



دانشگاه تهران

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

Principles of Communication Systems

CA2

Parsa Darban

810100141

بخش اول (مدولاسیون دامنه)

قسمت الف) (AM)

۱. سیگنال داده شده را با دستور Load فرا میخوانیم. با توجه به آنکه فرکانس نمونه برداری برابر با $f_s=10000\text{Hz}$ است طول فایل داده شده را به دست آورده و بازه زمانی را پیدا میکنیم.

$$\left(\frac{\text{tend}-0}{\frac{1}{f_s}} \right) + 1 = \text{lenght}(x_normal)$$

پس سیگنال را در بازه ۰ تا ۲ ثانیه رسم میکنیم.

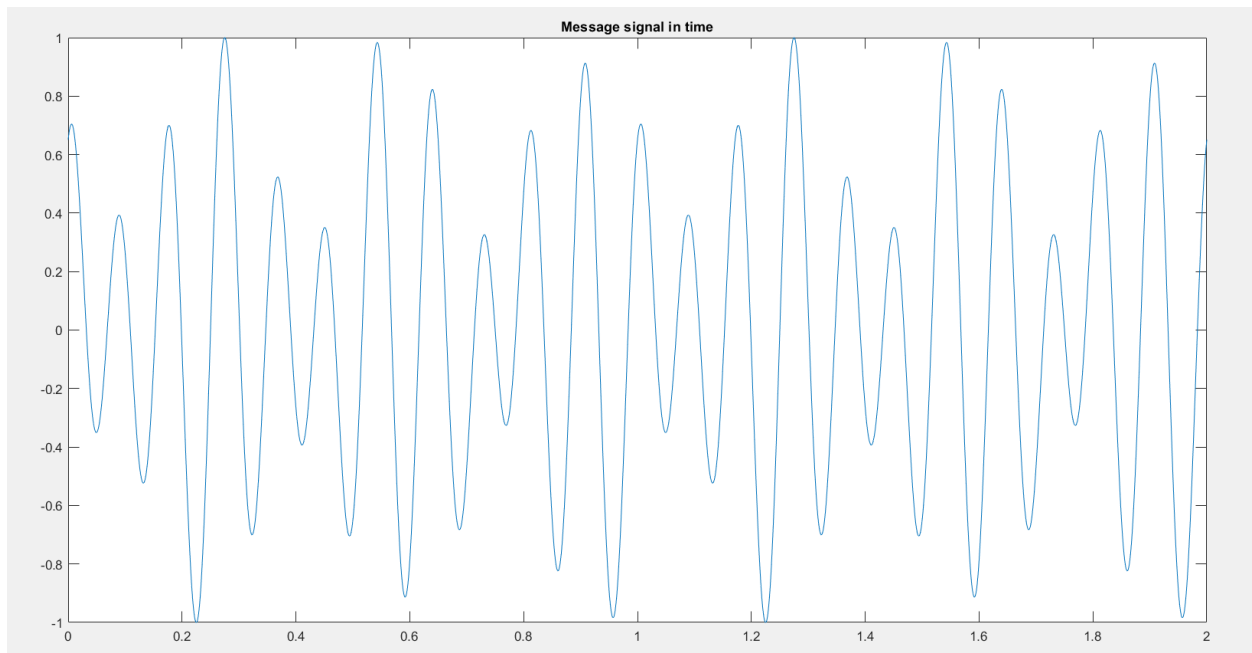


Figure 1.1 (plot message signal in time)

۲. سپس سیگنال داده شده را در حوزه فرکانس رسم میکنیم.

بازه فرکانس را همانند مقابل انتخاب میکنیم.

$$f = -\frac{f_s}{2} : \frac{f_s}{L} : \frac{f_s}{2} - \frac{1}{L}$$

نتیجه به شرح زیر است:

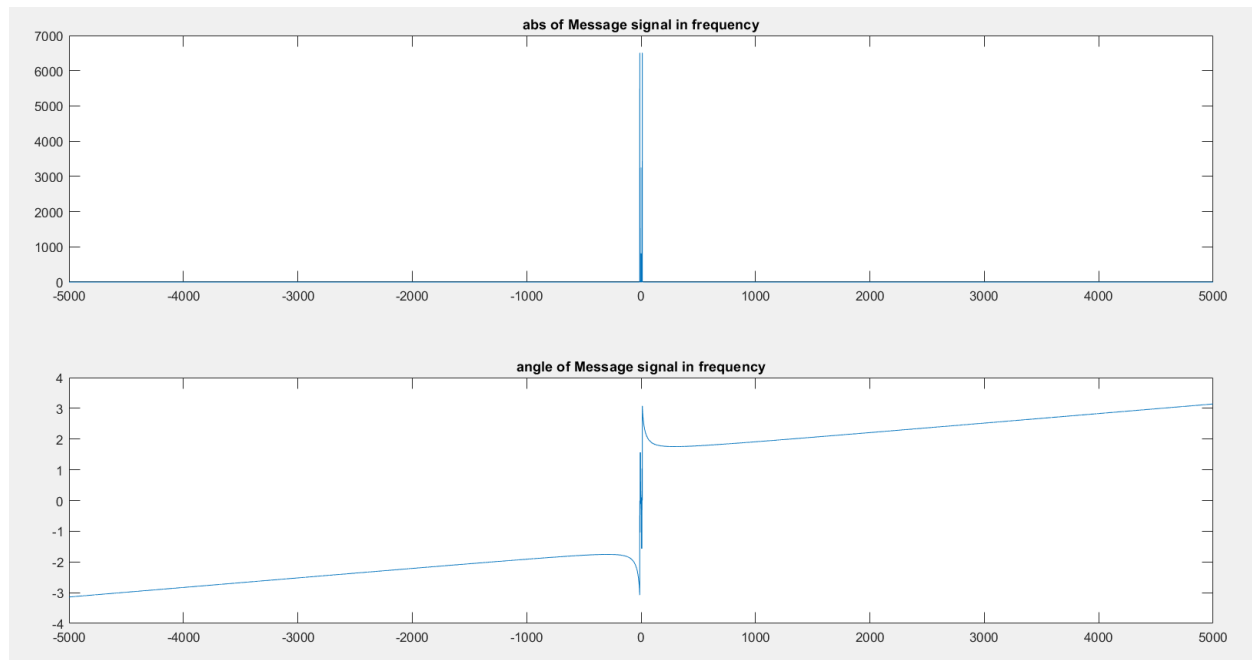


Figure 1.2 (plot message signal in frequency)

۳. در این بخش باید به روش AM سیگنال را مدوله میکنیم. طبق رابطه زیر سیگنال مدوله شده در AM نیاز به یک موج کریر دارد. دامنه موج کریر برابر با $A_c=1$ و فرکانس آن برابر با $f_c=200\text{Hz}$ است. همچنین این روش مدولاسیون نیازمند ضربی به نام اندیس مدولاسیون (μ) هست که با چون سیگنال ما نرمالایز شده است ($x(t) < 1$) آن اندیس نیز باید کمتر از یک باشد. پس اگر اندیس ما بزرگتر از یک باشد، در دمدولاسیون به مشکل میخوریم. کد این قسمت با ساختار شرطی زده شده و اندیس را از ما میگیرد. اگر $\mu > 1$ مدولاسیون انجام نمیشود و اگر کوچکتر باشد مدولاسیون را با فرمول زیر انجام میدهد.

$$x_{ct} = A_c \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot t) \cdot (1 + \mu \cdot x(t))$$

۴. در این بخش $x_c(t)$ را در حوزه زمان و فرکانس رسم میکنیم.

