

به نام خدا

## سیگنال ها و سیستم ها

تمرین کامپیوتری اول

### بخش اول:

در این بخش کارهای زیر را طبق توضیحات انجام دهید. احتیاجی به نوشتن گزارش برای این بخش نیست. صرفا می خواهیم در Matlab با توابع مختلف و همچنین تعریف متغیرها به صورت های مختلف آشنا شویم.

For problems 1-7, write a script called `shortProblems.m` and put all the commands in it. Separate and label different problems using comments.

1. **Scalar variables.** Make the following variables

- $a = 10$
- $b = 2.5 \times 10^{23}$
- $c = 2 + 3i$ , where  $i$  is the square root of -1
- $d = e^{j2\pi/3}$ , where  $j$  is the square root of -1 and  $e$  is Euler's number<sup>1</sup> (use `exp, pi`)

2. **Vector variables.** Make the following variables

a.  $aVec = [3.14 \ 15 \ 9 \ 26]$

b.  $bVec = \begin{bmatrix} 2.71 \\ 8 \\ 28 \\ 182 \end{bmatrix}$

c.  $cVec = [5 \ 4.8 \ \dots \ -4.8 \ -5]$  (all the numbers from 5 to -5 in increments of -0.2)

d.  $dVec = [10^0 \ 10^{0.01} \ \dots \ 10^{0.99} \ 10^1]$  (Logarithmically spaced numbers between 1 and 10, use `logspace`, make sure you get the length right!)

e.  $eVec = Hello$  ( $eVec$  is a string, which is a vector of characters)

3. **Matrix variables.** Make the following variables

a.  $aMat = \begin{bmatrix} 2 & \cdots & 2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 2 & \cdots & 2 \end{bmatrix}$  a 9x9 matrix full of 2's (use **ones** or **zeros**)

b.  $bMat = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & \ddots \\ \vdots & 0 & 5 & 0 & \vdots \\ \ddots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}$  a 9x9 matrix of all zeros, but with the values

$[1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1]$  on the main diagonal (use **zeros**, **diag**).

c.  $cMat = \begin{bmatrix} 1 & 11 & \cdots & 91 \\ 2 & 12 & \ddots & 92 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 10 & 20 & \cdots & 100 \end{bmatrix}$  a 10x10 matrix where the vector 1:100 runs down the columns (use **reshape**).

d.  $dMat = \begin{bmatrix} NaN & NaN & NaN & NaN \\ NaN & NaN & NaN & NaN \\ NaN & NaN & NaN & NaN \end{bmatrix}$  a 3x4 NaN matrix (use **nan**)

e.  $eMat = \begin{bmatrix} 13 & -1 & 5 \\ -22 & 10 & -87 \end{bmatrix}$

f. Make  $fMat$  be a 5x3 matrix of random integers with values on the range -3 to 3 (First use **rand** and **floor** or **ceil**. Now only use **randi**)

4. **Scalar equations.** Using the variables created in 1, calculate  $x$ ,  $y$ , and  $z$ .

a.  $x = \frac{1}{1+e^{(-(a-15)/6)}}$

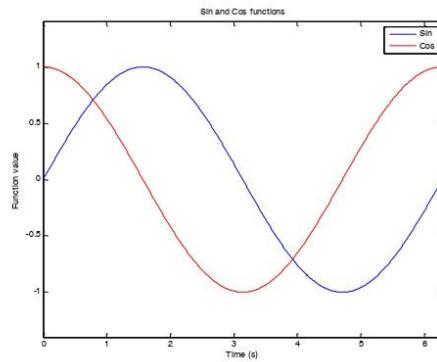
b.  $y = (\sqrt{a} + \sqrt[3]{b})^\pi$ , recall that  $\sqrt[g]{h} = h^{1/g}$ , and use **sqrt**. You can also use **nthroot** (refer to the MATLAB help to understand the difference between **nthroot** and a fractional power)

c.  $z = \frac{\log(\Re[(c+d)(c-d)]\sin(a\pi/3))}{c\bar{c}}$  where  $\Re$  indicates the real part of the complex number in brackets,  $\bar{c}$  is the complex conjugate of  $c$ , and **log** is the *natural log* (use **real**, **conj**, **log**).

