شود؟ در این مسئله نقاط داخل خانه ها تأثیری ندارند.

179 (D A (F Y (T 9F (T . (1

مرحلهی یکم سی أمین المپیاد کامپیوتر کشور

بوجی ابتدا به جای هر یک از a_1 تا a_2 یک بیت میگذارد. سپس مقدار هر خانه ی دیگر مانند a_1 به صورت زیر مشخص می شود:

- اگر C نقطه داشته باشد، مقدار آن برابر حاصل عمل \wedge روی خانههای بالا و راست C خواهد شد.
- . اگر C نقطه نداشته باشد، مقدار آن برابر حاصل عمل \lor روی خانههای بالا و راست C خواهد شد.

بوجی به چند طریق می تواند کارش را انجام دهد، طوری که مقدار خانهی پایین ـ چپ پلکان برابر ۱ شود؟

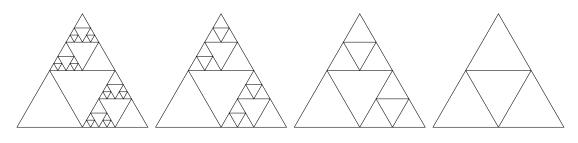
۱۹ همان مسئلهی قبل را حل کنید، با این تفاوت که عملکرد خانههای نقطهدار و بدون نقطه جابهجا شود؛ یعنی مقدار هر خانهی بدون نقطه با عمل ∧ به دست آید.

مثلثال شکلی است که مرحله به مرحله تکمیل می شود. مثلثال در مرحله ی صفرم از یک مثلث متساوی الاضلاع بزرگ تشکیل شده است. به یک مثلث بزرگ تشکیل شده است که به چهار مثلث متساوی الاضلاع کوچکتر و هم اندازه تقسیم شده است. به یک مثلث کال گوییم، اگر داخل آن کاملاً خالی باشد. مثلثی را که دقیقاً شامل چهار مثلث کال باشد، جوان می گوییم. در هر مرحله تمام مثلث های جوان را در نظر می گیریم و عملیات زیر را بر روی هر کدام از آنها انجام می دهیم:

چهار مثلث کال داخل را مثلثهای بالا، وسط، پایینراست و پایین چپ می نامیم. دو تا از این چهار مثلث، به چهار مثلث کوچکتر تقسیم می شوند که انتخاب مثلثها بستگی به باقی مانده ی شماره ی مرحله به سه دارد:

- اگر باقیمانده برابر یک باشد، مثلث پایین راست و مثلث بالا را تقسیم میکنیم.
 - اگر باقىمانده برابر دو باشد، مثلث پايينچپ و مثلث بالا را تقسيم مىكنيم.
- اگر باقیمانده برابر صفر باشد، مثلث پایین راست و مثلث پایین چپ را تقسیم میکنیم.

سه مرحلهی اول در شکل زیر نشان داده شده است:



_____ با توجه به توضيحات بالا به ٣ سوال زير پاسخ دهيد ___

پس از مرحلهiأم، چند مثلث كال وجود دارد؟ i

 $extstyle ag{7} ag{$

۲۱ به یک نقطه در صفحه تیز گوییم، اگر رأس دست کم یکی از مثلثهای شکل باشد (نه لزوماً مثلثهای کال). پس از مرحله یi أم، تعداد نقاط تیز چند تاست؟

$$\mathsf{T} + \mathsf{T}^{i+1}$$
 ($\mathsf{\Delta}$ $\mathsf{T} \times \mathsf{T}^{i+1}$ (T S^{i+1} (T $\mathsf{T} \times \mathsf{T}^{i+1} - \mathsf{T}$ (T

۲۲ به یک خط افقی در صفحه مشغول گوییم، اگر شامل حداقل یک نقطهی تیز باشد. لزومی ندارد این خط در مثلثال رسم شده باشد. پس از مرحلهی ۶اُم، تعداد خطهای افقی مشغول در صفحه چیست؟

پشته یکی از دادهساختارهای پرکاربرد در علوم کامپیوتر است که دنبالهای از عناصر را ذخیره میکند. تغییرات در عناصر پشته فقط از دو نوع میتواند باشد:

- یک عضو به انتهای پشته اضافه شود.
- یک عضو از انتهای پشته حذف شود.