نتیجه به صورت زیر است:

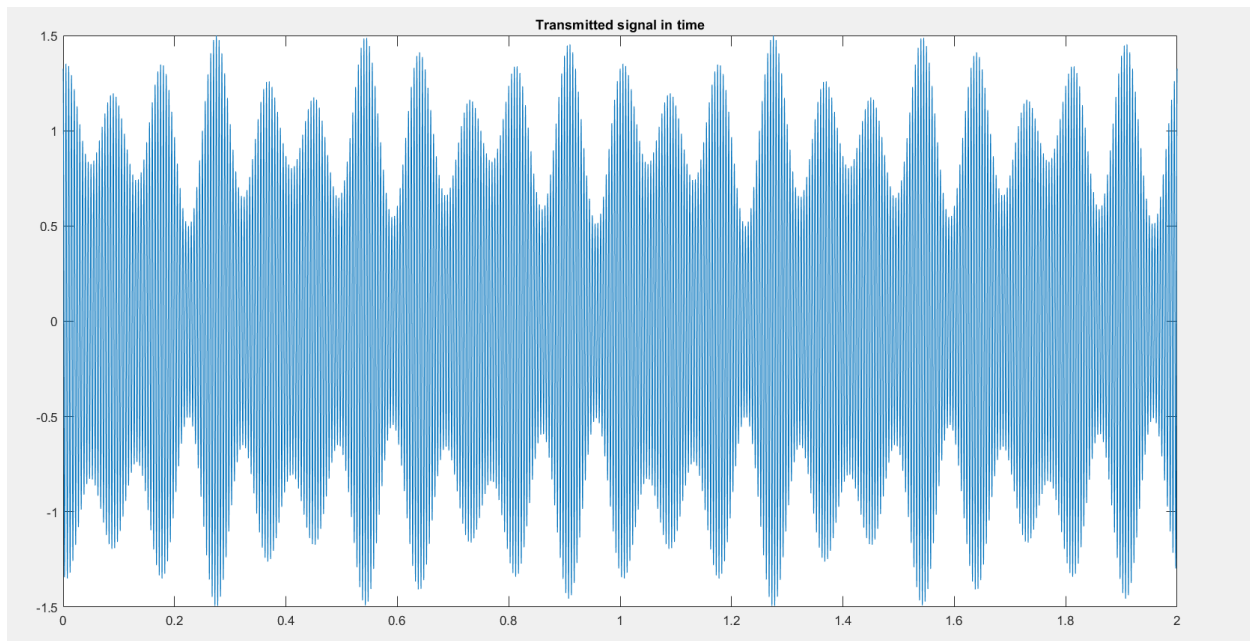


Figure 1.3 (transmitted signal in time)

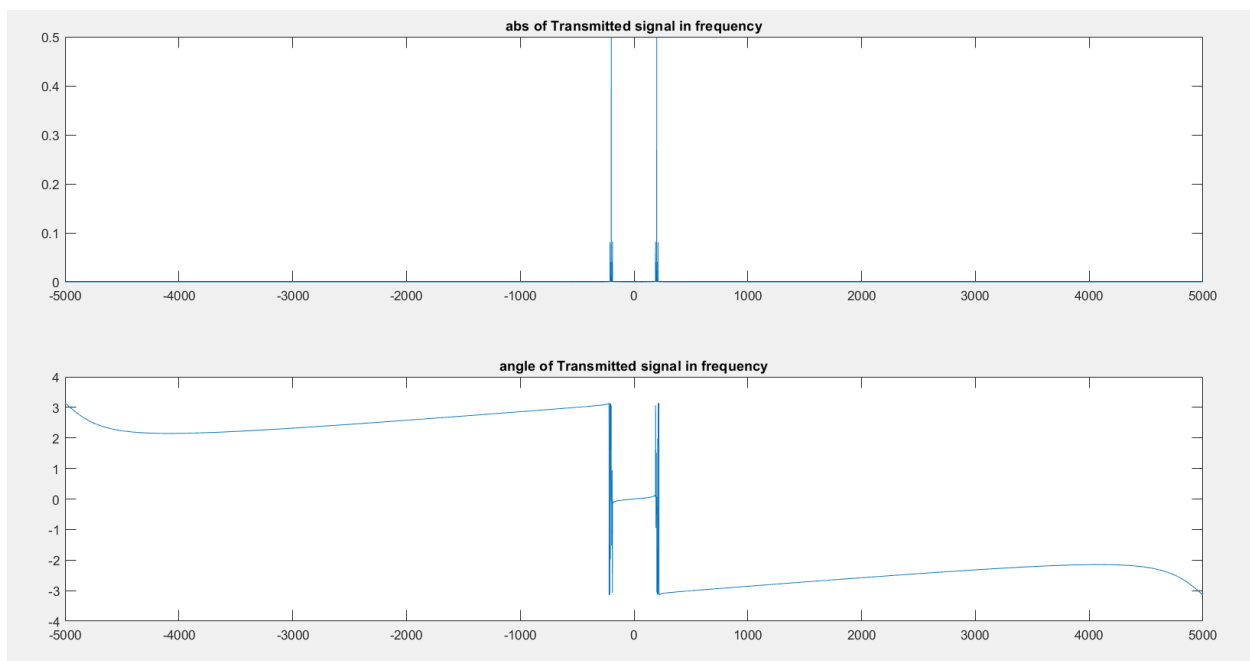


Figure 1.4 (transmitted signal in frequency)

برای محاسبات دستی فرض میگیریم $X(f)$ فوریه سیگنال داده شده است. و طبق معادله بالا پیش میرویم.

$$x_{ct} = A_c \cos(2\pi f_c t) + A_c \cos(2\pi f_c t) \cdot \mu_x(t)$$

از معادله بالا فوریه میگیریم.

$$x_c(t) = A_c((\delta(f-f_c)) + \delta(f+f_c)) + A_c \cdot \mu((\delta(f-f_c) + \delta(f+f_c)) * X(f))$$

با تحلیل نتیجه در حوزه فوریه میبینیم که سیگنال پیام ما در حوزه فرکانس باید به سمت $+f_c$ و $-f_c$ شیفست بخورد زیرا با فوریه کسینوس که ضربه است، کانوالو شده و حول آن دو رسم میشود. همچنین به علت داشتن DC در حوزه زمان و فوریه گرفتن از آن در دو ضربه در همان $+f_c$ و $-f_c$ به اندازه نصف دامنه سیگنال پیام داریم. که شکل آن در حوزه فرکانس به ما معادله ریاضی را ثابت میکند.

در اینجا کانوولوشن را با $*$ و ضرب را با $.$ نمایش دادیم.

در اینجا $f_c = 200$ است و سیگنال حول آن در حوزه فرکانس رسم شده.

۵. حال میخواهیم سیگنال مدوله شده را با نوشتن تابعی دمدوله کنیم.

در اینجا برای آشکارسازی از تبدیل هیلبرت استفاده میکنیم. به طوری که طبق رابطه زیر دامنه را به دست میآوریم و با رابطه دوم سیگنال پیام را محاسبه میکنیم.

کد تبدیل هیلبرت در حوزه فرکانس نوشته شده و از آن فوریه معکوس گرفته شده تا در حوزه زمان از آن استفاده کنیم زیرا رابطه زیر در حوزه زمان کاربرد دارد. (این رابطه در سایت متلب در بخش envelope detector نوشته شده)

$$e(t) = \sqrt{x(t)^2 + \hat{x}(t)^2}$$

ورودی تابع: سیگنال مدوله شده در حوزه فرکانس و f_c و μ و A_c

حال برای تبدیل دامنه به سیگنال از رابطه مقابل استفاده میکنیم.

$$x(t) = \frac{\left(\frac{e(t)}{A} - 1\right)}{\mu}$$

نتیجه به دست آمده همان سیگنال ورودی است.

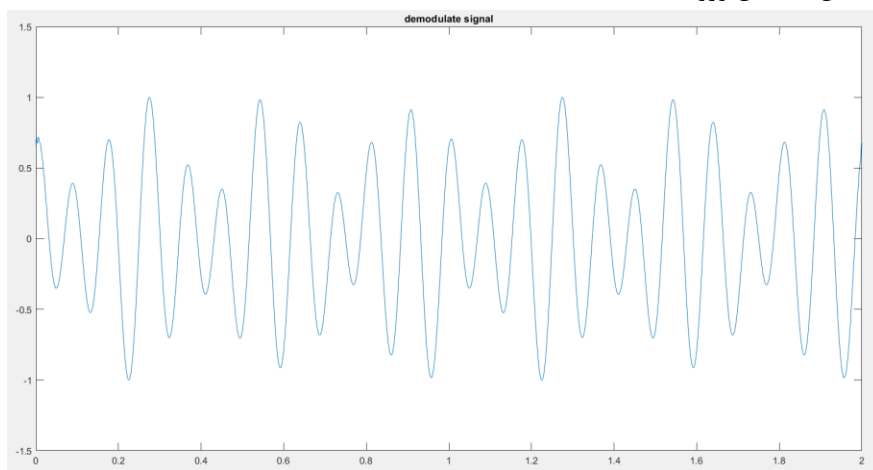


Figure 1.5 (plot modulation in time)

برای آنکه نشان دهیم شبیه سیگنال ورودی است از `immse` استفاده میکنیم.

