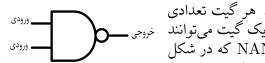
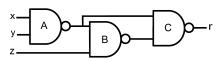
- سؤالهای ۲۵ تا ۳۰ در دستههای چندسؤالی آمدهاند و توضیح هر دسته پیش از آن آمده است.
  - جواب درست به هر سؤال چهار نمرهی مثبت و جواب نادرست یک نمرهی منفی دارد.
    - ترتیب گزینه ها در هر سؤال به شکل تصادفی است.
- ۱ مجموعهی اعداد {۸۵,۳۱,۲۴,۶۹,۵۱,۱۷} به ما داده شده است. حداقل چند عدد از این مجموعه را باید حذف كنيم تا ميانگين اعداد باقىمانده برابر با ۴۲ شود؟

4 (4 ۵ (۳ ۲ (۵ 4(1

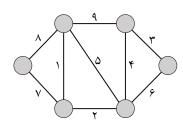


۲ برای ساخت مدارهای الکترونیکی از گیتها استفاده میشود. هر گیت تعدادی وُرُودی و تنها یک خرُوجی دارد. تمامی ورودیها و خروجی یک گیت میتوانند خروجی تنها یکی از دو مقدار صفر و یک را داشته باشند. گیت NAND که در شکل مقابل نشان داده شده است، یک گیت با دو ورودی و یک خروجی است. خروجی

این گیت تنها موقعی صفر است که هر دو ورودی آن یک باشند، در غیر این صورت خروجی آن برابر یک میشود. z و y ،x ورودی های x مداری به شکل زیر طراحی کردهایم. به آزای چند حالت از ورودی های y ،x و yمقدار خروجی r برابر صفر می شود؟ دقت کنید که در این مدار، خروجی گیت A ورودی گیتهای B و C است.

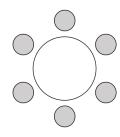


7 (4 4 (4 ٣ (۵ ۵ (۲ 1 (1



۳ استان دور (زادگاه فامیل دور) از ۶ شهر تشکیل شده است که همانند شکل مقابل با جادههای خاکی به هم متصل اند. هزینهی آسفالت کردن هر جاده به صورت یک عدد صحیح کنار جاده نشان داده شده است. نامزد نمایندگی این استان وعده داده است که در صورت پیروزی در انتخابات، با آسفالت کردن تعدادی از این جادهها کاری کند که بین هر دو شهر از این استان یک مسیر آسفالت (نه لزوما مستقیم) به وجود آید. کمترین هزینهای که این نامزد در صورت پیروزی در انتخابات برای تحقق وعدهاش باید بپردازد چقدر است؟

71 (4 W8 (Y 78 (1 11 (4 YA (Q



۲ یک خرابه به شکل مقابل شش جایگاه دارد. یک دزد در یکی از این جایگاهها است. تیم امنیتی سلطان شامل تعدادی پلیس ماهر است. پلیسها نمی دانند دزد کجا است و می خواهند او را دست گیر کنند. در ابتدای هر مرحله هر پلیس در یکی از جایگاهها قرار میگیرد. اگر دزد در یکی از جایگاههایی بود که پلیسی در آن قرار دارد، دستگیر میشود. در غیر این صورت پلیسها از جایگاهها خارج میشوند و دزد یکی از حرکات زیر را انجام م**ىد**ھد:

- به جایگاه سمت راست خود می رود.
  - به جایگاه سمت چپ خود می رود.
- به جایگاه رویهروی خود (با سه واحد فاصله) می رود.

سپس مجددا پلیسها در جایگاهها (نه لزوما جایگاههای مرحلهی قبل) قرار میگیرند و این مراحل تا یافتن دزد ادامه مییابد. با توجه به این نوع حرکات، تیم سلطان باید حداقل چند پلیس داشته باشد تا بتواند به طور تضمینی در تعداد محدودی مرحله دزد را دستگیر کند؟

۵(۵ ۳(۴ ۲(۳ ۱(۲ ۴(۱

۵ همان سوال قبل را در نظر بگیرید، با این تفاوت که دزد در هر مرحله یکی از حرکات زیر را انجام میدهد:

- یک واحد به سمت راست خود حرکت می کند.
  - دو واحد به سمت چپ خود حرکت میکند.

