

## 1.1. Principiile Măsurărilor Electronice

## 2. Punți de măsurare

### 2.1. Punți C.C.

#### 2.1.1. Puntea Wheatstone echilibrată

#### 2.1.2. Puntea Wheatstone neechilibrată

### 2.2. Punți C.A.

Punțile C.A. sunt acele circuite folosite pentru a măsura **impedanța Z** necunoscută, care este exprimată în termeni de **rezistență R**, **capacitate C** și **inductanță L**. Condiția de echilibru este:

$$\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3$$

Având în vedere faptul că impedanța  $\underline{Z}$  este  $\underline{Z} = |\underline{Z}| \cdot e^{j\varphi}$  (amplitudinea impedanței  $|\underline{Z}|$  este de regulă marcată cu  $Z$ ), condiția de echilibru a circuitului de punte C.A. poate fi scrisă astfel:

$$\varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3$$

$$|\underline{Z}_1| \cdot |\underline{Z}_4| = |\underline{Z}_2| \cdot |\underline{Z}_3|$$

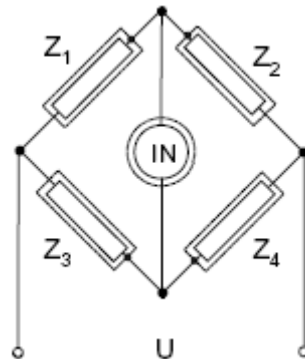


Fig.2.6 Puntea C.A.

Astfel, pentru a obține echilibrul în circuitul de punte C.A., două condiții trebuie îndeplinite: de amplitudine și de fază. Acest lucru înseamnă că, pentru a echilibra puntea, două elemente de ajustare independente sunt necesare. Procesul de echilibrare este așadar mai complicat decât în circuitul de punte C.C..

Procedura cunoscută ca *echilibrarea punții* se bazează pe selecția adecvată a valorilor de referință ale punții astfel încât tensiunea diferențială să fie redusă până la zero (se referă la semnalul de ieșire al indicatorului de echilibru, **IN** în Figura 2.6). Puntea poate fi echilibrată prin ajustarea a doi sau mai mulți parametri. De regulă pot fi de la 6 la 8 parametri de ajustat! Condiția de echilibru a punții  $v_0 = 0$  conduce la următoarea relație între impedanțele ramurilor punții; una dintre ele (să zicem  $Z_1$ ) este impedanța măsurată:

$$\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 \rightarrow (R_1 + jX_1)(R_4 + jX_4) = (R_2 + jX_2)(R_3 + jX_3)$$

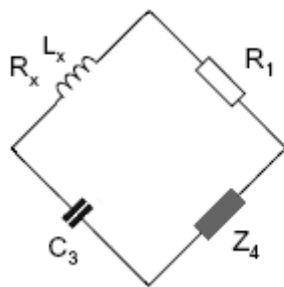
unde  $X$  este reactanța. Aceasta poate fi de două tipuri: capacitivă ( $X_C$ ) și inductivă ( $X_L$ ).

Punând ecuația de mai sus într-o formă complexă și folosind expresii pentru impedanțele fiecărei ramuri, se obțin două ecuații algebrice prin compararea componentelor reale și imaginare. Acestea sunt utilizate pentru a determina valorile elementelor de circuit echivalente ale impedanței măsurate. În cel mai simplu caz, ele sunt elemente  $L$  și  $R$  conectate în serie. Circuitele echivalente mai complicate au nevoie de mai multe ecuații pentru determinarea parametrilor de circuit echivalent. Ecuațiile suplimentare pot fi obținute din măsurări efectuate la diferite frecvențe.

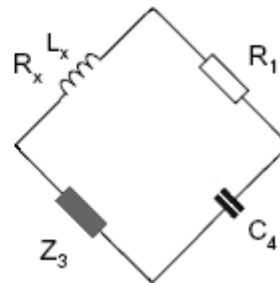


#### Discuție & Observații

Considerând schemele echivalente în serie sau paralel, pot rezulta mai multe punți dintre care doar câteva pot fi folosite pentru măsurări practice.



a)



b)

Punte C.A.: a) echilibrarea este imposibilă b) echilibrarea este posibilă

De ce se întâmplă acest lucru? Răspuns: Pentru că nu orice punte poate fi echilibrată! Punțile care pot fi echilibrate sunt **convergente**. Pentru ca o punte să fie convergentă, ea trebuie să respecte următoarea regulă, a constantei de timp:

$$\tau = RC = L \cdot \frac{1}{R}$$

În Figura **a**, dacă se presupune că  $Z_4$  este pur rezistivă, atunci  $Z_4 = R_4$ , astfel că:

$$L_x \cdot R_4 = R_1 \cdot \frac{1}{C_3}$$

În Figura **b**, dacă se presupune că  $Z_3$  este pur rezistivă, atunci  $Z_3 = R_3$ , astfel că:

$$L_x \cdot \frac{1}{C_4} = R_1 \cdot R_3$$

După cum se poate observa, doar Figura **b** se supune regulii constantei de timp. Convergența maximă se obține în punți unde  $R_x$  și  $X_x$  pot fi echilibrate în mod independent. Pentru unele rețele de punte, condițiile de echilibru nu depind de de frecvența sursei de alimentare C.A.

Există o multitudine de metode bazate pe punți pentru măsurarea inductanțelor. Un număr foarte mare de circuite de punte C.A. au fost concepute și dezvoltate: *Maxwell, Wien, Schering, Hay, Owen, Anderson, de Sauty*, etc. Mai mult, toate aceste punți există în diferite combinații și cu diferite modificări. Cele mai vechi și cunoscute sunt puntea Wien și circuitele de punte Maxwell.

### 2.2.1. Punți de inductanță

Pentru a măsura inductanța, sunt folosite configurațiile de punte Maxwell-Wien și Hay. Puntea Maxwell-Wien este utilizată pentru măsurarea inductanței echivalente în serie iar puntea Hay pentru măsurarea inductanței echivalente în paralel.

Puntea Maxwell-Wien poate măsura inductanța necunoscută în termeni de rezistență și capacitate deja calibrate. Deoarece defazajele din inductoare și condensatori sunt exact opuse, o impedanță capacitivă poate echilibra o impedanță inductivă în cazul în care acestea se află pe brațele opuse ale unui punți, așa cum sunt aici.

Puntea **MAXWELL-WIEN** este utilizată pentru măsurarea parametrilor unui solenoid ( $L$ ,  $R$ ,  $Q$ ). Se bazează pe **schema echivalentă în serie**. Condițiile regimului de echilibru a punții Maxwell-Wien (denumită uneori și *puntea Maxwell*) sunt următoarele:

$$L_x = R_2 R_3 C_4 \qquad R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$

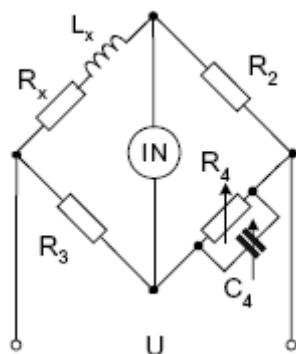


Fig.2.7 Puntea Maxwell-Wien

Factorul de calitate este:

$$Q = \frac{\omega \cdot L_x}{R_x} = \omega R_4 C_4$$

Pentru configurația serie (pentru puntea Maxwell-Wien),  $Q < 5$



#### Explicație

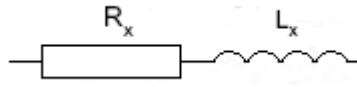
Echilibrul este atins în punte dacă:

$$\underline{Z}_x \cdot \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3$$

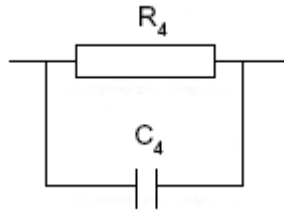
Se știe că  $\underline{Z}_2 = R_2$  iar  $\underline{Z}_3 = R_3$