 `err1`

`4.8992e-06`

قسمت ب) (DSB)

۱ و ۳. ابتدا سیگنال داده شده را رسم میکنیم.

بازه آن $f = -5000:5000$ است و فرکانس نمونه برداری برابر $f_c = 10000\text{Hz}$ است.

بازه زمانی آن از $t = -10:10$ است.

سیگنال داده شده مطابق زیر است:

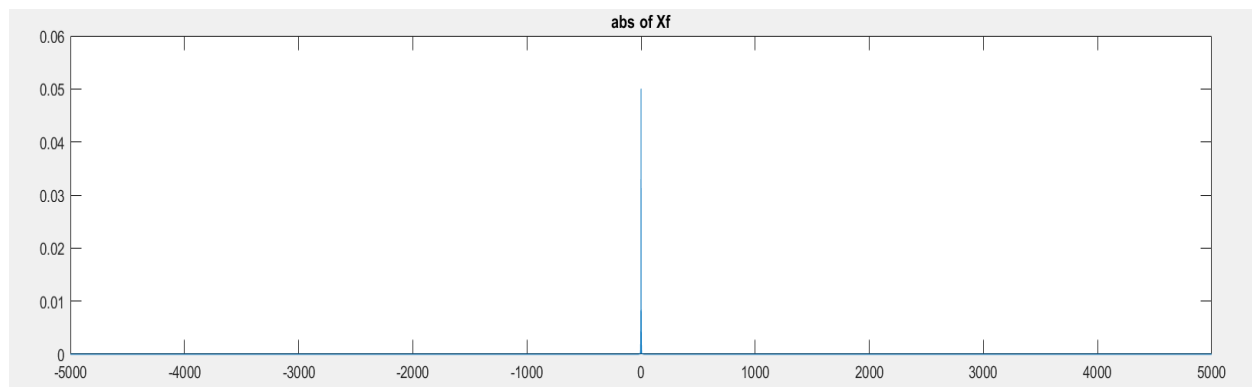


Figure 1.6 (message signal in frequency)

برای ساختن فیلتر نیازمند به فرکانس قطع (`flp`) هستیم که آن را باید با توجه به فرکانس سیگنال داده شده پیدا کنیم. در اینجا 10Hz گرفته شده. نتیجه فیلتر به شرح زیر است:

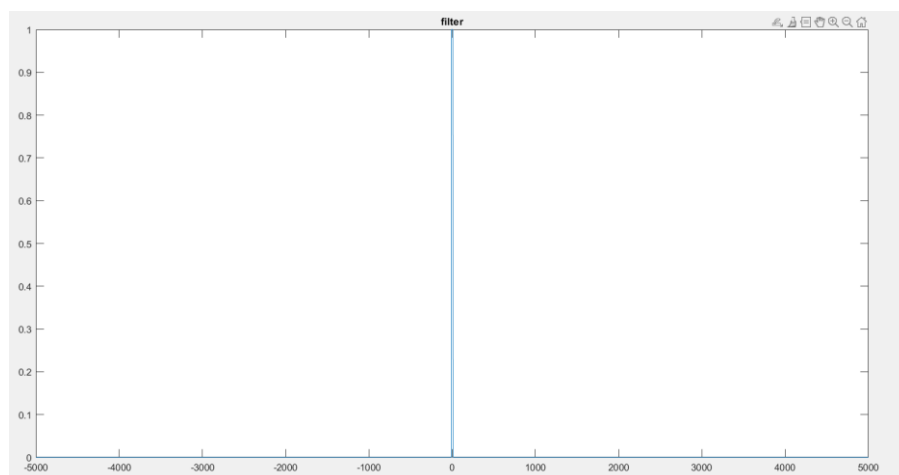


Figure 1.7 (filter for demodulation)

فرکانس های کریر برابر با $fc1$ و $fc2$ است. تابعی می‌کنیم که ورودی آن سیگنال پیام در حوزه فرکانس و $fc1$ و $fc2$ و flp و f است و خروجی های مدنظر را میدهد.

خروجی های تابع به شرح زیر است:

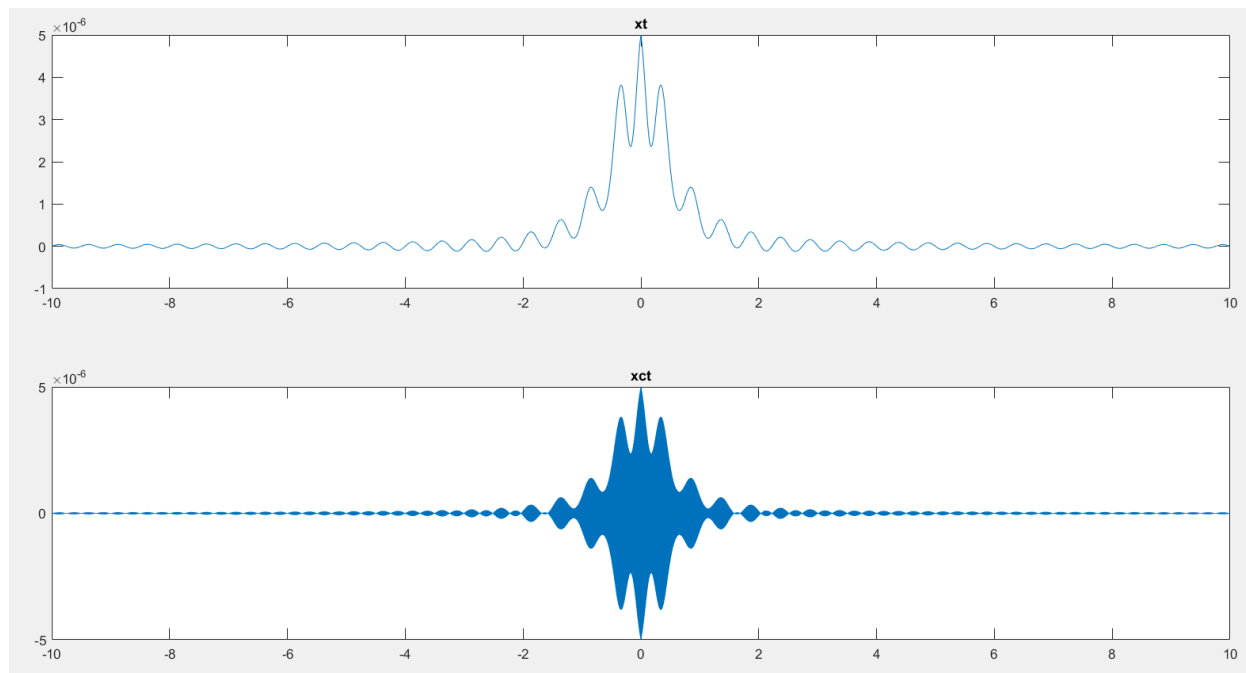


Figure 1.8 (plot message signal and modulate signal in time)