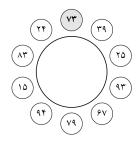
در این صورت حداقل چند پلیس لازم است؟

\(\Delta\) \(\forall (\text{f} \quad \text{f} \text{f} \quad \text



۶ مورچهای به کندوی زنبورها راه پیدا کرده است. او تنها می تواند روی مرز لانه ها حرکت کند. زنبورها از لانه هایی چرخان استفاده می کنند تا عسل آن ها شکر ک نزند! این لانه ها در هر ثانیه یک واحد در جهت مشخص شده می چرخند. مورچه یک ضلع را می تواند در یک ثانیه طی کند و همواره در ابتدای هر ثانیه تصمیم می گیرد که یا سر جای خود بایستد، یا به سمت یکی از تقاطع های مجاور خودش حرکت کند و تا رسیدن به تقاطع تصمیم خود را تغییر نمی دهد (حتی اگر به علت حرکت کند و تا رسیدن به تقاطع تصمیم خود را تغییر نمی دهد (حتی اگر به علت

B باشد، کمترین زمان لازم برای آن که به تقاطع A باشد، کمترین زمان لازم برای آن که به تقاطع A برسد چقدر است؟



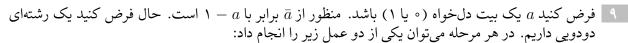
✓ ده نفر دور یک میز نشسته اند. هر نفر مقداری پول دارد که به ما اطلاع نمی دهد. اما در عوض هر نفر از میزان پول دو نفر مجاور خود با خبر است و مجموع پول کنار دستان خود را بلند اعلام می کند. در تصویر مقابل عددی که هر فرد اعلام کرده آمده است. در این صورت میزان پول نفری که بالای میز با رنگ خاکستری مشخص شده چقدر می تواند باشد؟



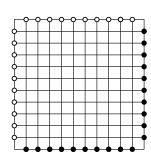
هفت کشور از جمله ایران برای میزبانی مسابقات جهانی المپیاد کامپیوتر در سال ۲۰۱۷ نامزد شده اند. برای انتخاب کشور میزبان، هیئت داوران در هر مرحله دو کشور از میان کشورهای باقی مانده را به طور تصادفی انتخاب می کند و بر اساس نظر داوران، کشور بازنده را از دور خارج می کند. این کار تا زمانی ادامه پیدا می کند که تنها یک کشور باقی بماند. تنها کشور باقی مانده میزبان مسابقات خواهد شد. فرض کنید از قبل نظر هیئت داوران را به ازای هر دو کشور انتخاب شده می دانیم. نظر هیئت داوران در جدول مقابل آمده است. به ازای  $y > 1 \neq 1$  اگر عددی که در ردیف i مو ستون i آم آمده است برابر ۱ باشد، کشور i برنده خواهد عددی که در ردیف i و ستون i آمده است برابر ۱ باشد، کشور i برنده خواهد

شد (یعنی نظر هیئت دواران با کشور i است). در غیر این صورت، کشور j برنده خواهد شد. با توجه به این جدول چند کشور شانس میزبانی را خواهند داشت؟

 $\delta(\delta)$  V(f) V(f) V(f) V(f) V(f)



- یک بیت مانند b در رشته را در نظر بگیریم و در دو طرف آن  $\overline{b}$  بنویسیم. برای مثال از رشته ی b در رشته ی با انتخاب بیت وسط می توان به رشته ی a رشته ی a رسید.
- دو بیت متوالی مانند ab را در نظر بگیریم و به جای آنها  $\bar{a}\bar{b}$  بنویسیم. برای مثال از رشته ی (0,1,1) و با انتخاب دو بیت سمت راست می توان به رشته ی (0,0,0) رسید.



در شبکهی  $17 \times 17$  مقابل 7 ماشین در نقاط پررنگ قرار گرفتهاند و میخواهند به نقاط توخالی روبهروی خود بروند. ماشینهای سمت راست جدول تنها به سمت چپ حرکت می کنند و ماشینهای پایین جدول تنها به سمت بالا حرکت می کنند. سرعت هر ماشین یک متر بر ثانیه است و فاصلهی هر دو نقطهی مجاور در جدول یک متر است. می خواهیم به هر ماشین عددی طبیعی از 1 تا 3 نسبت دهیم طوری که اگر هر ماشین در زمانی که به آن نسبت داده شده شروع به حرکت کند، بدون برخورد با ماشین دیگری به مقصد خود برسد. کوچک ترین عدد 3 که بتواند شرایط فوق را برآورده کند چقدر است؟