5. **Matrix equations.** Using the variables created in 2 and 3, find the values of  $xMat$ ,  $yMat$  and  $zMat$  below. Use matrix operators.
- $xMat = (aVec \cdot bVec) \cdot aMat^2$
  - $yMat = (bVec \cdot aVec)$ , note that this is *not* the same as  $(aVec \cdot bVec)$
  - $zMat = |cMat|(aMat \cdot bMat)^T$ , where  $|cMat|$  is the determinant of  $cMat$ , and  $T$  again indicates the transpose (use **det**).
6. **Common functions and indexing.**
- Make  $cSum$  the column-wise sum of  $cMat$ . The answer should be a row vector (use **sum**).
  - Make  $eMean$  the mean across the rows of  $eMat$ . The answer should be a column (use **mean**).
  - Replace the top row of  $eMat$  with  $[1 \ 1 \ 1]$ .
  - Make  $cSub$  the submatrix of  $cMat$  that only contains rows 2 through 9 and columns 2 through 9.
  - Make the vector  $lin = [1 \ 2 \ \dots \ 20]$  (the integers from 1 to 20), and then make every even value in it negative to get  $lin = [1 \ -2 \ 3 \ -4 \ \dots \ -20]$ .
  - Make  $r$  a  $1 \times 5$  vector using **rand**. Find the elements that have values  $< 0.5$  and set those values to 0 (use **find**).
7. **Plotting multiple lines and colors.** In class we saw how to plot a single line in the default blue color on a plot. You may have noticed that subsequent plot commands simply replace the existing line. Here, we'll write a script to plot two lines on the same axes.
- Open a script and name it `twoLinePlot.m`. Write the following commands in this script.
  - Make a new figure using **figure**
  - We'll plot a sine wave and a cosine wave over one period
    - Make a time vector  $t$  from 0 to  $2\pi$  with enough samples to get smooth lines
    - Plot  $\sin(t)$
    - Type **hold on** to turn on the 'hold' property of the figure. This tells the figure not to discard lines that are already plotted when plotting new ones. Similarly, you can use **hold off** to turn off the hold property.
    - Plot  $\cos(t)$  using a red dashed line. To specify line color and style, simply add a third argument to your plot command (see the third paragraph of the **plot** help).

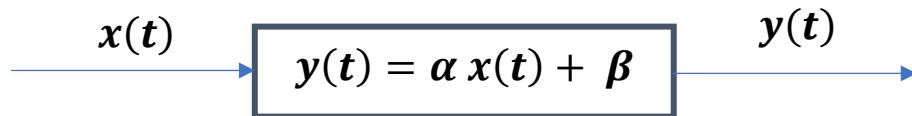
This argument is a string specifying the line properties as described in the help file. For example, the string 'k:' specifies a black dotted line.

- d. Now, we'll add labels to the plot
  - i. Label the x axis using **xlabel**
  - ii. Label the y axis using **ylabel**
  - iii. Give the figure a title using **title**
  - iv. Create a legend to describe the two lines you have plotted by using **legend** and passing to it the two strings 'Sin' and 'Cos'.
- e. If you run the script now, you'll see that the x axis goes from 0 to 7 and y goes from -1 to 1. To make this look nicer, we'll manually specify the x and y limits. Use **xlim** to set the x axis to be from 0 to  $2\pi$  and use **ylim** to set the y axis to be from -1.4 to 1.4.
- f. Run the script to verify that everything runs right. You should see something like this:



## بخش دوم:

سیستم زیر را در نظر بگیرید که یک رابطه‌ی خطی را نشان می‌دهد.



ورودی سیستم  $x(t)$  و خروجی آن  $y(t)$  است.  $\alpha$  و  $\beta$  نیز اعدادی ثابت هستند. متغیر p2.mat را load کنید. ورودی  $x(t)$  و خروجی  $y(t)$  به ازای  $t = 0:0.001:1$  به شما داده شده است.

تمرین ۱-۲) ورودی  $x$  را بر حسب  $t$  رسم کنید. حتماً شکل آن را در گزارش بیاورید.

تمرین ۲-۲) خروجی  $y$  را بر حسب  $t$  رسم کنید. حتماً شکل آن را در گزارش بیاورید. همان طور که مشاهده می‌کنید  $y$  نویزی است. این اتفاق در عمل بسیار محتمل است و نمی‌شود انتظار داشت همیشه به خروجی ایده‌آل دسترسی داشته باشیم.