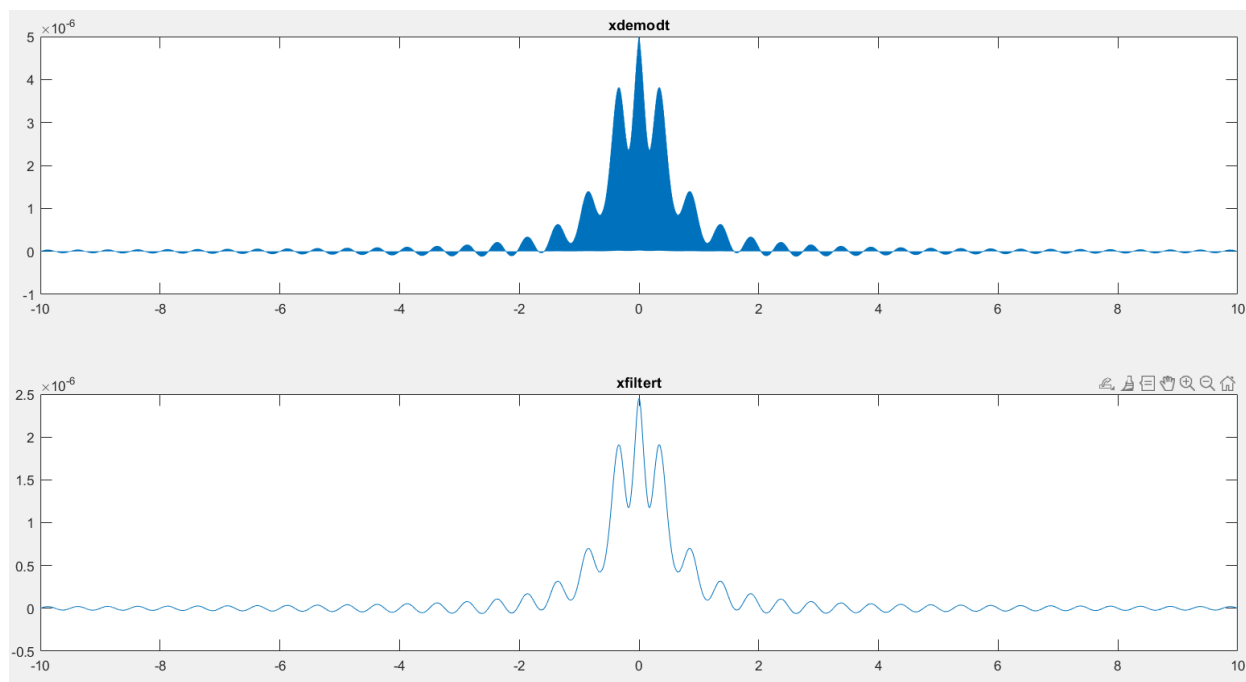


Figure 1.9 (plot demodulate signal before and after filter in time)

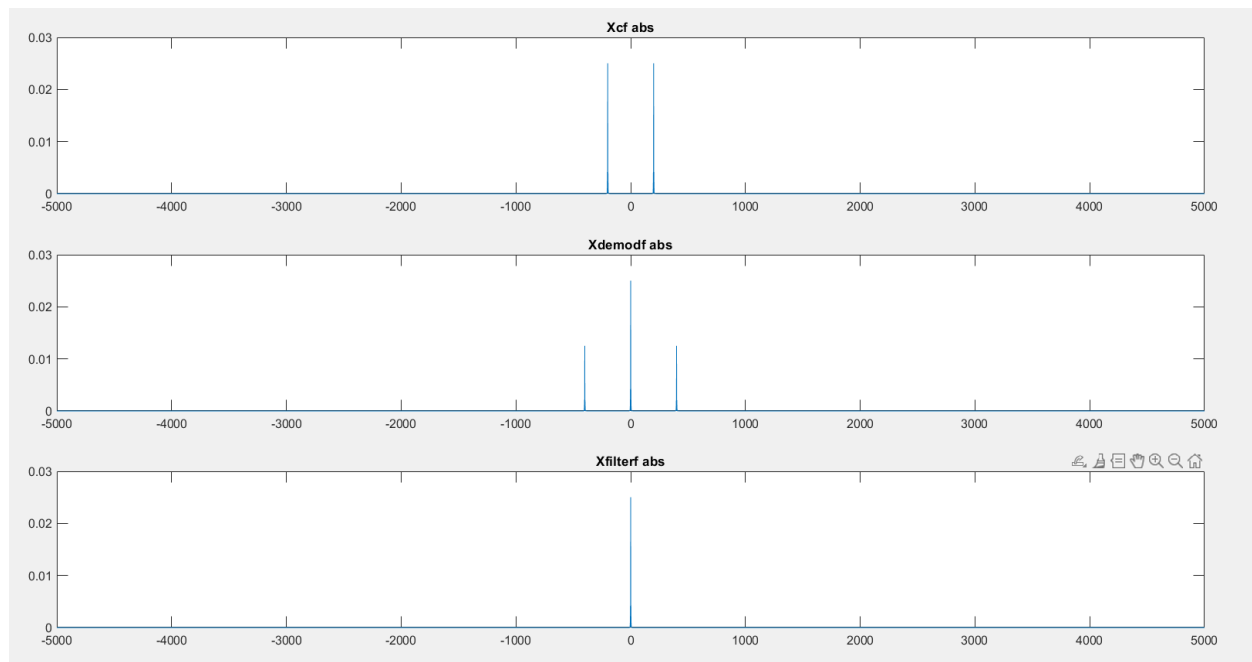


Figure 1.10 (plot signal in frequency)

سیگنال های بالا برای $fc1=200$ و $fc2=200$ رسم شده است.

نتایج را برای $fc1=200$ و $fc2=204$ رسم میکنیم و سپس به مقایسه با محاسبات دستی میپردازیم.

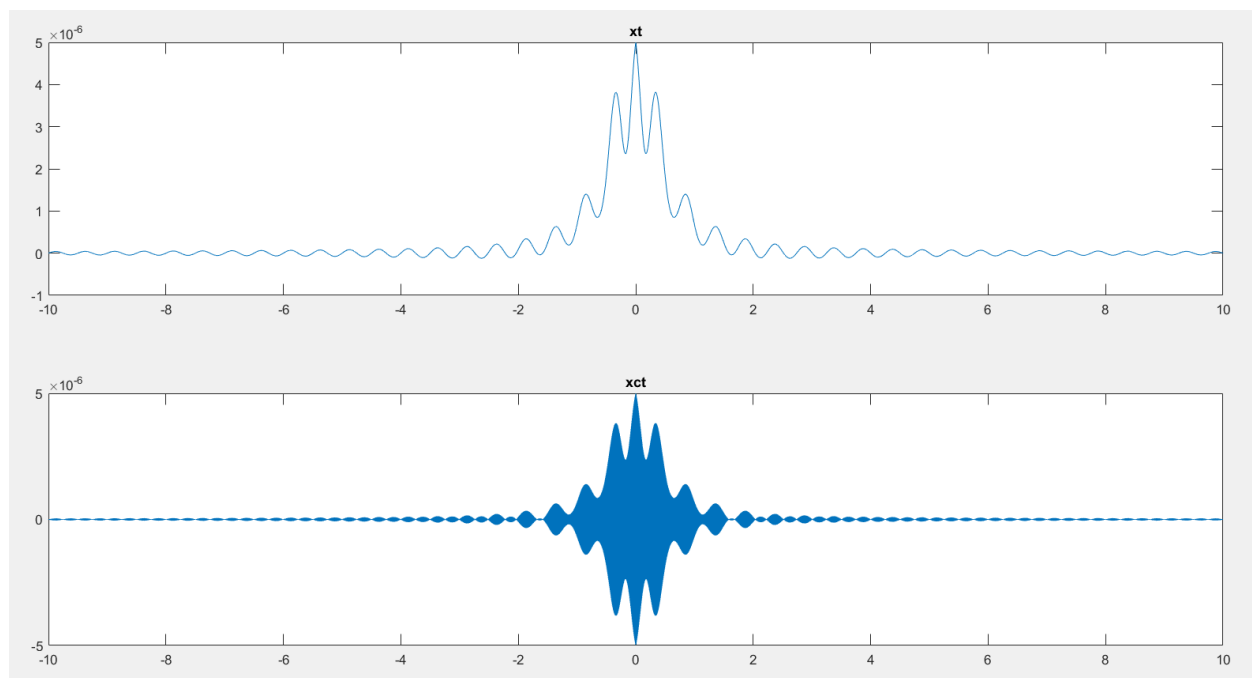


Figure 1.11 (plot message signal and modulate signal in time for new frequency carrier)