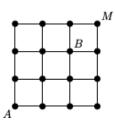
۱۱ مرتضی ۲ بسته ی پنج کیلویی، ۲ بسته ی چهار کیلویی و ۲ بسته ی سه کیلویی دارد (بسته ها متمایزند). او هم چنین سه کیسه ی یکسان دارد که گنجایش هر کدام ۱۰ کیلوگرم است. مرتضی به چند طریق می تواند بسته هایش را در این کیسه ها قرار دهد و به خانه ببرد؟

یک ماشین در اختیار داریم که هر رشته ی kتایی از صفر و یک مثل  $x_1, x_2, ..., x_k$  را به یک رشته ی kتایی از صفر و یک مثل  $k_1, x_2, ..., x_k$  را به یک رشته ی  $k_2, ..., x_k$  را به یک رشته ی  $k_3, ..., x_k$  به صورت  $k_4, ..., x_k$  را برد  $k_2, ..., x_k$  را برد و عدد  $k_3, ..., x_k$  اگر است و مقدار آن تنها وقتی یک است که دقیقا یکی از دو عدد  $k_2, x_3, x_4$  و  $k_3, x_4, ..., x_k$  اگر این رشته را به ماشین بدهیم و خروجی را باز به ماشین بدهیم و این کار را آن قدر تکرار کنیم تا در نهایت یک عدد مثل  $k_3, x_4, ..., x_k$  آن گاه داشته باشیم:  $k_4, k_5, \ldots, k_k$  و  $k_5, k_6, \ldots$   $k_6, k_6, \ldots$   $k_6, k_6, \ldots$ 

در کلاسی 700 دانش آموز وجود دارد. هر دانش آموز از این کلاس با دقیقا یکی دیگر از دانش آموزان کلاس دوست است. رابطه ی دوستی دوطرفه است، یعنی اگر فرد a دوست فرد b باشد، آنگاه فرد b نیز دوست فرد a است. معلم این کلاس برای آشنا شدن با دانش آموزان خود هر بار دو نفر از دانش آموزان را انتخاب می کند و از آنها می پرسد که آیا با یکدیگر دوست هستند یا خیر. معلم کلاس با حداقل چند سوال می تواند رابطه های دوستی در کلاس را به طور کامل کشف کند؟

$$\Delta \circ \Delta \circ (\Delta)$$
 1990 ° (\* Y9 $\Delta \circ (\Upsilon)$  990 ° (\*)

مرحلهی اول بیست و ششمین المپیاد کامپیوتر کشور							
وییم، اگر در یک ضلع	بانه را <b>مجاور</b> میگ	خانههای آن سفید است. دو خ	۴ داریم که ابتدا تمام -	۱۴ یک جدول <b>۴</b> ×			
		ست از خود آن خانه و تمامي خ					
را انتخاب کرد و رنگ	ں قلمرو یک خانہ	حله میتوان تعدادی از خانههای -	خانه است. در هر مر-	شامل حداکثر ۵			
ای جدول را سیاه کرد؟	ىتوان تمام خانەھا	کس). در حداقل چند مرحله م	(از سفید به سیاه و برع	انها را تغییر داد			
۳ (۵	٧ (۴	۵ (۳	4 (1	۶(۱			
خاب کرد و رنگ دقیقا	توان یک خانه انت	ت که این بار در هر مرحله می	نظر بگیرید، با این تفاو	۱۵ سوال قبل را در			
ن تمام خانههای جدول	دزم برای سیاه کر <b>د</b>	صورت كمترين تعداد مراحل ل	ان را تغییر داد. در این	سه خانه از قلمرو			
				چقدر است؟			
4 (0	٧ (۴	۶ (۳	۵ (۲	۸(۱			
·		برسند، بازی به ضربات پنالتی	'				
		کند، بازی را میبرد. اگر در و					
		یک پنالتی میزند و اگر برنده ه					
		ں شود. تیمهای ایران و ارژانتیر دان	_				
ل ميم ارزانتين به احتمال	شمال <del>۾</del> و هر پتالتي	بدانیم هر پنالتی تیم ایران به اح		<b>.</b>			
		برندهی بازی خواهد بود؟					
<del>۴</del> (۵	<u>'</u> (۴	<u>γδ</u> (٣	<del>170</del> (7	½ (1			
گابی		کل مقابل دور یک میز نشستها					
	بقیه هیچ پولی	در ابتدا گدا یک ریال دارد و					
(ديوى)		ر دو کار زیر را انجام میدهد:					
	سندلىها جابهجا	اِست میبرد. (توجه کنید که <i>ص</i>					
(جيگر) گدا			. و فقط خود افراد جابه. 				
		ویژه نشسته است، یک ریال می					
آقای مجری قصد دارد کاری کند که پول همهی افراد برابر $k$ ریال شود. به ازای چند مقدار $k\leqslant k\leqslant 1$ آقای مجری میتواند با تعدادی گام به این هدف برسد؟							
		ف برسد!	با تعدادی کام به این هد	مجری می دواند ب			
٣ (۵	4 (4	۱ (۳	· (Y	۲(۱			
		-					
M	M که از نقطهی	$_{\scriptscriptstyle L}$ به نقطهی $_{\scriptscriptstyle B}$ برویم، طوری $_{\scriptscriptstyle L}$	میخواهیم از نقطهی 4	۱۸ در شکل مقابل			