تمرین ۳-۲) متغیر  $y$  را بر حسب  $x$  با استفاده از دستور زیر رسم کنید. آرگومان سوم دستور زیر باعث می‌شود که نقاط به هم وصل نشوند و بهتر بتوانید رابطه‌ی  $y$  و  $x$  را مشاهده کنید. حتماً شکل را در گزارش بیاورید.

`plot(x, y, '.' )`

همان طور که مشاهده می‌کنید رابطه‌ی  $y$  بر حسب  $x$  تقریباً یک رابطه‌ی خطی است. شیب این خط چه پارامتری را به شما می‌دهد؟ عرض از مبدأ این خط چه پارامتری را به شما می‌دهد؟

تمرین ۴-۲) روشی را پیشنهاد دهید که با استفاده از داده‌های  $x$  و  $y$  بتوان پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  را استخراج کرد. روش خود را در یک فانکشن با نام p2\_4.m پیاده سازی کنید. این فانکشن داده‌های  $x$  و  $y$  را به عنوان ورودی گرفته و پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  را به عنوان خروجی می‌دهد. پارامترهایی که به دست آوردید را گزارش کنید.

راهنمایی: می‌توانید با مینیمم کردن تابع هزینه زیر، پارامترها را استخراج کنید.

$$f(\alpha, \beta) = \sum_t (y(t) - \alpha x(t) - \beta)^2$$

توجه: حتماً چک کنید فانکشنی که نوشته‌ید درست کار کند. برای این کار می‌توانید خودتان داده‌های جدیدی تولید کنید.  $x$ ،  $\alpha$ ،  $\beta$  دلخواه در نظر بگیرید و بعد طبق رابطه‌های زیر خروجی را تولید کنید:

$$y(t) = \alpha x(t) + \beta \quad (\text{حالت بدون نویز})$$

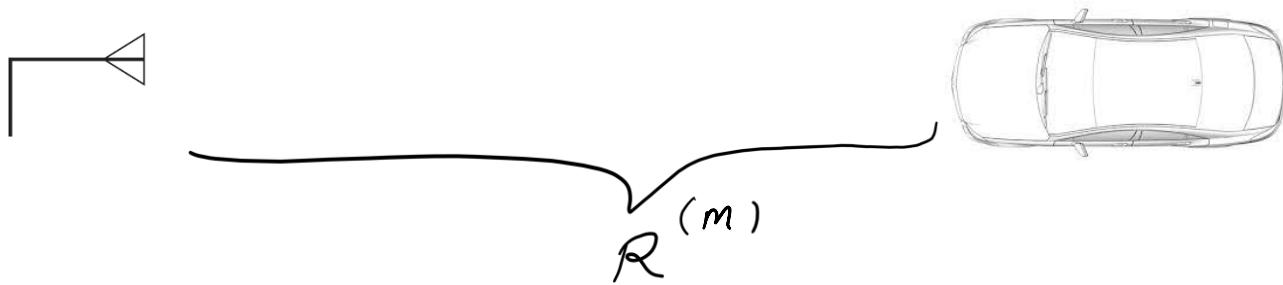
$$y(t) = \alpha x(t) + \beta + \text{Noise} \quad (\text{حالت با نویز})$$

بعد چک کنید ببینید آیا فانکشنی که نوشته‌ید پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  را به درستی تخمین می‌زند یا خیر؟ برای تولید نویز می‌توانید از دستور `randn` استفاده کنید. برای اطلاعات بیشتر راجع به این دستور به `help` مراجعه کنید. چون می‌خواهید چک کنید ببینید کدتان درست کار می‌کند یا نه، قدرت نویز را کم در نظر بگیرید.