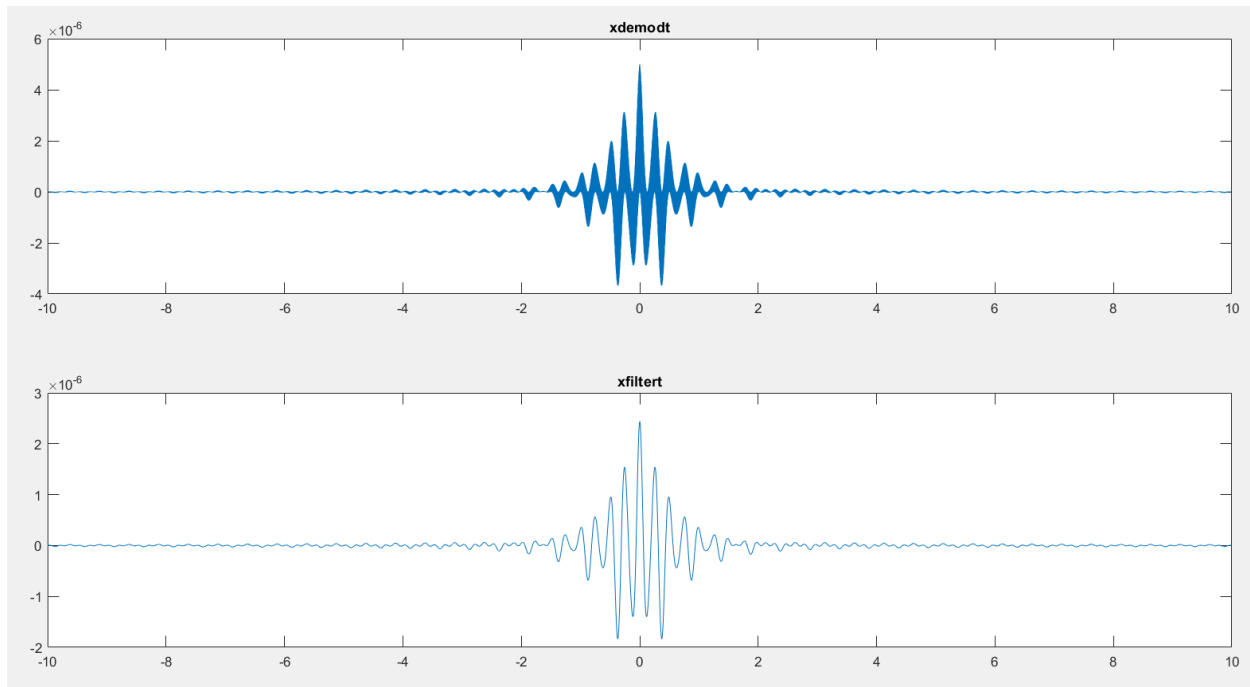


Figure 1.12 (plot demodulate signal before and after filter in time for new frequency carrier)

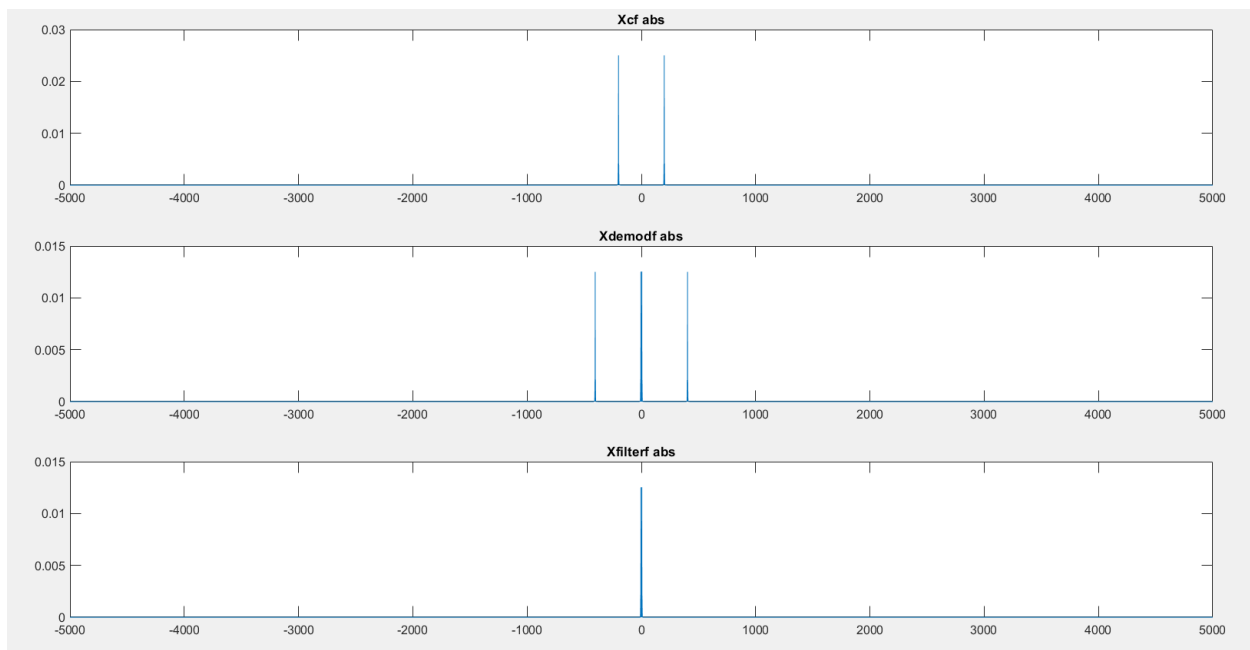


Figure 1.13 (plot signal in frequency for new frequency carrier)

برای محاسبات دستی در حوزه فرکانس بررسی میکنیم و سیگنال پیام را $X(f)$ در نظر میگیریم.

برای DSB ابتدا سیگنال را در یک کسینوس ضرب میکنیم که باعث شیفت خوردن آن به $+fc1$ و $-fc1$ میشود.

همانطور که مشخص است در figure 1.10 و figure 1.13 شکل اول سیگنال ما حول فرکانس گفته شده رسم میشود.

برای دمودله کردن سیگنال باز آن را در کسینوس ضرب کرده و مانند قبل سیگنال ها موجود حول فرکانس $+fc1$ به اندازه $+fc2$ و $-fc2$ شیفت میخورند. در figure 1.10 و figure 1.13 شکل دوم قابل مشاهده است.

$$x_c(t) = x(t) \cdot \cos(2\pi \cdot fc1 \cdot t)$$

حال فوریه آن را محاسبه میکنیم.

$$X_c(f) = X(f) * (\delta(f - fc1) + \delta(f + fc1))$$

$$X_c(f) = X(f - fc1) + X(f + fc1)$$

تا اینجا کار پلات برای هر دو حالت یکسان است. (figure 1.10 و figure 1.13 شکل اول)

حال باز سیگنال مدوله شده را در کسینوس ضرب میکنیم.

$$X_{demod}(f) = X_c(f) * (\delta(f - fc2) + \delta(f + fc2))$$

$$X_{demod}(f) = X_c(f - fc2) + X_c(f + fc2)$$

در اینجا دو حالت سیگنال داریم.

در figure 1.10 شکل دوم مشاهده میشود که دقیقاً حول صفر سیگنال رسم میشود. زیرا $fc1 = fc2$ است و به همین علت در هنگام شیفت خوردن سه ضربه در $+400$ و 0 و -400 داریم.

با گذراندن از فیلتر و با توجه به فرکانس قطع سیگنال های در بازه -10 تا 10 رد کرده و بقیه را صفر میکنند.

اما در حالت دوم به علت اینکه $fc2$ با $fc1$ برابر نیست سیگنال های شیفت خورد در فرکانس های $+404$ و $+4$ و -4 و -404 دارای ضربه است.

با رد کردن از فیلتر مانند قبلی سیگنال های بین 10 تا -10 رد میشوند.

در شکل زیر فرکانس ها را مقایسه میکنیم.

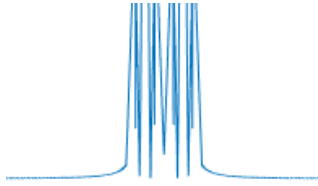


figure 1.15($fc1=200$, $fc2=204$)

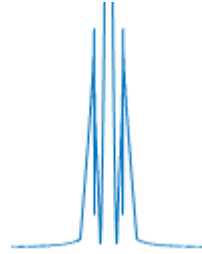


Figure 1.14 ($fc1=200$, $fc2=200$)

فرمول نهایی برای $X_{demod}(f)$ برابر است با :

$$X_{demod}(f) = X(f-fc1-fc2) + X(f-fc1+fc2) + X(f+fc1-fc2) + X(f+fc1+fc2)$$

بخش دوم (مدولاسیون زاویه (فاز و فرکانس))

قسمت الف) (مدولاسیون فاز)

۱. تابع PM را با ورودی های ذکر شده را مینویسیم.