În circuitul serie:

$$\underline{Z}_x = R_x + j\omega L_x$$



În circuitul paralel: 
$$\underline{Z}_4 = \frac{1}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{j\omega C_4}} = \frac{R_4}{1 + j\omega R_4 C_4}$$



Introducând formulele pentru  $\underline{Z}_x$ ,  $\underline{Z}_4$ ,  $\underline{Z}_2$  și  $\underline{Z}_3$  în regimul de echilibru, se va obține:

$$(R_x + j\omega L_x) \frac{R_4}{(1 + j\omega R_4 C_4)} = R_2 R_3$$

Prin urmare,

$$R_4 R_x + j\omega R_4 L_x = R_2 R_3 + j\omega R_4 C_4 R_2 R_3$$

Când se separă partea reală de partea imaginară, rezultă că:

$$R_4 R_x = R_2 R_3$$

$$L_x = C_4 R_2 R_3$$

De asemenea, defazajul pozitiv al inductanței ar putea fi compensat de defazajul negativ al capacității din brațul opus:  $\phi_L - \phi_C = 0$  ( $\phi_{R2} = \phi_{R3} = 0$ )

Puntea **HAY** poate de asemenea măsura parametrii unui solenoid (L, R, Q), dar se bazează pe **schema echivalentă în paralel**. Condițiile regimului de echilibru pentru puntea Hay sunt similare cu cele pentru puntea Maxwell-Wien:

$$L_x = R_2 R_3 C_4$$

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$

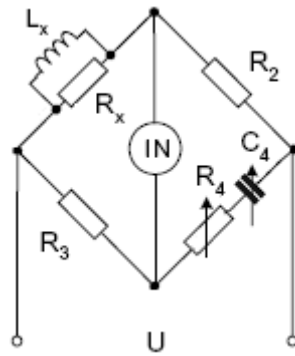


Fig.2.8 Puntea Hay

Factorul de calitate este:

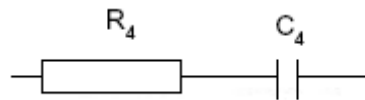
$$Q = \frac{\omega \cdot L_x}{R_x} = \omega R_4 C_4$$

Pentru configurația paralelă (pentru puntea Hay),  $Q > 5$



**Explicație**

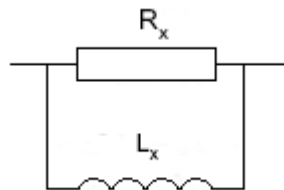
În circuitul serie:



$$\underline{Z}_4 = R_4 + \frac{1}{j\omega C_4}$$

În circuitul paralel:

$$\underline{Z}_x = \frac{1}{\frac{1}{R_x} + \frac{1}{j\omega L_x}} = \frac{j\omega L_x R_x}{R_x + j\omega L_x R_x}$$



Introducând formulele pentru  $\underline{Z}_x$ ,  $\underline{Z}_4$ ,  $\underline{Z}_2$  and  $\underline{Z}_3$  în regimul de echilibru, se va obține:

$$\frac{j\omega L_x R_x}{R_x + j\omega L_x R_x} \frac{1 + j\omega C_4 R_4}{j\omega C_4} = R_2 R_3$$

Prin urmare,

$$C_4 R_2 R_3 R_x + j\omega C_4 L_x R_x R_2 R_3 = L_x R_x + j\omega L_x R_x C_4 R_4$$

Când se separă partea reală de partea imaginară, rezultă că:

$$R_4 R_x = R_2 R_3$$

$$L_x = C_4 R_2 R_3$$



### Exerciții

1. Pentru o punte Maxwell-Wien se cunosc următorii parametri:

$$R_1 = 1000 \, \Omega$$

$$R_2 = 500 \, \Omega$$

$$R_4 = 700 \, \Omega$$

$$C_4 = 3 \, \mu\text{F}$$

$$f = 60 \, \text{Hz}$$

Determinați impedanța necunoscută în serie  $Z_x$  și factorul de calitate  $Q$ . În funcție de valoarea lui  $Q$ , stabiliți dacă aceasta este o configurație în serie sau în paralel.

2. Pentru o punte Hay se cunosc următorii parametri:

$$R_1 = 1000 \, \Omega$$

$$R_2 = 1500 \, \Omega$$

$$R_4 = 1200 \, \Omega$$

$$C_4 = 0.4 \, \mu\text{F}$$

$$f = 40 \, \text{Hz}$$

Determinați impedanța necunoscută în paralel  $Z_x$  și factorul de calitate  $Q$ . În funcție de valoarea lui  $Q$ , stabiliți dacă aceasta este o configurație în serie sau în paralel.

## 2.2.2. Punți de capacitate

Pentru măsurarea capacității, există două tipuri de punți de capacitate și una dintre ele este aleasă pentru măsurarea capacității echivalente în serie iar cealaltă pentru măsurarea capacității echivalente în paralel. Acestea sunt *punți de capacitate în serie și în paralel*.

Puntea **WIEN** SERIE măsoară parametrii unui condensator ( $C_x$ ,  $R_x$ ,  $\tan \delta$ ). Se bazează pe **schema echivalentă în serie**. Condițiile regimului de echilibru pentru puntea Wien serie sunt următoarele:

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_3$$

$$C_x = \frac{R_2}{R_1} C_3$$

Unghiul de pierderi  $\delta$  se calculează astfel:

$$\tan \delta = \frac{1}{\omega \cdot R_x \cdot C_x}$$

Factorul de disipație  $D$  este similar cu factorul de calitate  $Q$ . Deoarece  $Q = (\tan \delta)^{-1}$ , rezultă că:

$$D = \omega \cdot R_x \cdot C_x$$

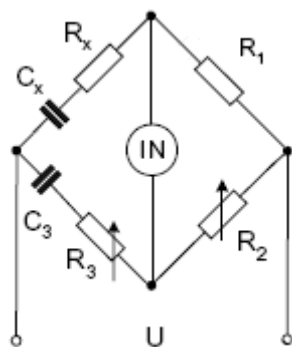


Fig.2.9 Puntea Wien serie

Dacă factorul de disipație ( $D$ ) al unui condensator testat este suficient de mic (de exemplu, mai mic de 0.03), diferența dintre valorile capacității, în funcție de selecția circuitului echivalent, este mică, dar poate deveni semnificativă dacă  $D$  crește. Prin urmare, selecția circuitului de punte, bazată pe analiza structurii dispozitivului, devine importantă pentru măsurări cu condensatori cu pierderi mari.



#### Explicații

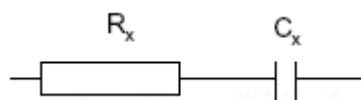
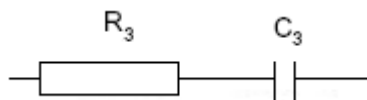
Echilibrul este dobândit în punte dacă:

$$\underline{Z}_x \cdot \underline{Z}_2 = \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3$$

În circuitele serie:

$$\underline{Z}_3 = R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}$$

$$\underline{Z}_x = R_x + \frac{1}{j\omega C_x}$$



Introducând formulele pentru  $\underline{Z}_x$ ,  $\underline{Z}_2$ ,  $\underline{Z}_1$  and  $\underline{Z}_3$  în regimul de echilibru, se va obține:

$$\left( R_x + \frac{1}{j\omega C_x} \right) R_2 = \left( R_3 + \frac{1}{j\omega C_3} \right) R_1$$

Prin urmare,

$$j\omega R_2 R_x C_3 C_x + R_2 C_3 = R_1 C_x + j\omega R_3 R_1 C_3 C_x$$

Când se separă partea reală de partea imaginară, rezultă că:

$$R_2 R_x = R_1 R_3$$

$$C_x R_1 = C_3 R_2$$

Puntea **WIEN PARALELĂ** măsoară parametrii unui condensator ( $C_x$ ,  $R_x$ ,  $\tan \delta$ ). Se bazează pe **schema echivalentă în paralel**. Condițiile regimului de echilibru pentru puntea Wien serie sunt următoarele:

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_3$$

$$C_x = \frac{R_2}{R_1} C_3$$

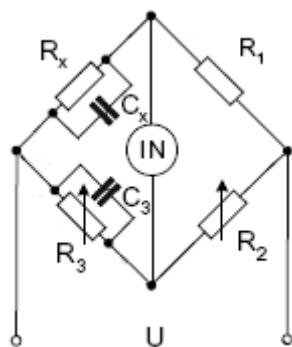


Fig.2.10 Puntea Wien paralelă

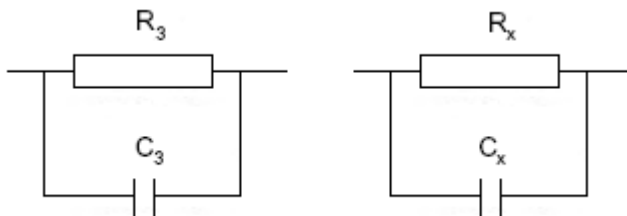
Pentru puntea cu rezistență în paralel, aceleași condiții sunt formulate pentru  $C_x$  și  $R_x$ , dar factorul de disipație este:

$$D = \frac{1}{\omega \cdot R_x \cdot C_x}$$



**Explicații**

În circuitele paralele:



$$\underline{Z}_3 = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + j\omega C_3} = \frac{R_3}{1 + j\omega C_3 R_3}$$

$$\underline{Z}_x = \frac{1}{\frac{1}{R_x} + j\omega C_x} = \frac{R_x}{1 + j\omega C_x R_x}$$

Introducând formulele pentru  $\underline{Z}_x$ ,  $\underline{Z}_2$ ,  $\underline{Z}_1$  and  $\underline{Z}_3$  în regimul de echilibru, se va obține:

$$\left( \frac{R_x}{1 + j\omega C_x R_x} \right) R_2 = \left( \frac{R_3}{1 + j\omega C_3 R_3} \right) R_1$$

Prin urmare,

$$j\omega R_2 R_x C_3 R_3 + R_2 R_x = R_1 R_3 + j\omega R_3 R_1 R_x C_x$$

Când se separă partea reală de partea imaginară, rezultă că:

$$R_2 R_x = R_1 R_3$$

$$C_x R_1 = C_3 R_2$$





## Discuție

Până acum s-au discutat termeni cum ar fi factorul de calitate, factorul de disipație și unghiul de pierderi. Toți aceștia pot fi exprimați în funcție de tangenta unghiului de pierderi ( $\tan \delta$ ). Punctul de plecare pentru calcularea lui  $\tan \delta$  este reprezentat de formulele și diagramele fazoriale pentru reactanță.

Un inductor (de exemplu: bobina, solenoidul) dezvoltă o impedanță:  $Z = R + j \omega L$  care depinde atât de rezistență  $R$  cât și de inductanță  $L$ .



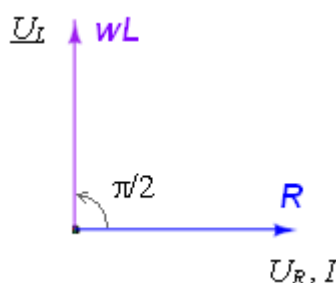
După cum a fost explicat înainte, reactanța inductivă  $X_L$  depinde atât de inductanță  $L$  cât și de frecvență  $\omega$  și are următoarea formulă:

$$X_L = \omega L$$

Prin urmare,  $Z = R + j X_L$

Inductorul introduce un defazaj de  $+90^\circ$  ( $+\pi/2$ ). Se demonstrează rapid folosind relația lui Euler că:  $e^{j\pi/2} = j$ .

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$



Un condensator dezvoltă o impedanță:  $Z = R + (j \omega C)^{-1}$  care depinde atât de rezistență  $R$  cât și de capacitatea  $C$ .

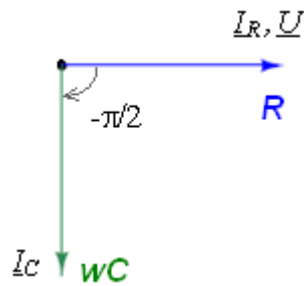


Reactanța capacitivă  $X_C$  depinde atât de capacitatea  $C$  cât și de frecvența  $\omega$  și are următoarea formulă:

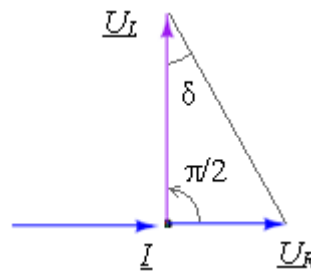
$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

Prin urmare,  $Z = R - j X_C$

Condensatorul introduce un defazaj de  $-90^\circ$  ( $-\pi/2$  or  $3\pi/2$ ). Se poate demonstra rapid că:  $e^{j(3\pi/2)} = -j = e^{j(-\pi/2)}$ .



Acum se pot determina formulele pentru termenii exprimați în funcție de tangenta unghiului de pierderi. De exemplu, în puntea Maxwell-Wien, există un defazaj de  $+90^\circ$  între  $R_x$  și  $L_x$ , prin urmare:



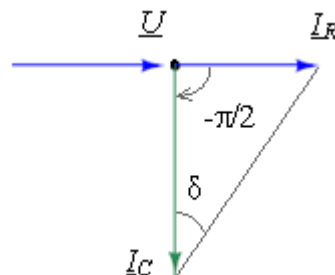
În figura de mai sus:

$$\tan \delta = \frac{|U_R|}{|U_L|} = \frac{I \cdot R_x}{I \cdot \omega L_x} = \frac{R_x}{\omega L_x}$$

Factorul de calitate al punții Maxwell-Wien devine:

$$Q = \frac{1}{\tan \delta} = \frac{\omega L_x}{R_x}$$

În puntea Wien serie, există un defazaj de  $-90^\circ$  între  $R_x$  și  $C_x$ , prin urmare:



În figura de mai sus:

$$\tan \delta = \frac{|I_R|}{|I_C|} = \frac{U}{U \cdot \omega C_x} = \frac{1}{\omega R_x C_x}$$

Factorul de disipație al punții Wien serie este:

$$D = \frac{1}{\tan \delta} = \omega R_x C_x$$



### Exerciții

1. Pentru o punte Wien serie se cunosc următorii parametri:

$$R_1 = 1600 \, \Omega$$

$$R_2 = 400 \, \Omega$$

$$R_3 = 800 \, \Omega$$

$$C_3 = 4 \, \mu\text{F}$$

$$f = 80 \, \text{Hz}$$

Determinați impedanța necunoscută în serie  $\underline{Z}_x$  și factorul de disipație  $D$ . Are factorul  $D$  calculat o valoare acceptabilă?

2. Pentru o punte Wien paralelă se cunosc următorii parametri:

$$R_1 = 1000 \, \Omega$$

$$R_2 = 500 \, \Omega$$

$$R_3 = 1000 \, \Omega$$

$$C_3 = 4 \, \mu\text{F}$$

$$f = 80 \, \text{Hz}$$

Determinați impedanța necunoscută în paralel  $\underline{Z}_x$  și factorul de disipație  $D$ . Are factorul  $D$  calculat o valoare acceptabilă?

