

Exercices – Traitement des signaux

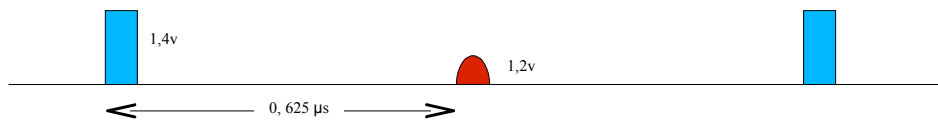
1. On donne

$$C = 100\text{pF}$$

$$Z_c = 50\text{ Ohm}$$

$$F = 1\text{ Mhz}$$

- a.) Calculer l'inductance de la ligne.
- b.) Calculer la vitesse de transmission
- c.) Calculer la constante de phase de la ligne à la fréquence du signal
- d.) Calculer la longueur de la ligne en fonction de



- e.) Calculer le facteur de reflexion
- f.) Si on place une charge de 50 Ohm au bout de la ligne (==> Ligne adaptée)
On mesure le signal à l'entrée de la ligne et a la sortie.

Calculer la constante de phase de la ligne pour un signal de 1 Mhz sachant que le déphasage est de $112,5^\circ$, soit $\alpha = 1,96\text{ rad}$

Calculer l'atténuation sachant que $V_{\text{in}} = 3\text{V}$, et que $V_{\text{out}} = 1,2\text{ V}$.

1. Reponse

$$\begin{aligned} \text{a.) } Z_c &= \sqrt{\frac{L}{C}} \\ L &= Z_c^2 \times C \end{aligned}$$

$$\text{Donc, } L = 50^2 \times 100 \times 10^{-12} = 250 \times 10^{-9} \text{ H}$$

b.) Vitesse ?

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{\sqrt{(L \times C)}} \\ V &= \frac{1}{\sqrt{(250 \cdot 10^{-9} \times 100 \cdot 10^{-12})}} = 200 \cdot 10^6 \text{ m/s} = 200\,000 \text{ Km/s} \end{aligned}$$

c.) Constante de phase

$$\begin{aligned} \beta &= 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \sqrt{L \cdot C} \\ \beta &= 31,41 \cdot 10^{-3} \text{ rad/m} \end{aligned}$$

d.) Longueur de la ligne

$$\begin{aligned} v &= 200\,000\,000 \text{ m/s} \\ 2l &= v \cdot t = 125 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\implies l = 62,5 \text{ m}$$

e.) Facteur de reflexion

$$\begin{aligned} K &= \frac{U_2}{U_1} \\ K &= \frac{1,2}{1,4} = 0,8571 \end{aligned}$$

f.) Pour β on a 2 formules

$$\beta = \frac{W}{v} \quad \text{ou} \quad \beta = \frac{\alpha}{l} \quad \text{avec } \alpha = \beta \times l_{\text{ligne}}$$

or

$$\begin{aligned} W &= 2 \times \pi \times f \\ \rightarrow \beta &= \frac{W}{v} = \frac{2 \times \pi \times f}{v} \\ \beta &= 31,41 \times 10^{-3} \text{ rad/m} \end{aligned}$$

$$\alpha = 31,41 \times 10^{-3} \times 62,5 = 1,96 \text{ rad}$$

$$\begin{aligned} V_{\text{in}} &= 3v \quad V_{\text{out}} = 1,2 \implies \\ Att &= 20 \log \frac{V_{\text{entree}}}{V_{\text{sortie}}} \\ Att &= 20 \log \frac{1,2}{3} = -7,95 \text{ db} \end{aligned}$$

2. On donne

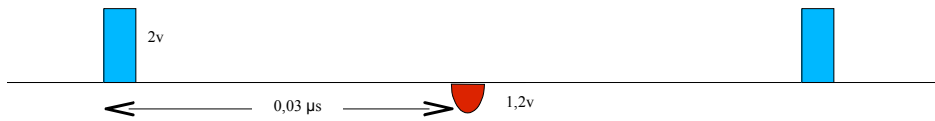
$$C = 90 \text{ pF}$$

$$Z_c = 75 \text{ Ohm}$$

$$F = 2 \text{ Mhz}$$

$$V_{in} = 2 \text{ V}$$

$$V_{out} = 1,5 \text{ V}$$



- a) Calculer l'inductance de la ligne
- b) Calculer la vitesse de transmission
- c) Calculer le déphasage par metre
- d) Calculer la longueur de la ligne
- e) Calculer le facteur de réflexion
- f) Calculer l'atténuation