بگذریم. در هر مرحله می توان یک واحد در یکی از چهار جهت (چپ، راست، بالا و پایین) حرکت کرد. همچنین از هر نقطه اجازه داریم حداکثر یک بار عبور کنیم. به چند طریق این کار ممکن است، طوری که دقیقا ۱۰ گام برداریم؟

۸ (۳

۱۸ (۲

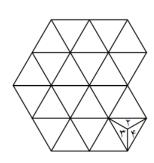
10(1

۱۹ محیا در حال طراحی یک بازی است. این بازی شامل تعدادی کارت است که روی هر یک از آنها سه عدد متمایز از مجموعهی اعداد ۱ تا ۷ درج شده است. محیا میخواهد کارتها را به نحوی بسازد که هر دو کارت متمایز دقیقا یک عدد مشترک داشته باشند. در این صورت، او حداکثر چند کارت متفاوت میتواند بسازد؟

19 (4

٣ (۴ 7 (7 ۵ (۵ ٧ (٣ 9(1

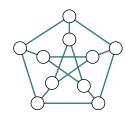
TY (D Y (F YF (F )Y (T ) 19 (1



الا هرمی که اعداد ۱ تا ۴ روی وجوه آن نوشته شده است روی یک خانه از جدول مثلثی همانند شکل مقابل قرار گرفته است (روی وجه زیرین عدد ۱ نوشته شده است). این هرم در هر حرکت میتواند به یکی از خانههایی که با خانهی فعلی هرم ضلع مشترک دارد برود. حرکت هرم به این صورت است که یال روی ضلع مشترک از زمین بلند نمی شود و هرم حول این ضلع مشترک دوران می کند و در خانه ی جدید می نشیند (روی وجه دیگر مجاور آن یال). این هرم در هر خانه ی از جدول که قرار می گیرد شماره ی وجه زیرین خود را در آن حک می کند (برای مثال در خانه ی اول عدد ۱ حک می شود). می خواهیم این هرم را طوری روی جدول

حرکت دهیم که در هر خانهای دقیقا یک عدد حک شود. حداکثر مقدار مجموع اعداد حکشده چند می تواند باشد؟

99 (D D9 (4 90 (T 94 (T DT ))



۲۲ شکل مقابل از تعدادی دایره و میله در صفحه ساخته شده است. میخواهیم هر یک از دایرههای این شکل را با یکی از سه رنگ قرمز، آبی و سبز رنگ کنیم، طوری که هر دو دایرهای که با میله به هم وصل هستند، ناهمرنگ باشند. به چند طریق این کار ممکن است؟ دو روش رنگ آمیزی را که با دوران شکل در صفحه به هم تبدیل می شوند، یکسان در نظر می گیریم.

17° (D 9° (4 9 (T 17 (1

الله ساعت دیجیتال داریم که زمان را به صورت یک عدد دودویی با طول ثابت ۱۱ بیت نمایش می دهد که ۵ بیت سمت چپ آن نشان دهنده ی ساعت (بین ۰ تا ۲۳) و ۶ بیت سمت راست آن نشان دهنده ی دقیقه (بین ۰ تا ۵۹) است. به طور مثال این ساعت دیجیتال ساعت ۱۰ و ۲۱ دقیقه را به شکل ۱۰۱۰۱۰۱۰ نمایش می دهد. در طول یک شبانه روز، چند بار عددی که این ساعت نشان می دهد، آیینه ای می شود؟ به یک رشته آیینه ای می گوییم اگر با وارون خود برابر باشد. به طور مثال رشته ی ۱۰۱۰ آیینه ای است، ولی رشته ی ۱۰۱۰ آیینه ای نیست.

