



الگوریتم‌های پیشرفته

استاد درس

دکتر علی معینی

دستیاران آموزشی

مهسا حفیظی

فاطمه ولی پور

معین منعمی

علیرضا صالحی

حسین عبدالهی پور

دانشکده علوم مهندسی

تمرین سری اول – الگوریتم‌های تصادفی

۱. (نظری) مسئله «برش کمینه تصادفی»^۱ را در نظر بگیرید. فرض کنید در یک گراف خاص، به جای در نظر گرفتن h برش، h برش داریم. برای سادگی فرض می‌کنیم هیچ اشتراکی بین این h مجموعه وجود ندارد. در این حالت:

الف) احتمال یافتن یک برش بهینه را بیابید.

ب) بیش‌ترین مقدار h چه عددی است؟

ج) یک مثال برای بیش‌ترین مقدار h ارائه دهید.

۲. (نظری) دنباله متناهی و یا نامتناهی شمارا از پیشامدهای A_1, A_2, \dots را در نظر بگیرید. نشان دهید:

$$p\left(\bigcup_{i \geq 1} A_i\right) \leq \sum_{i \geq 1} p(A_i)$$

۳. (نظری) فرض کنید A و B دو پیشامد دلخواه باشند.

الف) نشان دهید: $p(B - A) = p(B) - p(A \cap B)$

ب) فرض کنید $A \subseteq B$ ، نشان دهید: $p(B) \geq p(A)$

۴. (نظری) اصول موضوعه احتمال را در نظر بگیرید

$$1) \forall E \subseteq S; \quad p(E) \geq 0$$

$$2) p(S) = 1$$

$$3) p\left(\bigcup_i A_i\right) = \sum_i p(A_i) \quad \text{if } \forall i \neq j; A_i \cap A_j = \emptyset$$

فرض کنید شرط سوم، اجتماع شمارا نباشد (یعنی شرط سوم برای ناشمارا پیشامد نیز برقرار باشد). مثال نقضی ارائه دهید و توسط آن نشان دهید که شرط سوم مختص اجتماع ناشمارا نیست. (راهنمایی: می‌توانید فضای نمونه را $[0,1]$ در نظر بگیرید و سپس پیشامدهایی تعریف کنید که از اجتماع آنها، شرط دوم نقض می‌شود.)

¹ Randomized Min Cut

ملاحظات:

- بر روی تمرین‌هایی که تحویل می‌دهید نام تمامی اعضای گروه به همراه شماره دانشجویی وجود داشته باشد.
- تمامی اعضای گروه، فایل تمرین را تحویل دهند.
- ابتدای هر تمرین از عبارت (نظری/عملی) استفاده شده است که در صورت مشاهده عبارت «عملی» باید آن تمرین پیاده‌سازی شود. در صورت مشاهده «نظری» می‌توانید آن را روی کاغذ با خط خوانا بنویسید.
- سؤالات خود را در مورد این تمرین می‌توانید از طریق نشانی @Moeinwt مطرح نمایید.
- لطفاً تا زمان مشخص شده تمرین خود را در سامانه ایلرن بارگذاری نمایید.
- رونوشت از مطالب آماده موجود در اینترنت و یا استفاده از تمارین هم‌کلاسی‌ها، تقلب محسوب می‌شود.
- در صورت مشاهده تقلب، نمره تمرین برای تمامی افراد شرکت‌کننده از دست خواهد رفت.