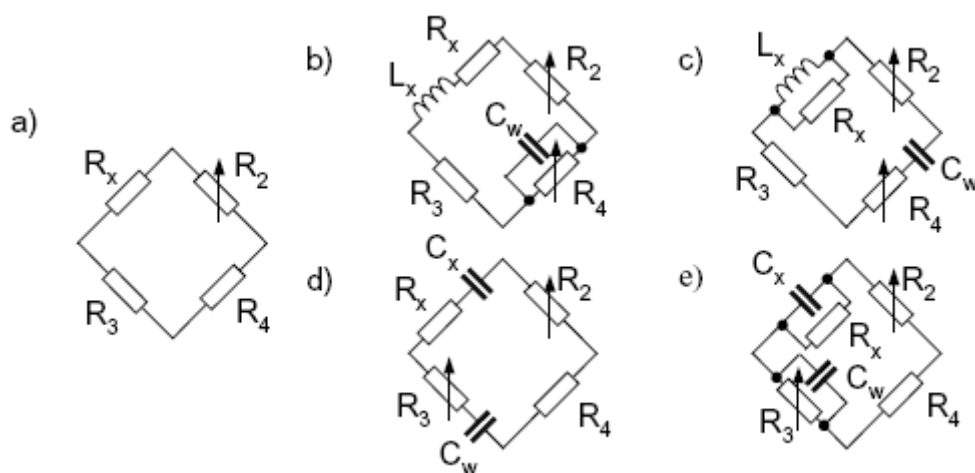


Fig.2.11 Exemple de circuite de punți RLC universale formate din aceleași elemente: a) Wheatstone; b) Maxwell-Wien; c) Hay; d) Wien serie; e) Wien paralel

### 3. Măsurarea frecvenței



#### Introducere capitol 3

Puterea electrică poate fi de forma curentului continuu (CC) (o singură direcție) sau a curentului alternativ (CA) (curentul se inversează periodic, ca în Figura 3.1). În circuitele CA forța electromotoare conduce curentul într-o direcție, și apoi se inversează și conduce curentul în direcția opusă. Rata de schimbare a direcției reprezintă de fapt **frecvența**  $f$  și se măsoară în Hertz (Hz) = numărul de cicluri pe secundă. Pentru măsurarea frecvenței, sunt folosite instrumente clasice, cum sunt cele cu lame vibrante și cele de frecvență cu disc mobil. Aparatele moderne de măsurat frecvența sunt analizoarele de spectru care folosesc **filtre** pentru a obține răspunsul dorit de frecvență. Alte aparate moderne care folosesc filtre sunt aparatele de măsurat digitale.



#### Obiective capitol 3

Obiectivele capitolului sunt:

- Sinteza principiilor de bază a instrumentelor de măsurare a frecvenței.

Semnalele electrice călătoresc cu viteza luminii. Distanța parcursă într-un ciclu este denumită lungime de undă  $\lambda$ , relația dintre frecvență și lungimea de undă (metri) este dată de următoarea formulă :

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Unde,  $c$  este viteza luminii ( $3 \times 10^8$  m/s).

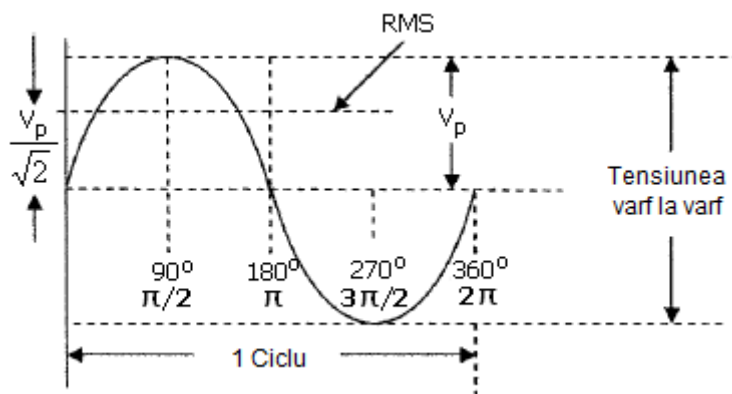


Fig.3.1 Unda sinusoidală de bază

La măsurarea tensiunilor și curenților CA cu un aparat de măsură, valoarea efectivă (rms) este afișată pe acesta. La afișarea undelor sinusoidale pe osciloscop este adesea mai convenabil să se măsoare valorile vârf-la-vârf (vv), ca în Fig. 3.1. Amplitudinea de vârf a undei sinusoidale ( $V_v$  sau  $I_v$ ) (0 la vârf) devine  $(v + v)/2$ , iar valoarea rms este dată de

$$rms = \frac{V_v}{\sqrt{2}}$$

Unda sinusoidală din Fig. 3.1 poate fi egalată cu un cerc de  $360^\circ$  sau de  $2\pi$  rad (=radiani). Perioada (timpul de ciclu) a undei sinusoidale este împărțită în patru faze fiecare de  $90^\circ$  sau  $\pi/2$  rad. Acest lucru rezultă din funcțiile trigonometrice.

Deoarece frecvența este numărul de evenimente pe intervalul de timp, frecvența poate fi măsurată cât timp se menține poarta principală închisă pentru un interval de timp cunoscut cu precizie.

De exemplu, dacă poarta principală este închisă timp de 1 s frecvența este afișată în Hz iar dacă aceasta este închisă pentru 1 ms frecvența este afișată în kHz. Configurația pentru măsurarea frecvenței este prezentată în Figura 3.2.

Frecvența oscilatorului cu cristal este furnizată circuitelor divizorului bazei de timp pentru a genera intervale de timp precise de 1 s, 100 ms, 10 ms, etc., și apoi este utilizat pentru a comanda poarta principală. În acest interval de timp precis semnalul de intrare parcurge poarta prin circuitele de declanșare. Prin urmare, o numărare care depinde direct de frecvență este citită pe numărător (contor zecimal) și afișată.