a) $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad L = 75^2 \times 90 \times 10^{-12} = 5,0625 \times 10^{-7} \text{ H}$
 $L = Z_c^2 \times C$

b) Vitesse

$$V = \frac{1}{\sqrt{L \times C}}$$

$$V = \frac{1}{\sqrt{(5,0625 \cdot 10^{-7} \times 90 \cdot 10^{-12})}} = 148 \cdot 10^6 \text{ m/s} = 148\,000 \text{ Km/s}$$

c) Constante de phase

$$\beta = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \sqrt{L \cdot C}$$

$$\beta = 8,49 \cdot 10^{-2} \text{ rad/m}$$

d) Longueur de la ligne

$$t = 0,03 \text{ } \mu\text{s} = 0,000\,000\,03$$

$$v = 200\,000\,000 \text{ m/s}$$

$$2l = v \cdot T = 4,44 \text{ m}$$

$$\Rightarrow l = 2,22 \text{ m}$$

e) $K = -1$ (théorie quand court circuit)

$$K = \frac{V_{\text{entree}}}{V_{\text{out}}} = \frac{-1,5}{2} = -0,75$$

f) Attenuation

$$Att = 20 \log \frac{V_{\text{entree}}}{V_{\text{sortie}}}$$

$$Att = 20 \log \frac{1,5}{2} = -2,49 \text{ db}$$

Calculer le nombre de modes dans une fibre optique

1. $a = 10 \text{ } \mu\text{m}$ (diametre du coeur)
 $\lambda_0 = 0,9 \text{ } \mu\text{m}$ (fréquence)
 $n_1 = 1,5$ (indice du coeur)
 $n_2 = 1,48$ (indice de l'enveloppe)

2. $a = 10 \text{ } \mu\text{m}$ (diametre du coeur)
 $\lambda_0 = 0,9 \text{ } \mu\text{m}$ (fréquence)
 $n_1 = 1,5$ (indice du coeur)
 $n_2 = 1,40$ (indice de l'enveloppe)

3. $a = 15 \text{ } \mu\text{m}$ (diametre du coeur)
 $\lambda_0 = 0,9 \text{ } \mu\text{m}$ (fréquence)
 $n_1 = 1,5$ (indice du coeur)
 $n_2 = 1,48$ (indice de l'enveloppe)

$$1. \cos \theta_{\max} = n_2 / n_1 \\ \Rightarrow \theta_{\max} = \arccos(n_2 / n_1) = \arccos(1,48 / 1,5) = 9,36^\circ$$

N_1 = nombre de modes pour m paire

$$N_1 = 1 + \frac{a \times n_1 \times \sin \theta_{\max}}{\lambda_0}$$

$$\Rightarrow N_1 = 3,7 \Rightarrow N_1 = 3 \text{ car on prends le plus petit entier.}$$

N_2 = nombre de modes pour m impaires

$$N_2 = \frac{1}{2} + \frac{a \times n_1 \times \sin \theta_{\max}}{\lambda_0}$$

$$\Rightarrow N_2 = 3,2 \Rightarrow N_2 = 3$$

$$N_{\text{tot}} = 6$$



$$2. \cos \theta_{\max} = n_2 / n_1 \\ \Rightarrow \theta_{\max} = \arccos(n_2 / n_1) = \arccos(1,40 / 1,5) = 21^\circ$$

N_1 = nombre de modes pour m paire

$$N_1 = 1 + \frac{a \times n_1 \times \sin \theta_{\max}}{\lambda_0}$$

$$\Rightarrow N_1 = 6,97 \Rightarrow N_1 = 6 \text{ car on prends le plus petit entier.}$$

N_2 = nombre de modes pour m impaires

$$N_2 = \frac{1}{2} + \frac{a \times n_1 \times \sin \theta_{\max}}{\lambda_0}$$

$$\Rightarrow N_2 = 6,47 \Rightarrow N_2 = 6$$

$$N_{\text{tot}} = 12$$

Conclusion : plus l'angle d'ouverture est grand, plus le nombre de mode est grand.
Plus le rapport n_2/n_1 est petit, plus le nombre de mode est grand

$$3. \cos \theta_{\max} = n_2 / n_1 \\ \Rightarrow \theta_{\max} = \arccos(n_2 / n_1) = \arccos(1,48 / 1,5) = 9,36^\circ$$