تابع در آخر کد موجود است.

۲. تابع NBPM را با ورودی های ذکر شده مینویسیم.

در اینجا از تقریب استفاده میکنیم به طوری که فرمول PM را باز میکنیم و از تقریب زیر استفاده میکنیم.

$$PM = A_c \cos(2\pi f_c t + \phi_d x t)$$

Sine Series:

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$$

Cosine Series:

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$$

به علت آنکه شرط باند باریک $\phi(t) < 1$ است پس از سری بالا تقریب میزنیم و ترم اول را برمیداریم.

$$NBPM = A_c \cos(2\pi f_c t) - A_c \phi_d x t \sin(2\pi f_c t)$$

۳. ورودی ها را به مدار میدهیم.

نتایج مطابق زیر است:

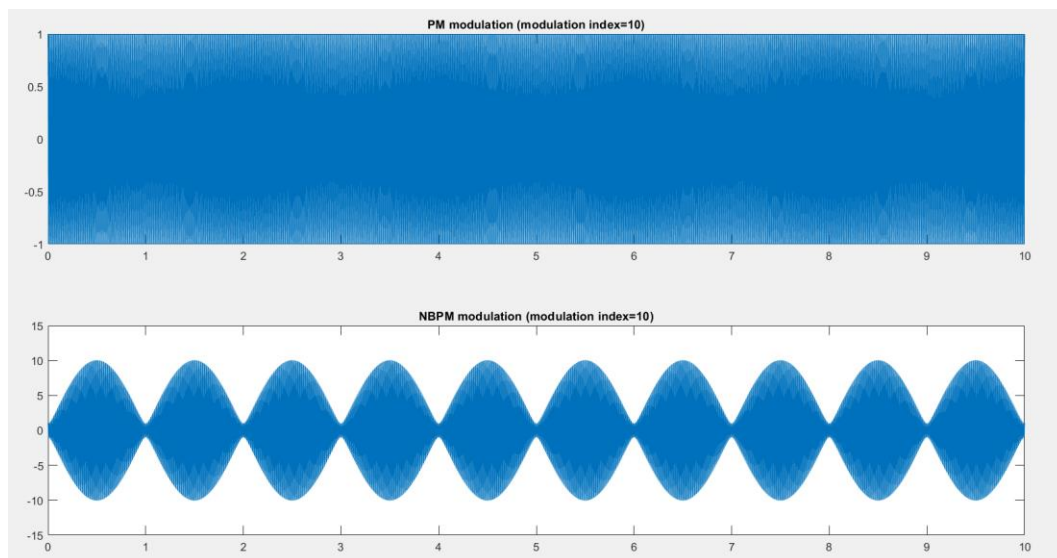


Figure 2.1 (PM and NBPM in time for $\phi_{\Delta}=10$)

۴. حال ورودی جدید که فقط اندیس مدولاسیون آن فرق میکند را به دو تابع میدهم.

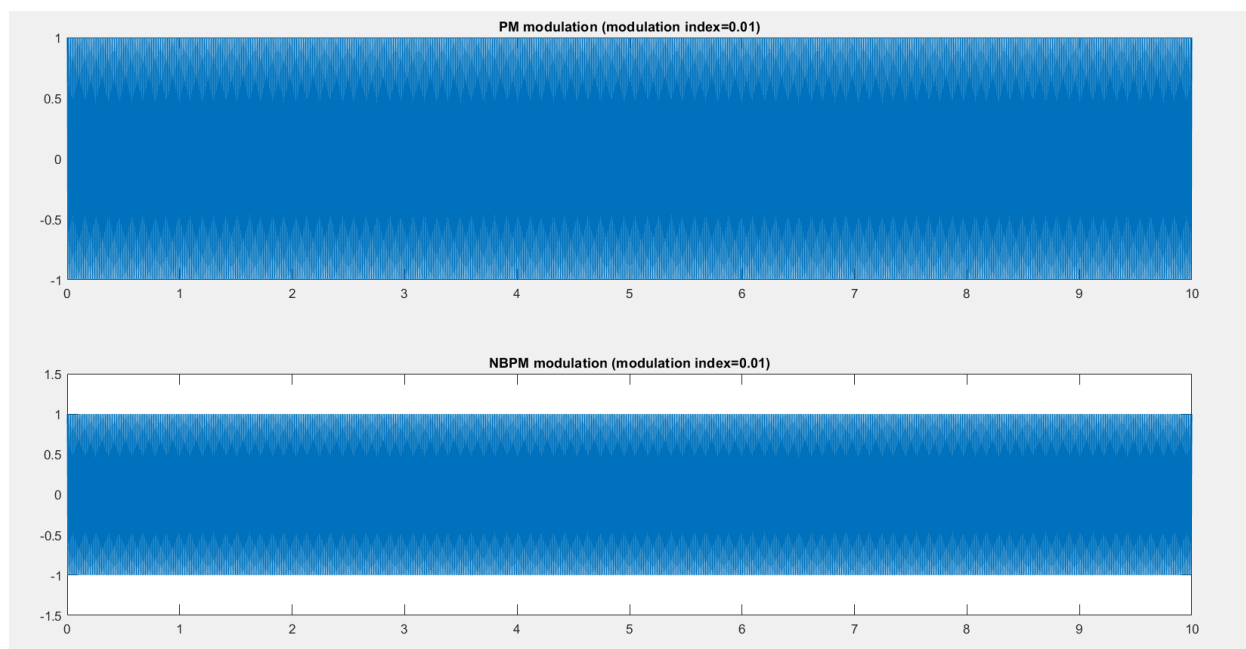


Figure 2.2 (PM and NBPM in time for $\phi_{\text{delta}}=0.01$)

مقایسه دو حالت قبل:

درصد خطای حالت دوم کمتر است زیرا در صورت $\phi(t) < 1$ ، PM همان باند باریک میشود و شرط باند باریک بودن نیز همان است اما در غیر اینصورت سیگنال ما wideband میشود که در حالت $\phi_{\text{delta}}=10$ همین حالت است.

قسمت ب) (مدولاسیون فرکانس)

۱. تابع Fm را با ورودی های خواسته شده مینویسم.

۲. تابع NbFm را نیز با ورودی های گفته شده مینویسم. و استدلال آن مانند باندباریک PM است.

فقط باید دقت کرد در FM انتگرال سیگنال ما قرار دارد و در اندیس مدولاسیون فرکانس ضرب میشود.

۳. ورودی ها را به تابع میدهم.

نتایج به شرح زیر است:

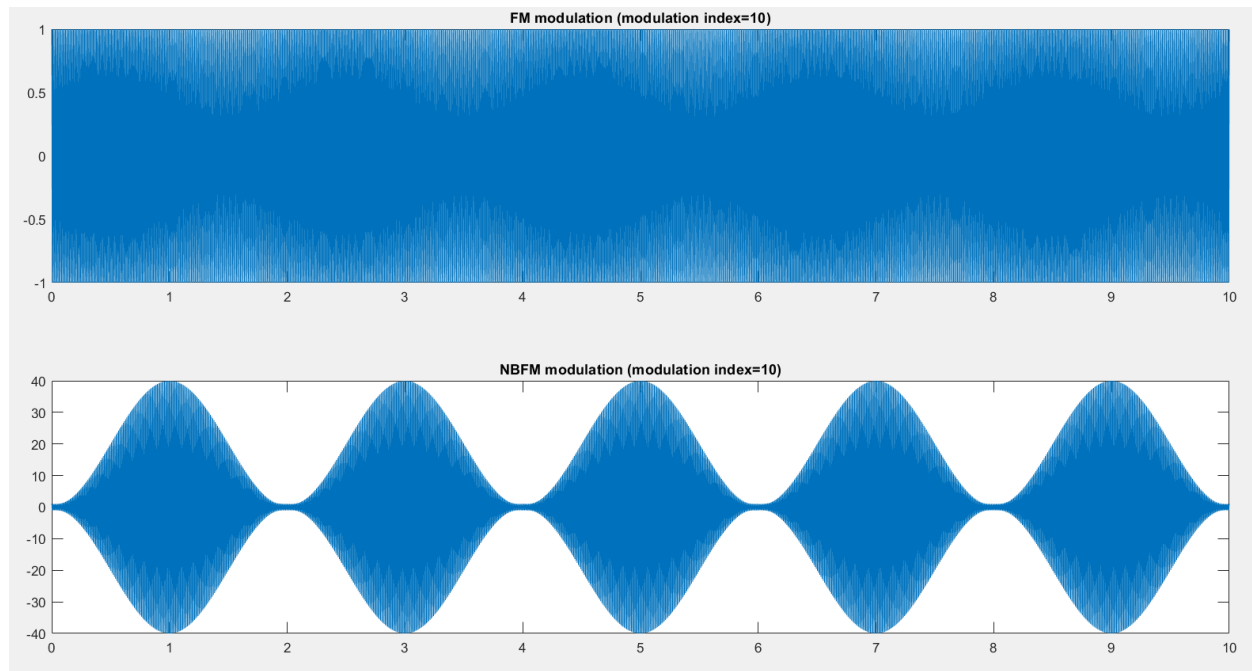


Figure 2.3 (FM and NBFM in time for fdelta=10)

errFM1

297.3367

همچنین درصد خطای آن برابر با:

۴. در اینجا نیز با fdelta جدید خروجی را رسم میکنیم.

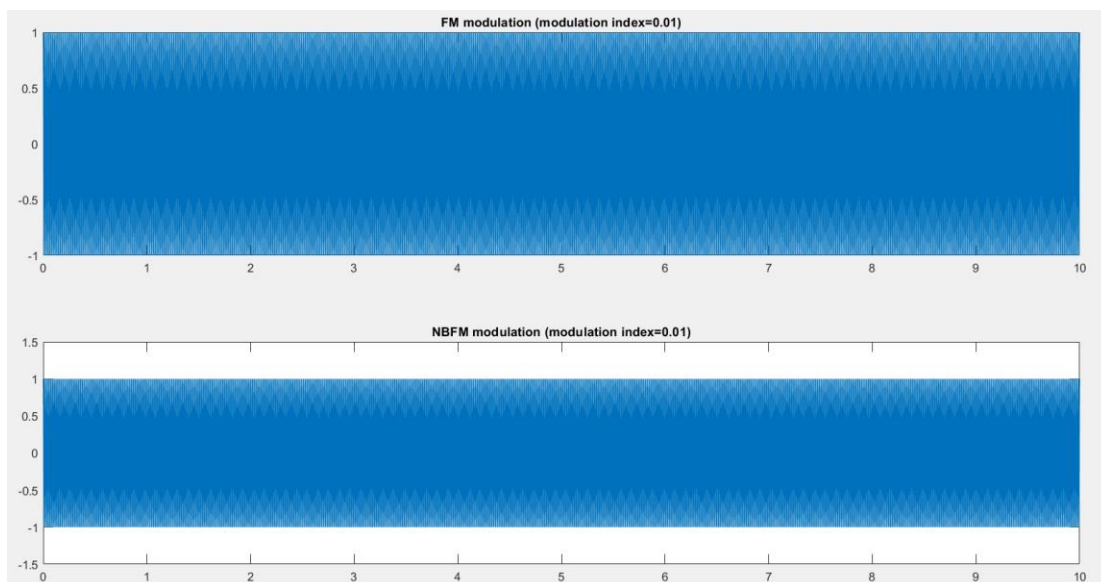


figure 2.4 (FM and NBFM in time for fdelta=0.01)

مقایسه دو حالت قبل:

شرط باندباریک در FM مانند PM است. در اینجا اگر $f(t) < 1$ باشد سیگنال ما باندباریک است. پس در حالتی که $f_{\text{delta}}=10$ است، سیگنال ما نمیتواند باندباریک باشد.

قسمت ج) (پیاده سازی دمدولاسیون با تبدیل FM به AM)

۱ و ۲. با تابعی که در قسمت قبل نوشته شد دمدولاسیون PM را انجام داده و در حوزه زمان و فرکانس رسم میکنیم.

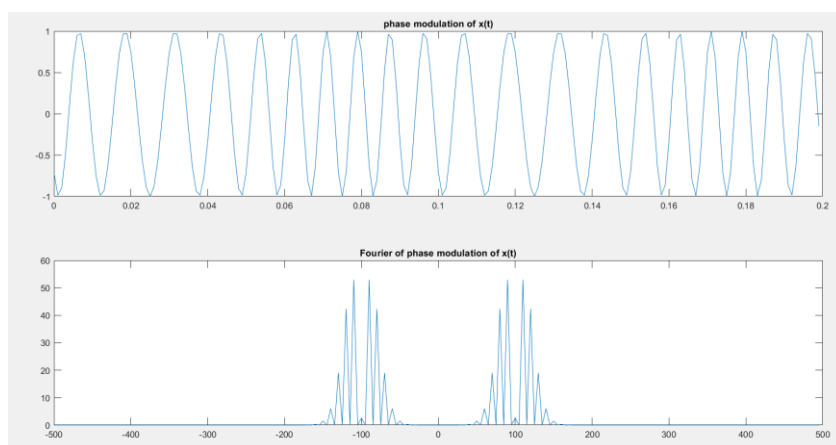


Figure 2.5 (plot PM in time and frequency)

۳ و ۴. با تابع نوشته در قسمت قبل دمدولاسیون FM را انجام میدهم و آن را رسم میکنیم.

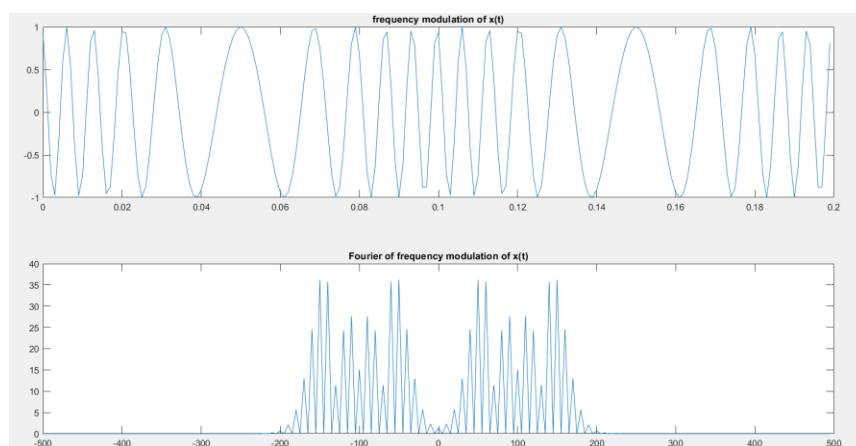


Figure 2.6 (plot FM in time and frequency)

۵. تابع را به اسم BesselBW نوشته ایم و از سینتکس besseli استفاده کردیم.

همچنین از کارلسون برای تقریب بتای های کوچک استفاده میکنیم. به همین علت با افزایش بتا، فاصله دو نمودار بیشتر شده و نشان میدهد روش کارلسون دقت کافی را ندارد. (نمودار قرمز مربوط به بسل است و نمودار آبی مربوط به کارلسون)

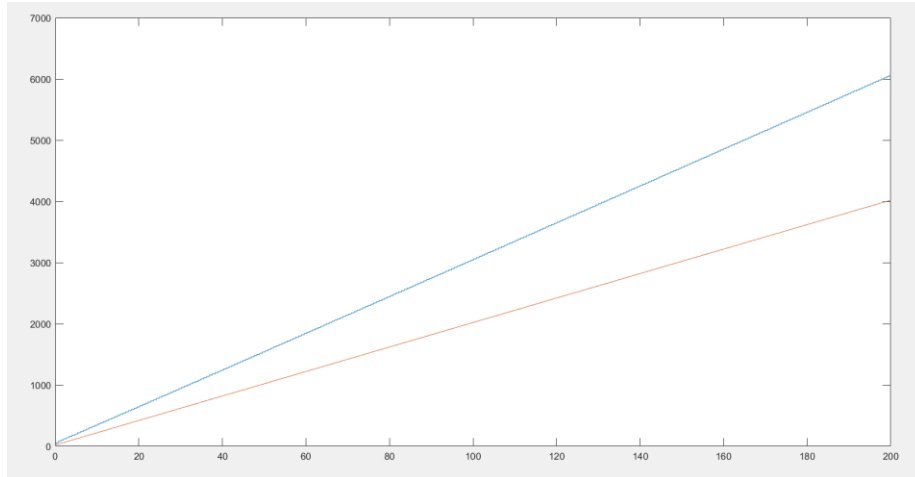


Figure 2.7 (comparing Bessel and Carlson bandwidth)

۶. ابتدا با استفاده از تابع هیلبرت نوشته شده در قسمت AM در اینجا نیز تابع هیلبرت را مانند همان با تغییراتی در ورودی مینویسیم. (ورودی در اینجا در حوزه زمان است).

