

رای اکثریت یک فرآیند تصمیم‌گیری است که در آن انتخابی که بیش از نیمی از آرا را دریافت کند، به عنوان تصمیم نهایی انتخاب می‌شود. این روش به طور گسترده در سیستم‌های دموکراتیک، تصمیم‌گیری گروهی و الگوریتم‌های مختلف یادگیری ماشین مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در این سوال می‌خواهیم بررسی کنیم که آیا رای اکثریت منجر به افزایش دقت تصمیم‌گیری می‌شود یا خیر. برای سادگی یک مسئله باینری را در نظر می‌گیریم. (یعنی در آن رای‌دهنده تصمیمی که می‌گیرد یا درست است یا غلط)

فرض کنید هر رای‌دهنده به صورت مستقل و با دقت مشخصی (p) تصمیم درستی می‌گیرد.

الف) با نوشتن کد مناسب، در هر کدام از سناریوهای زیر، احتمال درست بودن رای اکثریت را بدست آورید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ (فرض کنید که هیچ دانش قبلی‌ای نداریم.)

سناریو	دقت (p)	تعداد آراء "۱"	تعداد آراء "۰"
۱	۰/۷	۸	۴
۲	۰/۷	۱۰	۲
۳	۰/۳	۸	۴
۴	۰/۵	۹	۳
۵	۰/۵	۵	۷

ب) در این بخش از پروژه، شما باید تأثیر افزایش دقت رای‌دهنده (p) بر دقت کلی رای اکثریت را با استفاده از شبیه‌سازی بررسی کنید. فرض کنید ۱۲ رای‌دهنده داریم و هر نفر با دقت p تصمیم می‌گیرد. شما باید شبیه‌سازی‌هایی انجام دهید که در آن‌ها p را از ۰ تا ۱ (با افزایش‌های ۰/۱) تغییر داده، accuracy را محاسبه کنید و نتایج را روی نمودار نشان دهید.

ج) مقدار optimal دقت فردی را مشخص کنید. (منظور از مقدار optimal کمترین مقدار p است که منجر به دقت ۱۰۰٪ برای رای اکثریت می‌شود.)

د) با استفاده از heatmap، تأثیر p و تعداد افراد رای‌دهنده (n) را روی دقت تصمیم‌گیری نشان دهید. محور افقی و عمودی را به ترتیب تعداد افراد و p قرار دهید. همچنین میزان رنگ heatmap نشان دهنده دقت رای اکثریت خواهد بود. محدوده‌ی مقادیر باید به صورت زیر باشند:

n	p	
۰	۰	شروع
۵۰	۱	پایان
۱	۰/۱	فاصله