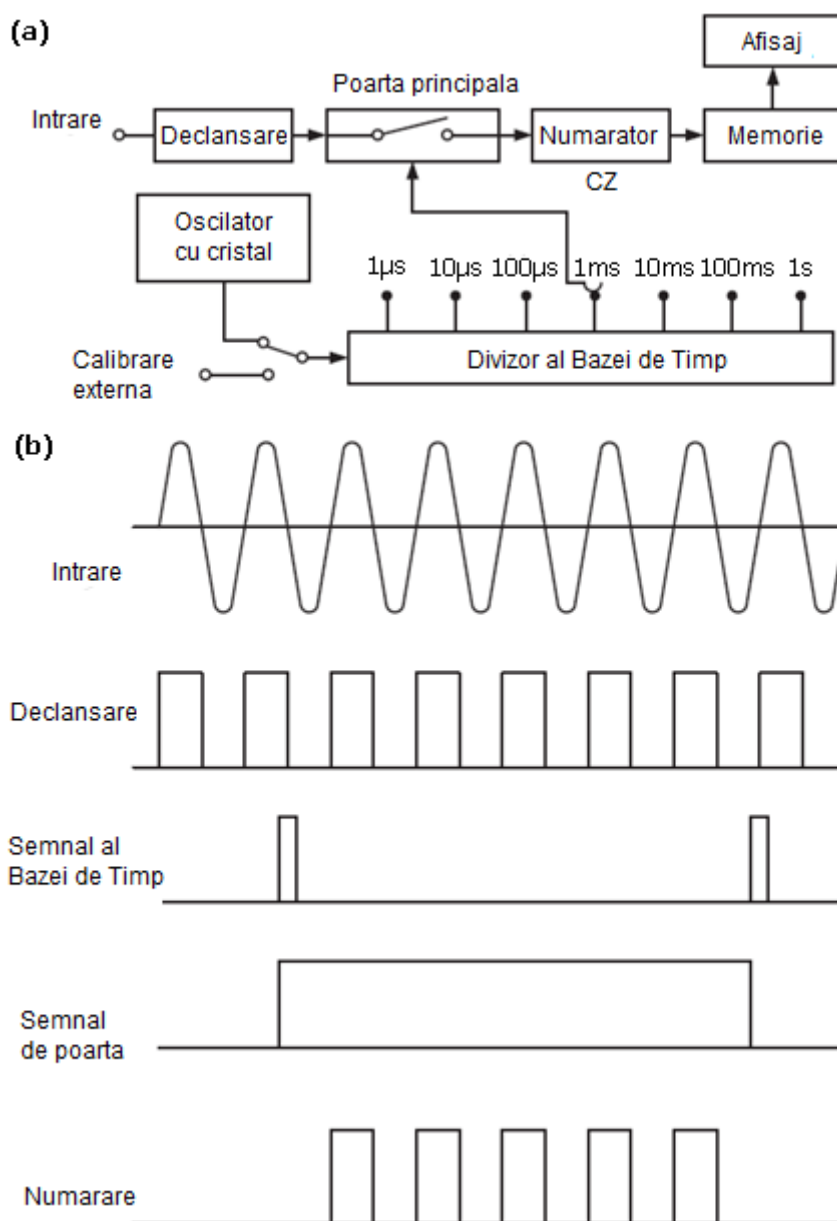


Fig.3.2 Măsurarea frecvenței: (a) schema-bloc; (b) fluxul de semnal

În exemplul de mai sus se poate vedea clar că acuratețea măsurării depinde de acuratețea ieșirii oscilatorului de cristal. Pentru a obține o citire mai precisă, unele dintre contoarele de frecvență permit unui standard de frecvență externă să fi conectat la divizorul bazei de timp în locul unui oscilator intern.

Toate sursele de tensiune alternativă sunt generate la o anumită frecvență sau o gamă de frecvențe. Contorul de frecvență permite măsurarea acestei frecvențe.

### 3.1. Filtre

În legătură cu o anumită proprietate, de obicei frecvența componentelor unui semnal, un filtru electronic va permite separarea acestora. În acest sens, poate fi privit ca un sistem cu răspuns în frecvență prevăzut. Filtrele pot avea o arie largă de aplicare și se vor da exemple în acest sens:

- pentru a îmbunătăți raportul semnal-zgomot. Dacă gama de frecvență a semnalului măsurat diferă de cea a semnalelor de interferență sau de zgomot atunci acestea din urmă pot fi eliminate din semnalul măsurat prin filtrare.
- pentru a îmbunătăți proprietățile dinamice ale unui sistem de control. Circuitele cu un anumit răspuns în frecvență sunt conectate la sistemul de control pentru a îndeplini cerințe specifice de stabilitate sau alte criterii.
- ca instrumente de analiză a semnalului. Multe aparate de măsurat selective în frecvență conțin filtre speciale cum ar fi: *analizoarele de spectru* și *analizoarele de rețea*.

Așa cum a fost menționat anterior, interferențele pot fi blocate de dispozitivele de filtrare. Folosind *filtre trece-jos TJ* interferențele de frecvență înaltă sunt blocate (cum ar fi interferențele în frecvențe radio). Și *viceversa* este valabilă, prin utilizarea *filtrelor trece-sus TS* vor fi eliminate interferențele în frecvențe industriale (dacă semnalul nostru este într-o bandă de frecvență superioară acestor frecvențe). De asemenea, semnalul util poate fi separat de semnalele de interferență prin folosirea unui *filtru trece-bandă TB*. Există de asemenea și filtre *oprește-bandă*.

Filtrul ideal ar trebui să treacă semnalele în lățimea benzii de frecvență dorite și opri semnalele din alte frecvențe. Totuși, filtrul analogic real nu prezintă caracteristici de frecvență plate în banda de trecere iar tranziția dintre banda de trecere și banda de blocare nu este verticală (există o tranziție finită a lățimii benzii de frecvență) (Figura 3.4).

Performanța filtrului este descrisă de caracteristicile de amplitudine și de frecvență-fază (Figura 3.5).

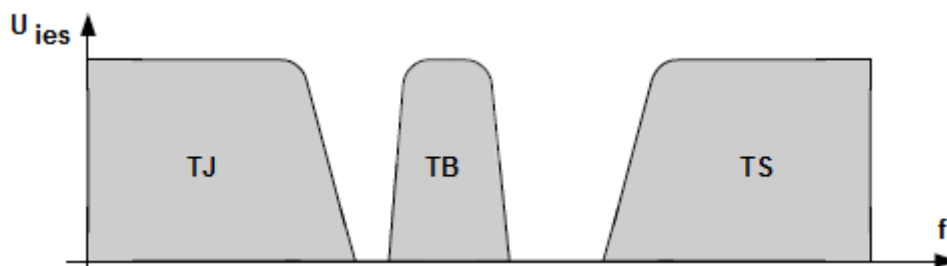


Fig.3.3 Filtre tipice și caracteristicile lor în frecvență: TJ – trece-jos, TB – trece-bandă, TS – trece-sus

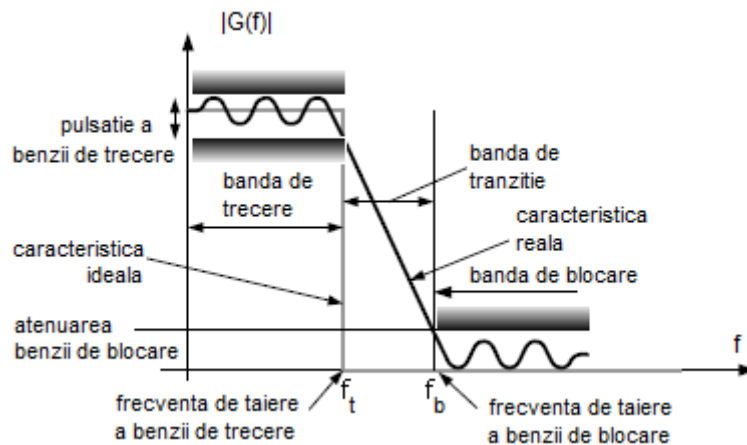


Fig.3.4 Răspunsul în amplitudine a unui filtru trece-jos real

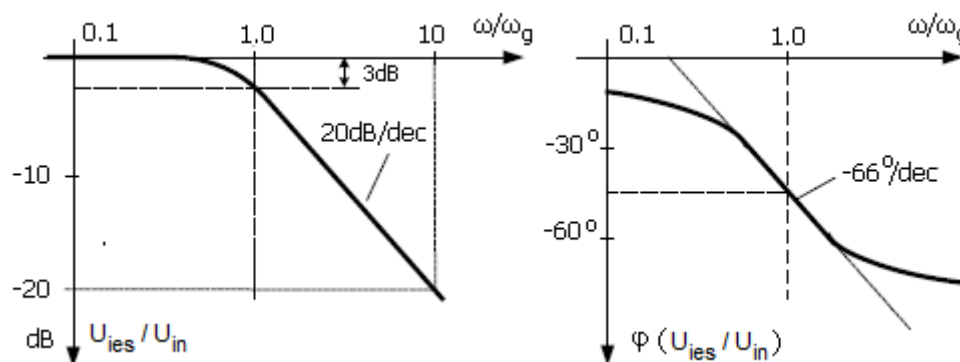


Fig.3.5 Exemplu de caracteristici de amplitudine și de fază-frecvență pentru un filtru trece-jos

Cum se calculează raportul tensiunii de ieșire pe tensiunea de intrare în decibeli?

#### VOLTAGE GAIN FORMULA

$$G_{dB} = 20 \cdot \log_{10}(V_{out} / V_{in})$$

Caracteristica ideală de amplitudine trebuie să fie netedă până la frecvența de tăiere a benzii de trecere (atenuarea este 0 dB). Pentru caracteristica reală se presupune că banda de trecere are o atenuare de 0 - 3dB. Pentru banda de blocare se presupune că banda de frecvență are o atenuare mai mare decât valoarea presupusă (de exemplu 100 dB).

