Варіант 26

1. Дослідити на збіжність

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n+1)}$$

$$n \geq 1 \Rightarrow rac{1}{\ln(n+1)} > 0$$

За ознакою Лейбніца:

$$\lim_{n o\infty}rac{1}{\ln(n+1)}=rac{1}{\infty}=0$$

$$rac{1}{\ln(n+2)} < rac{1}{\ln(n+1)} o a_{n+1} < a_n$$

Отже ряд є збіжним

2. Знайдіть область збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty}rac{(x-5)^{n-1}}{2n imes 3^n}$$

$$a_n = rac{(x-5)^{n-1}}{2n imes 3^n} \quad a_{n+1} = rac{(x-5)^n}{2(n+1) imes 3^{n+1}}$$

$$\left|\lim_{n o\infty}\left|rac{a_{n+1}}{a_n}
ight|=\lim_{n o\infty}\left|rac{(x-5)^n}{2(n+1) imes 3^{n+1}} imesrac{2n imes 3^n}{(x-5)^{n-1}}
ight|=\lim_{n o\infty}\left|rac{(x-5)n}{(n+1)3}
ight|=\left|rac{x-5}{3}
ight|$$

$$\left| rac{x-5}{3}
ight| < 1 \Rightarrow |x-5| < 3
ightarrow 2 < x < 8$$

$$x=2:\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2-5)^{n-1}}{2n\times 3^n}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}\times 3^{n-1}}{2n\times 3^n}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n\times 3}=\frac{1}{6}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n}$$

$$x=8:\sum_{n=1}^{\infty}rac{(8-5)^{n-1}}{2n imes 3^n}=\sum_{n=1}^{\infty}rac{3^{n-1}}{2n imes 3^n}=rac{1}{6}\sum_{n=1}^{\infty}rac{1}{n}$$

Оскільки при x=2 ряд збіжний (за ознакою Лейбніца), а при x=8 розбіжний, область збіжності =[2,8)

3. Обчисліть з точністю

$$\int_0^{0,1} rac{\sin x}{x} dx \quad e = 10^{-4}$$

$$\sin x = x - rac{x^3}{3!} + rac{x^5}{5!} - rac{x^7}{7!} + ... = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n rac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$rac{\sin x}{x} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n rac{x^{2n+1}}{(2n+1)!x} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n rac{x^{2n}}{(2n+1)!}$$

$$n = 0: rac{a^1}{1 imes 1!} pprox 10^{-1}$$

$$n=1:-rac{a^3}{3 imes 3!}=-rac{10^{-3}}{18}pprox -5,5556 imes 10^{-5}$$

$$n=2:rac{a^5}{5 imes 5!}=rac{10^{-5}}{600}pprox 1,6667 imes 10^{-8}$$

$$0, 1 - 5,5556 \times 10^{-5} + 1,6667 \times 10^{-8} \approx 0,09994$$

$$\int_0^{0,1} rac{\sin x}{x} dx = 0,09994$$