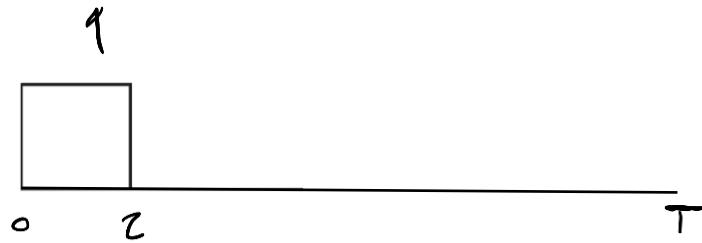
تمرین ۲-۵) در نوار APPS ، اپلیکیشن Cure Fitting را باز کنید. داده‌های  $x$  و  $y$  که در ماتریس `p2.mat` در اختیار شما قرار گرفته بود را وارد کنید. تخمین  $\alpha$  و  $\beta$  را انتخاب کنید. آیا نتایجی که در سمت چپ به شما ارائه می‌دهد، با نتایجی که در تمرین ۴-۲ به دست آوردید همخوانی دارد؟

### بخش سوم:

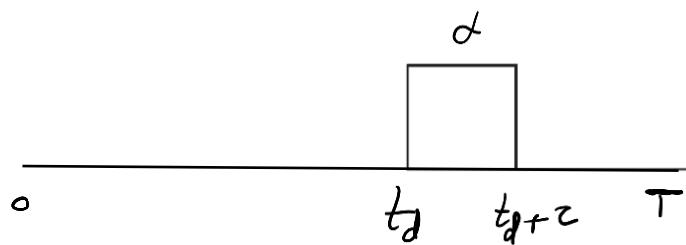
می خواهیم توسط یک رadar، فاصله‌ی یک جسم از رadar را بیابیم.



سیگنال ارسالی رadar به صورت زیر است:



این سیگنال پس از برخورد به جسم و بازگشت به سمت رadar، به صورت زیر دریافت می شود:



که در شکل بالا  $t_d = \frac{2R}{C}$  است و مقدار  $\alpha < 1$  اهمیتی ندارد. در این رابطه C سرعت نور با واحد متر بر ثانیه و R فاصله‌ی رadar تا جسم با واحد متر است.

پارامتر مجهول مساله  $t_d$  می باشد زیرا با به دست آوردن آن، فاصله نیز مشخص می شود. برای به دست آوردن این پارامتر، از همان ایده‌ی correlation یا template matching استفاده می کنیم.

تمرین ۳-۱) سیگنال ارسالی را با فرضیات زیر تولید کرده و رسم کنید ( $t_s$  فاصله‌ی دو نمونه‌ی زمانی و یا عکس فرکانس نمونه برداری  $f_s$  است).

$$t_s=1e-9; T=1e-5; \tau_{\text{au}}=1e-6;$$

تمرین ۲-۳) سیگنال دریافتی را با فرض  $R = 450 \text{ m}$  تولید کرده و رسم کنید ( $\alpha = 0.5$ ).

تمرین ۳-۳) حال به صورت برعکس به مساله نگاه کنید. یعنی فرض کنید سیگنال دریافتی را داریم و می‌خواهیم از روی آن فاصله را محاسبه کنیم. با ایده‌ی correlation یا template matching، این کار را انجام دهید.

تمرین ۴-۳) حال به سیگنال دریافتی کمی نویز اضافه کنید و تمرین ۳-۳ را تکرار کنید. قدرت نویز را کم کم و طی چندین مرحله افزایش دهید و ببینید تا کجا همچنان می‌توانید فاصله را به درستی تشخیص دهید؟ فرض کنید اگر خطای فاصله یابی کمتر از ۱۰ متر باشد، بگوییم فاصله درست تخمین زده شده است.

توجه: از آنجایی که نویز ماهیتی تصادفی دارد و ممکن است هر دفعه یک پاسخی به دست آورید، برای انجام دقیق این تمرین می‌بایست به صورت زیر عمل کنید:

قدرت نویز را کم کم زیاد کنید. برای هر قدرت نویز ثابت، یک حلقه‌ی for صدتاًی (یا بیشتر) باید داشته باشد که در هر حلقه‌ی آن یک نویز جدید با همان قدرت ثابت تولید کرده و به داده اضافه کنید. حال فاصله را تخمین زده و خطای فاصله یابی را ذخیره کنید. میانگین خطای این حلقه‌ی صدتاًی (یا بیشتر) را به عنوان خطای در این قدرت نویز در نظر بگیرید. در پایان می‌توانید خطای این حلقه را بر حسب قدرت نویز های مختلف رسم کنید. طبیعتاً هر چه قدرت نویز بیشتر باشد باید خطای تخمین فاصله بیشتر شود.

نکات کلی:

- فایل نهایی شما باید به صورت یک فایل زیپ شامل گزارشکار به فرمت PDF و کد های مطلب باشد.