Panta caracteristicii în banda de tranziție depinde de ordinul filtrului – pentru filtrul de ordinul întâi este 20 dB/decadă, pentru filtrul de ordinul al doilea este 40 dB/decadă etc. Caracteristica fază-frecvență este de asemenea importantă deoarece performanțe de fază incorecte înseamnă că filtrul introduce distorsiuni de semnal.

Pentru a obține performanțe de fază corecte este necesar ca faza să varieze liniar cu frecvența. De regulă caracteristica de fază este neliniară pe toată banda (Fig. 3.5 b). Mai mult, este dificil să fie atinse ambele performanțe simultan: filtrele cu o caracteristică de amplitudine excelentă prezintă o liniaritate modestă a fazei și *viceversa*.

Figura 3.6 prezintă exemple de **filtre pasive** RC simple. Filtrul trece-jos RC prezentat în Fig. 3.6 a este caracterizat de următoarea relație:

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\omega \tau}$$

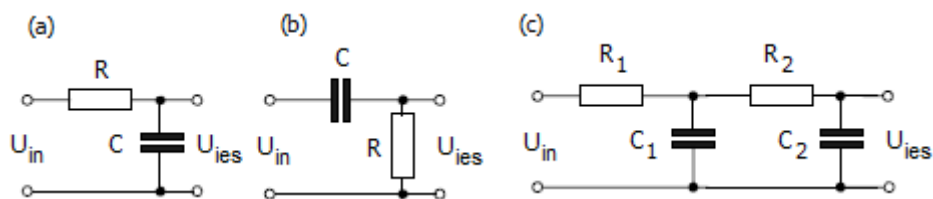


Fig.3.6 Filtre RC pasive: (a) filtru trece-jos; (b) filtru trece-sus; (c) filtru trece-jos în cascadă de ordinul doi

Frecvența de tăiere a filtrului este  $\omega_g = 1/RC$ . În cazul în care două filtre sunt conectate în cascadă (Fig. 3.6 c) se obține un filtru de ordinul al doilea.

Conectând mai multe filtre în serie va rezulta o creștere a ordinului filtrului și o nouă pantă mai mare a caracteristicii în banda de tranziție. Totuși nu este rezonabil să fie conectate mai multe filtre în cascadă (mai mult de trei) deoarece fiecare din filtre atenuează în mod semnificativ semnalul util.



#### Observații

Avantajele filtrelor pasive sunt:

- liniaritatea lor ridicată (componentele pasive sunt foarte liniare),
- gama largă de tensiune și curent,
- faptul că nu necesită o sursă de alimentare,

Dezavantajele sunt următoarele:

- proprietățile filtrului dorite nu pot fi întotdeauna combinate cu alte cerințe, de exemplu cu cele legate de impedanțele de intrare și de ieșire,
- inductoarele folosite în aplicații de frecvență joasă sunt relativ voluminoase iar inductanța ideală și cea proprie sunt dificil de obținut,
- nu toate tipurile de caracteristici de filtrare pot fi obținute numai folosind rezistori și condensatori.

Există patru tipuri de filtre: trece-jos, trece-sus, trece-bandă și oprește-bandă. Componentele de frecvență ale semnalului care se află în banda de trecere sunt transferate adecvat, celelalte componente de frecvență sunt atenuate cât mai mult posibil. Nu există filtre care să aibă o caracteristică de frecvență cu bandă de trecere ideală plată până la frecvența de tăiere și transfer direct la zero după ea. Selectivitatea poate fi crescută prin ridicarea ordinului de rețea (și astfel a numărului de componente).

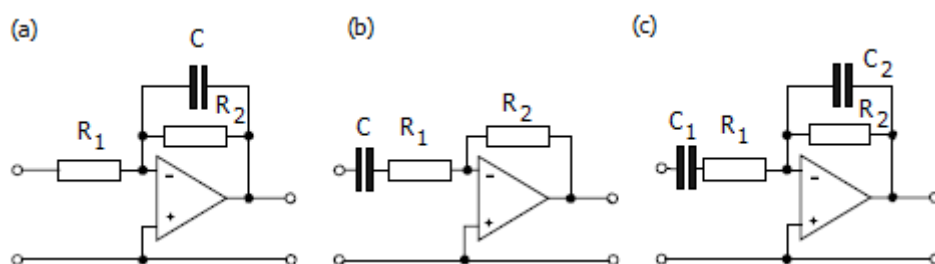


Fig.3.7 Filtre RC cu amplificator (filtre active): (a) filtru trece-jos; (b) filtru trece-sus; (c) filtru trece-bandă



Efectul atenuării asupra semnalului prin filtre RC pasive poate fi redus prin adăugarea unui circuit de amplificare la filtre— după cum este prezentat în Figura 3.7.

**Filtrele active** folosesc amplificatoare operaționale și elemente RC în circuitul de reacție. A se reține că filtrele trece-jos și trece-sus se obțin ușor prin aranjarea elementelor  $R$  și  $C$ . Filtrele trece-bandă se obțin prin combinarea filtrelor trece-jos și trece-sus.

Figura 3.8 prezintă schema circuitului și caracteristica de amplitudine (răspunsul în frecvență a amplitudinii) a unui **filtru trece-jos** format doar dintr-o rezistență și o capacitate. Transferul în amplitudine este aproape 1 pentru frecvențe până la  $1/2\pi\tau$  Hz ( $\tau = RC$ ).

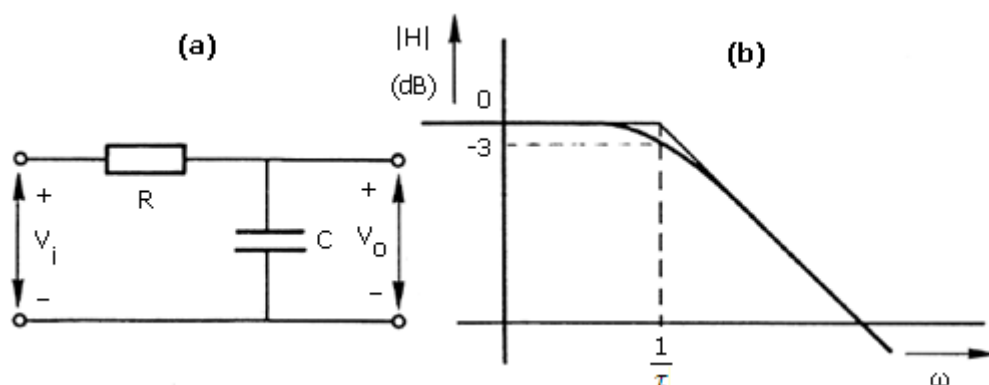


Fig.3.8 (a) Un filtru RC trece-jos de ordinul întâi; (b) schema de transfer în amplitudine corespunzătoare.

Semnalele de frecvență mare sunt atenuate: transferul scade cu un factor de 2 atunci când frecvența este dublată. Frecvența de tăiere acestui filtru RC este egală cu frecvența de -3dB.

Caracteristica de frecvență reprezintă răspunsul la tensiuni de intrare sinusoidale. A se vedea acum răspunsul la un alt semnal, o variație în treaptă a intrării (Figura 3.9 a). Chiar dacă tensiunea de intrare crește cu o treaptă pozitivă, condensatorul este în continuare neîncărcat, astfel încât tensiunea va fi zero pe el. Curentul prin rezistența  $R$  este, în acel moment, egală cu  $i = E/R$ , unde  $E$  este înălțimea treptei de intrare. După acest moment, condensatorul va fi încărcat cu acest curent. Treptat, tensiunea de pe condensator va crește în timp ce curentul de încărcare va scăde până când, în cele din urmă, ajunge la zero. În starea sa de echilibru, tensiunea de ieșire devine egală cu tensiunea de intrare  $E$ . Dacă răspunsul de treaptă a filtrului trebuie calculat cu exactitate, atunci ecuația diferențială a sistemului trebuie rezolvată. Soluția pare a fi:

$$v_0 = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

În cazul în care tensiunea de intrare revine la zero, curentul de descărcare va fi din nou la început egal cu  $E/R$ . Curentul scade treptat până când capacitatea se descarcă complet iar tensiunea de ieșire revine la zero (Figura 3.9 b). Soluția ecuației diferențiale pentru această situație rezultă din:

$$v_0 = E \cdot e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau}}$$

Aceasta este o tensiune a oscilațiilor amortizate exponențială. "Viteza" filtrului este caracterizată de parametrul  $\tau$ , care este constanta de timp a sistemului. Constanta de timp a acestui filtru pare a fi

inversul frecvenței de -3dB. Răspunsul de treaptă poate fi trasat ușor știind că tangenta la punctul de plecare se intersectează cu valoarea finală la momentul  $t = \tau$  după treapta de intrare.