 $9 \circ (\Delta)$   $9 \circ (A)$   $9 \circ (A)$ 

۱۳ یک جدول  $a_{x}$  را در نظر بگیرید. میخواهیم چهار خانهی  $a_{x}$  ،  $a_{y}$  و  $a_{y}$  از خانههای این جدول را انتخاب کنیم، طوری که اگر از مرکز  $a_{y}$  به مرکز  $a_{y}$  سپس به مرکز  $a_{y}$  و در انتها به مرکز  $a_{y}$  برویم، مسیری که ایجاد می شود خودش را قطع نکند و همچنین مرکز هیچ سهتا از چهار خانهی انتخاب شده هم خط نباشند. به چند طریق این کار ممکن است؟

117° (D 1817 (F 7° 18 (T 174° (T 174° (1

# مرحلهي اول بيست و ششمين المپياد كامپيوتر كشور

بل نشستهاند. طبق	B، ،B، ،B در ردیف مقا زیرزیرکی نگاه میکند!	.، A <sub>۳</sub> در یک ردیف و ۵ <sub>۱</sub> راز افراد روبهروی خود ۵	$A_7$ ى يک مترو افراد $A_1$ ، $A_5$ هر کس به دلخواه به يکم	بر روی صندلیها عادت همیشگی،		
			با توجه به تو			
موند!). چند حالت	نگاه کنند (چشمتوچشم ش	ی نباشند که به یکدیگر	ا <b>ر</b> گوييم، اگر هيچ دو نفر ؟	۲۵ یک حالت را <b>پاید</b> پایدار وجود دارد		
۱۰۸ (۵	11 (4	۴۸ (۳	108 (4	48 (1		
اقل و حداکثر چند	را نگاه نکنند. به ترتیب حد	و $B_j$ هیچکدام دیگری ر	$A_i$ را <b>بیربط</b> گوییم، اگر ؟	زوج مرتب $(i,j)$ زوج مرتب زوج ہیربط داریہ		
	۴) ۱ و ۳					
را نگاه کند و $Z$ ،	Z جود داشته باشد که $X$ ، $X$	یند، اگر فردی مانند $Z$ و	غیر مستقیم فرد $Y$ را می $x$	X می گوییم فرد		
۵ (۵	۸ (۴	17 (1	7 ( 7	9(1		
دنباله از اعداد ۰ و	هد. این دستگاه از ما یک		در ابتدا عدد $x$ را که برابر مراحل زیر عدد $x$ را تغییر ز اولین عدد، به ازای هر $\cdot$			
• $ \mathcal{X} $ عدد برابر با $ \mathcal{X} $ برابر می کنیم. • $ \mathcal{X} $ عدد برابر با $ \mathcal{X} $ برابر با $ \mathcal{X} $ قرار می دهیم. • $ \mathcal{X} $						
	ی برابر با ۱ نباشند.	در آن هیچ سه عدد متواا	۱ را «معتبر» مینامیم اگر	یک دنباله از ۰ و		
	زیر پاسخ دهید	ضيحات بالا به ٣ سؤال ز	با توجه به تو			
	مختلف ميتوان ساخت؟	عتبر به طول ۵ چند <i>عد</i> د	گاه عددساز و دنبالههای .	۲۸ با استفاده از دستً		
74 (0	۲۸ (۴	18 (4	41 (1	18(1		
?	د مختلف ميتوان ساخت <sup>،</sup>	ىعتبر بە طول ١٥ چند <i>ع</i> د	گاه عددساز و دنبالههای .	۲۹ با استفاده از دستً		
۲۸۸ (۵	7V4 (4	977 (٣	۱۷۸ (۲	۵۰۴ (۱		
چند عدد کوچکتر	ه عددساز بدهيم. حداكثر -	ِل دلخواهي را به دستگا		۳۰ فرض کنید بتوانید از ۲۰۴۸ میتوانی		
774 (0	749 (4	۸۱ (۳	م بسریم. ۲۰۴۷ (۲			