N_1 = nombre de modes pour m paire

$$N_1 = 1 + \frac{a \times n_1 \times \sin \theta_{\max}}{\lambda_0}$$

$$\Rightarrow N_1 = 5,06 \Rightarrow N_1 = 5 \text{ car on prends le plus petit entier.}$$

N_2 = nombre de modes pour m impaires

$$N_2 = \frac{1}{2} + \frac{a \times n_1 \times \sin \theta_{\max}}{\lambda_0}$$

$$\Rightarrow N_2 = 4,56 \Rightarrow N_2 = 4$$

$$N_{\text{tot}} = 9$$

Conclusion : plus le coeur est grand, plus le nombre de mode est important

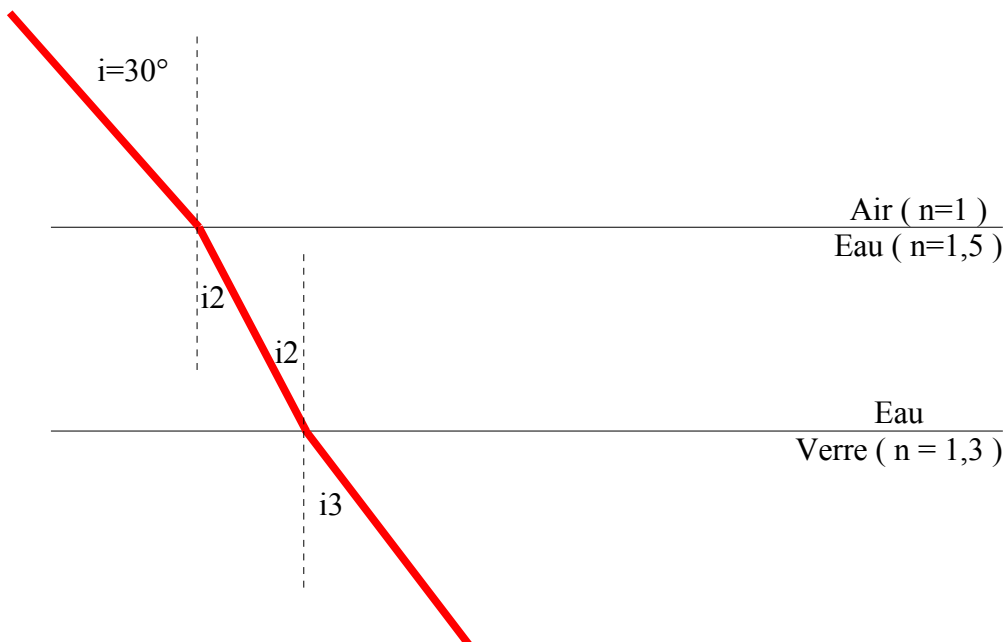
Calculer la longueur d'une antenne pour qu'elle puisse recevoir ou émettre la fréquence de 102,2 MHz

Théorique : $1/2$
 Mirroir : $1/4$
 Pratique : $5/8$

1. Longueur d'une antenne théorique
2. avec effet miroir
3. Pratique
4. Pratique avec miroir

1. $\lambda = \frac{300\,000\,000}{102,2 \times 10^6} = 2,9 \text{ m}$
 Longueur de l'antenne = $2,9 / 2 = 1,49 \text{ m}$
2. $L = \lambda / 4 = 0,72 \text{ m}$
3. $L = 5 \lambda / 8 = 0,8 \text{ m}$
4. $L = 5 \lambda / 16 = 0,4 \text{ m}$

Calculer l'angle de sortie



$$\frac{\sin I}{\sin R} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$i_2 = \arcsin\left(\sin \frac{30}{1,5}\right) = 19,4^\circ$$

$$i_2 = \arcsin\left(\sin i_2 \cdot \frac{1,3}{1,5}\right) = \arcsin(\sin 19,4 \cdot 0,86) = 22,6^\circ$$