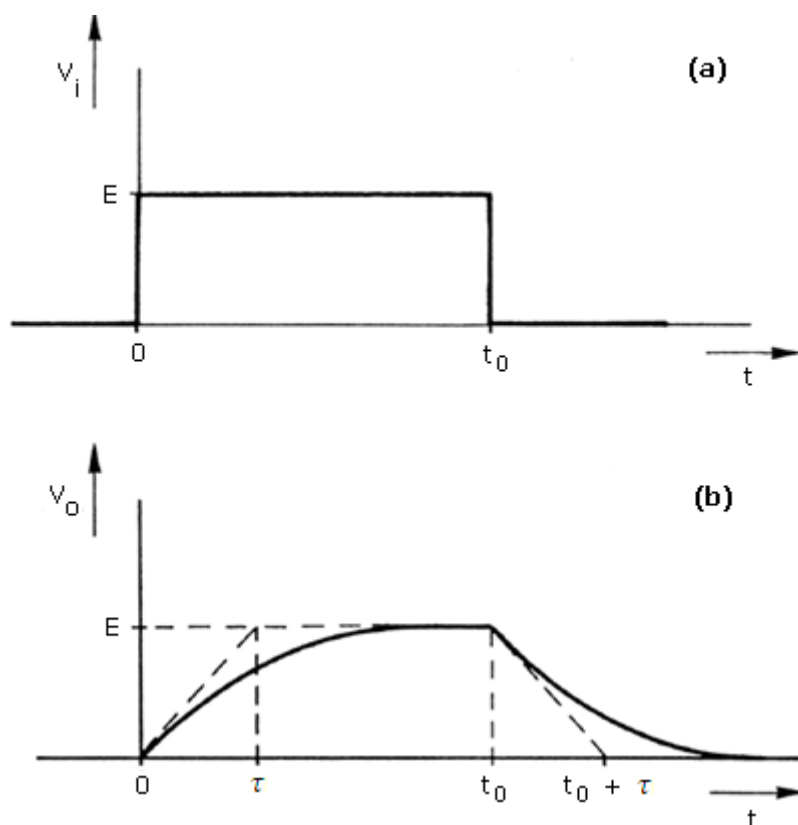
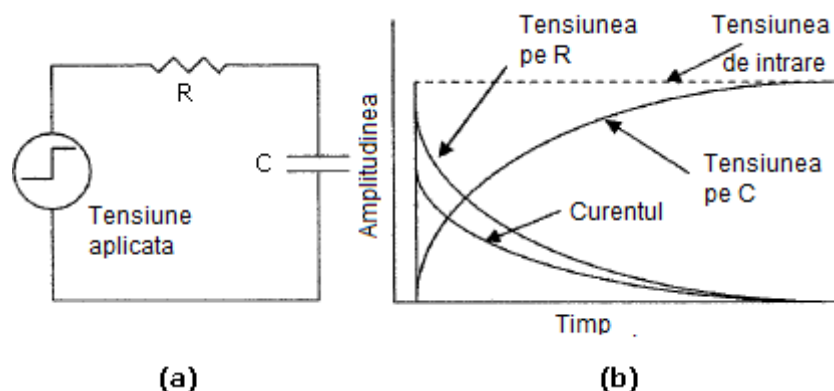


Fig.3.9 (a) Tensiunea de treaptă la intrarea unui filtru RC trece-jos; (b) răspunsul de treaptă corespunzător.



#### Explicație

Când o tensiune CC este aplicată unui condensator printr-un rezistor, un curent circulă încărcând condensatorul (vezi Figura a). Inițial, toată tensiunea cade pe rezistență; deși curentul curge în condensator, nu există nicio cădere de tensiune la bornele condensatorului.



Când condensatorul se încarcă, tensiunea pe condensator crește exponențial, iar tensiunea pe rezistor începe să scadă, până când în cele din urmă condensatorul este încărcat complet iar curentul încetează să mai curgă.

Tensiunea de pe condensator devine apoi egală cu tensiunea de alimentare iar tensiunea de pe rezistor este zero, după cum este prezentat în Figura b.

Se poate observa acum cum se comportă sistemul descris în domeniul de timp și cel de frecvență. Pentru frecvențe înalte transferul este aproximativ  $1/j\omega\tau$ , ceea ce corespunde integrării în timp. Din Figura 3.9 se poate deduce că o tensiune de intrare pătratică periodică produce o tensiune de ieșire triunghiulară, în special pentru frecvențe de intrare înalte. Din acest motiv rețeaua RC este o rețea de integrare, deși are proprietăți de integrare doar pentru frecvențe mai mari de  $1/\tau$ .



#### Exemplu

Un semnal sinusoidal de 1 Hz este mascat de un semnal de interferență de amplitudine egală și cu frecvența de 16 Hz (Figura 3.10 a). Semnalul compus este aplicat filtrului trece-jos din Figura 3.10 b pentru a îmbunătăți raportul semnal-zgomot. Când frecvența de tăiere (sau frecvența la -3dB) este 4 Hz ( $\tau = 1/8\pi$  s), transferul în amplitudine la 1 Hz pare a fi 0.97, în timp ce transferul în amplitudine la 16 Hz este doar 0.24 (a se vedea Figura 3.9 c). Pentru a realiza o suprimare mai bună a semnalului de interferență la 16 Hz s-ar putea muta frecvența de -3dB a filtrului mai departe de frecvența semnalului, cum ar fi, 2 Hz. În acest caz, transferurile în amplitudine respective la 1 Hz și 16 Hz devin 0.89 și 0.12. Este puțin probabil să rezulte o diferență mai bună între semnalul măsurat și cel de interferență deoarece o scădere suplimentară a frecvenței de -3dB ar putea reduce semnalul măsurat în sine. Pentru o frecvență la -3dB de doar 1 Hz transferurile sunt 0.71 (sau -3dB) și 0.06 (Figura 3.10 d).