۷ و ۸. مشتق سیگنال گفته شده را محاسبه کرده و به ورودی envelope detector میدهیم.

خروجی آن به شرح زیر است

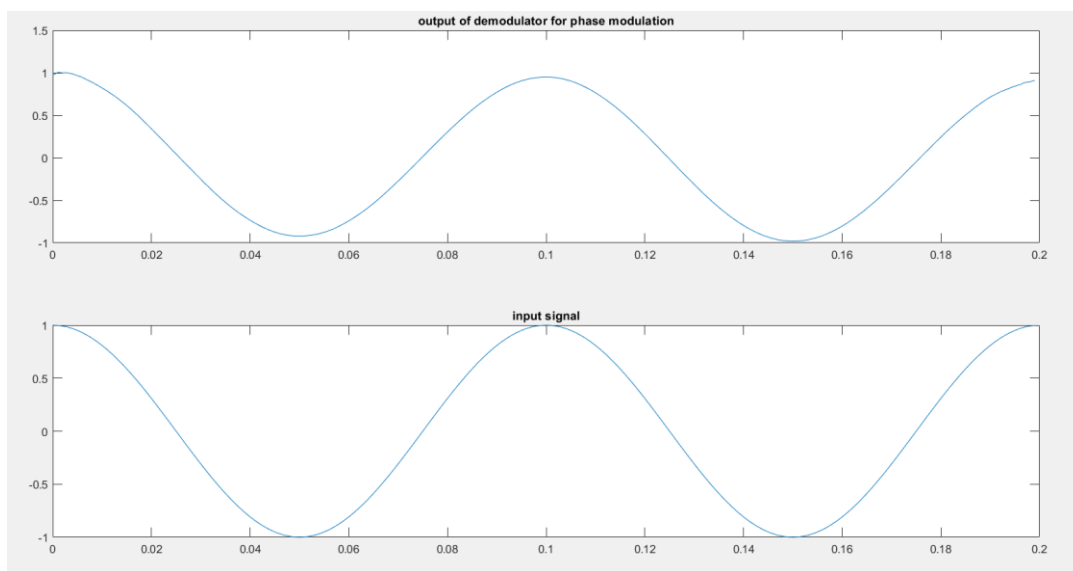


Figure 2.8 (phase modulation envelope detector)

برای دمدولاسیون فاز ابتدا از مشتق استفاده کردیم اما به دلیل آنکه مشتق ما یکی از خانه های آرایه را کم میکند یک صفر به اول $sp(t)$ اضافه میکنیم.

نتیجه مشتق را به **envelope detector** میدهیم تا **push** آن را تشخیص دهد. سپس **DC** آن را حذف میکنیم (با استفاده از میانگین) علت این کار تبدیل شدن سیگنال ما به **AM** است. حال به علت اینکه در **PM** قرار داریم و در این مدولاسیون خود سیگنال پیام وجود دارد و چون برای دمدولاسیون یکبار مشتق گرفتیم اینبار انتگرال میگیریم تا دوباره خود سیگنال را به ما بدهد. در اینجا باز از میانگین گیری مقدار **DC** ایجاد شده را حذف کرده و به علت آنکه $\phi(t)$ ضرب ضریب **phidelta** در خود سیگنال است بر یک **phidelta** نیز تقسیم میکنیم.

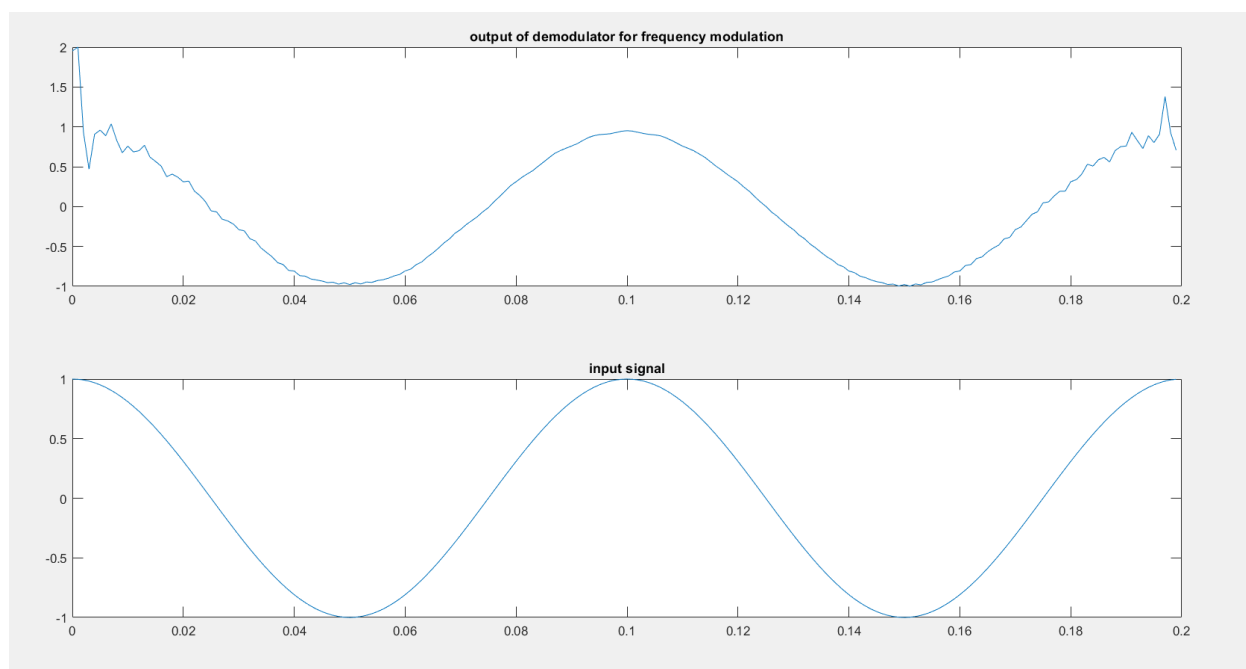


Figure 2.9 (frequency modulation envelope detector)

در اینجا نیز پس از عبور از هیلبرت پوش آن را محاسبه میکنیم.

چون در مدولاسیون **FM** انتگرال پیام وجود دارد دیگر مانند قبل از آن مشتق نمیگیریم ولی باز دارای مقدار **DC** دارد که آن را حذف میکنیم. سپس برای آنکه دامنه مشابه شود تقسیم بر ضریب میکنیم.

*نکته قابل توجه در شکل این است که خروجی دمدلاتور اعوجاج دارد. اما مشکل از کد نوشته شده نیز زیرا در هر دو حالت مدولاسیون نتیجه آشکار ساز با تابع **envelope** متلب مقایسه شده و کاملاً مطابقت دارند. (علت آن را میتوان به خاطر تابع مشتق دانست زیرا در این تابع دو خانه متوالی را از هم کم میکند و سیگنال داده شده به ورودی تابع است که در دو خانه متوالی تفاوت زیادی دارد در پاراگراف بعدی توضیح انتگرال **FM** داده شده ولی باز اگر از دستور **cumtrapz** برای انتگرال استفاده میکردیم جواب فرقی نمیکرد).

* برای آنکه از سیگنال های داده شده به خاطر گسسته بودنشان انتگرال بگیریم از `cumsum` سیگنال استفاده میکنیم و در نهایت آن را بر `fs` تقسیم میکنیم. این کار همان `cumtrapz` گفته شده در صورت پروژه است. (در مدولاسیون FM و انتهای دمدولاسیون PM)

منابع

[Mathwork.com](https://www.mathworks.com)

[Iranbmemag.com](https://iranbmemag.com)

[Matlabplus.com](https://matlabplus.com)