برای مثال فرض کنید پشته ای به صورت $\langle \mathfrak{T}, \mathfrak{F}, \mathfrak{d}, \mathfrak{1} \rangle$ باشد. با اضافه کردن عضوی با مقدار ۷ به انتها، پشته به صورت $\langle \mathfrak{T}, \mathfrak{F}, \mathfrak{d}, \mathfrak{d}$ بشته کنیم، پشته به صورت $\langle \mathfrak{T}, \mathfrak{f}, \mathfrak{d}, \mathfrak$

اکنون میخواهیم یکی از روشهای ذخیرهسازی پشته در کامپیوتر را شرح دهیم. در این روش، عملهای زیر را میتوان انجام داد:

• عمل ساختن پشته: با دستور create(S) پشته با نام S ساخته می شود و یک خانه در حافظه به آن اختصاص پیدا می کند که در ابتدا این خانه مقداری ندارد. اجرای این عمل یک واحد زمان مصرف می کند.

- عمل اضافه کردن به پشته: با دستور push(S,x) مقدار x به انتهای پشته ی S اضافه می شود. دو حالت داریم:
- حافظه ی مربوط به S دارای خانه ی خالی باشد؛ در این صورت عدد x در نخستین خانه ی خالی حافظه ی مربوط به S به شکل سمت چپ حافظه ی مربوط به S به شکل سمت پاشد و دستور S به شکل سمت راست در خواهد آمد:

اجراي عمل بالا يك واحد زمان مصرف ميكند.

حافظه ی مربوط به S دارای خانه ی خالی نباشد؛ در این صورت جایی جدید از حافظه با دو برابر تعداد خانه های حافظه ی فعلی به S اختصاص داده شده و سپس عمل اضافه کردن انجام می شود. برای مثال اگر حافظه ی مربوط به S به شکل سمت چپ باشد و دستور $push(S, 1 \cdot)$ اجرا شود، حافظه ی مربوط به S به شکل سمت راست خواهد آمد:

S	١	١	43	۲	S	١	١	۵	۲	•		

اجرای چنین عملی به اندازهی تعداد خانههای حافظهی جدید اختصاص داده شده زمان مصرف میکند. برای نمونه، در مثال بالا ۸ واحد زمان مصرف می شود.

• عمل حذف کردن از پشته: با دستور pop(S) یک عنصر از انتهای پشته ی S حذف می شود. برای مثال اگر حافظه ی مربوط به S به شکل سمت چپ باشد و دستور pop(S) اجرا شود، حافظه ی مربوط به S به شکل سمت راست در خواهد آمد:

S	۲	٤	43	۲	١.	•		S	٢	٣	43	۲	•		

در حالتی که با خالی کردن آخرین خانه ی پر حافظه ی مربوط به S، دست کم نیمی از خانه ها خالی شود، حافظه ی جدید به S اختصاص داده می شود که خانه های خالی آن حذف شده اند (مگر اینکه S تنها یک خانه داشته باشد که در این صورت آن خانه حذف نمی گردد). برای مثال اگر حافظه ی مربوط به S به شکل سمت چپ باشد و دستور pop(S) اجرا شود، حافظه ی مربوط به S به شکل سمت راست در خواهد آمد:

اجرای عمل حذف عنصر در حالاتی که تعداد خانه ی حافظه ی مربوط به S تغییر کند (نصف شود)، به اندازه ی تعداد خانه های حافظه ی جدید اختصاص داده شده زمان مصرف میکند. برای نمونه در مثال بالا واحد زمان مصرف می شود. در حالاتی نیز که تعداد خانه های حافظه ی مربوط به S تغییر نمیکند، یک واحد زمان مصرف خواهد شد.

• عمل کپی: با دستور (A,B) حافظهای به اندازه ی حافظه ی پشته ی A به پشته ی B اختصاص می یابد و مقادیر خانههای حافظه ی B نیز برابر مقادیر خانههای حافظه ی A خواهند شد. اجرای این عمل به اندازه ی تعداد خانههای حافظه ی مربوط به A زمان مصرف می کند.

توجه كنيد قبل از عمليات روى يشته، بايد آن يشته در خطوط قبلي برنامه با دستور create ساخته شده باشد.

_____ با توجه به توضیحات بالا به ۳ سوال زیر پاسخ دهید

۲۲ برنامهی زیر چند واحد زمان مصرف میکند؟

create(X) push(X, 1) push(X, 1) push(X, 1) pop(X) push(X, 1) push(X, 1) push(X, 1)

push(X, 1)

10(0 11(4 14(4 14(1

push(S,1) در برنامه ای ابتدا با دستور create(S) پشته ی S ساخته می شود. در ادامه ی این برنامه ۱۳۹۸ دستور وجود دارد. این برنامه چند واحد زمان مصرف می کند؟

 $7^{1799} + 1799 (\Delta)$ $7^{1794} + 1790 (F$ $\Delta FAT (T$ $F \cdot 9\Delta (T)$ $\Delta F9T (T)$

۲۵ یک برنامه حداقل چند خط باید داشته باشد تا در انتهای آن دست کم ۱۰۰ واحد حافظه (در مجموع برای پشتهها) وجود داشته باشد؟