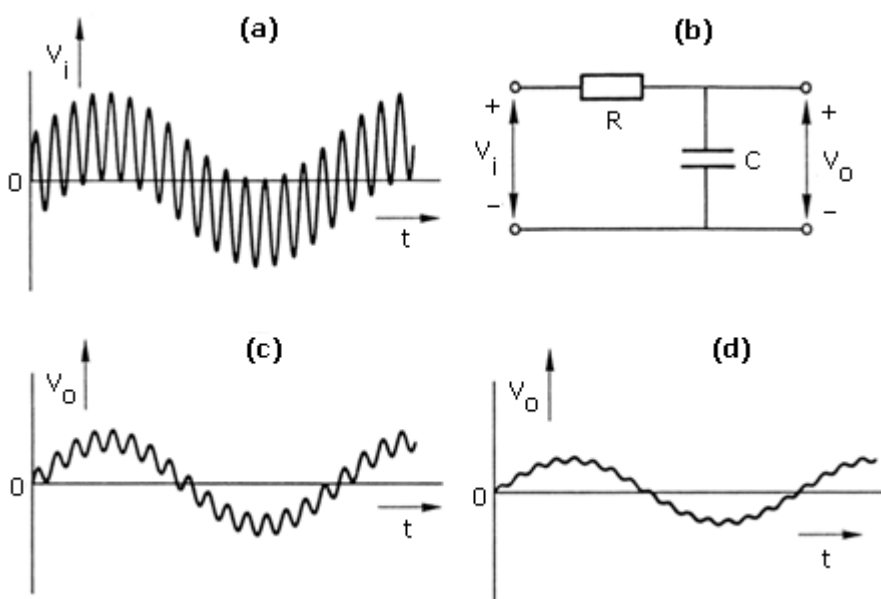
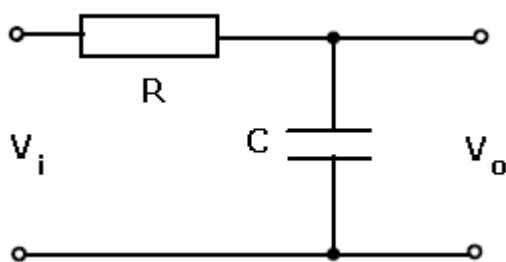


Fig.3.10 (a) Semnalul de intrare  $v_i$  și (b) filtrul din exemplu; (c) semnalul de ieșire  $v_o$  pentru  $\tau = 1/8 \pi$  s; (d) semnalul de ieșire pentru  $\tau = 1/2 \pi$  s.



#### Explicație

Funcția de transfer a filtrelor trece-jos (de primul ordin) poate fi determinată foarte ușor prin analizarea figurii de mai jos:



$$V_o = V_i \cdot \frac{(j\omega C)^{-1}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad \begin{cases} 0 \leq f \leq f_{c0} \\ f_{c0} = \frac{1}{2\pi RC} \end{cases}$$

Figura 3.11 prezintă schema circuitului și transferul în amplitudine corespunzător a **filtrului trece-sus** RC de ordinul întâi. Acest filtru se compune dintr-o capacitate și o rezistență. Funcția sa de transfer este:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{j\omega \tau}{1 + j\omega \tau}$$

Unde,  $\tau = RC$ .

Componentele de semnal cu frecvența peste  $1/2 \pi$  sunt transferate fără atenuare; la frecvențe mai mici transferul scade cu 20 dB/decadă.

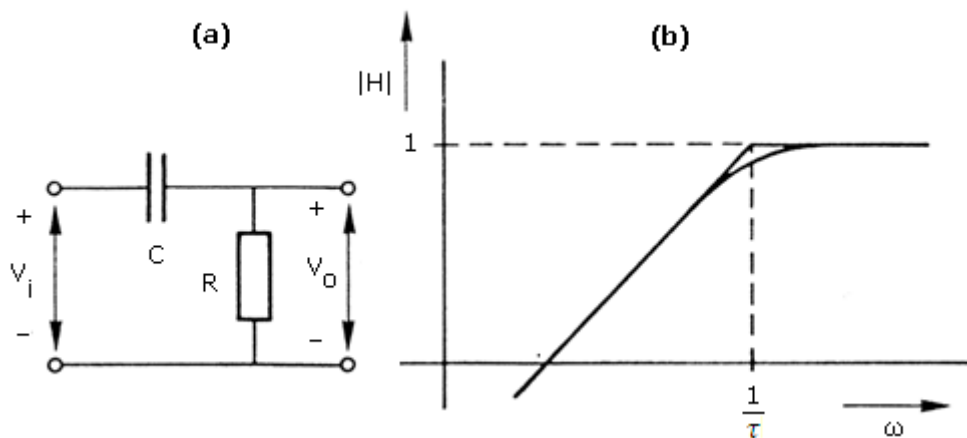


Fig.3.11 (a) Un filtru RC trece-sus de ordinul întâi; (b) schema de transfer în amplitudine corespunzătoare.

Relația exactă pentru răspunsul de treaptă se obține rezolvând ecuația diferențială a rețelei:  $v_o = f(v_i)$ . Soluția este dată de:

$$v_o = E \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}$$

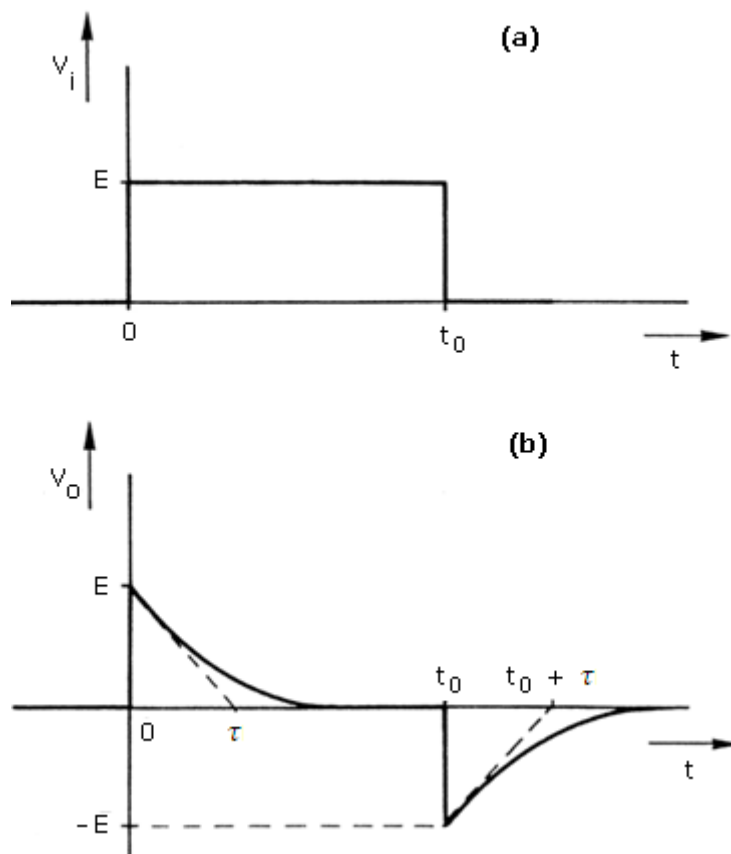


Fig.3.12 (a) Tensiunea de treaptă la intrarea unui filtru RC trece-sus; (b) răspunsul de treaptă corespunzător.

Pentru frecvențe mici, transferul este aproximativ  $j\omega t$ , care corespunde diferențierii în domeniul de timp. Această rețea este prin urmare o rețea de diferențiere, deși proprietățile sale de diferențiere apar doar la frecvențe mici ( $\omega \ll 1/t$ ).



#### Exemplu

În Figura 3.10 a semnalul (care reapare în Figura 3.13 a) este acum conectat la intrarea filtrului trece-sus din Figura 3.13 b. Se consideră semnalul cu frecvența de 16 Hz a fi semnalul măsurat iar componenta de 1 Hz semnalul de interferență. La o frecvență de tăiere de 4 Hz, transferul în amplitudine la 1 Hz va fi în jur de 0.24, iar pentru o frecvență de 16 Hz va fi în jur de 0.97 (a se vedea Figura 3.13 c).

Pentru a suprima și mai mult semnalul de interferență la 1 Hz, frecvența de tăiere a filtrului trebuie modificată cu o valoare mai mare. Se va presupune că frecvența la -3dB este 8 Hz. În acest caz transferul în amplitudine la 1 Hz va fi 0.12 în timp ce la 16 Hz este aproape 0.89. Din același motiv ca în primul exemplu, nu este posibilă reducerea semnalului de interferență fără a reduce simultan semnalul măsurat. Figura 3.13 d prezintă o situație favorabilă: pentru o frecvență de tăiere de 16 Hz, rezultă transferuri în amplitudine de 0.06 la 1 Hz și 0.71 (-3dB) la 16 Hz.

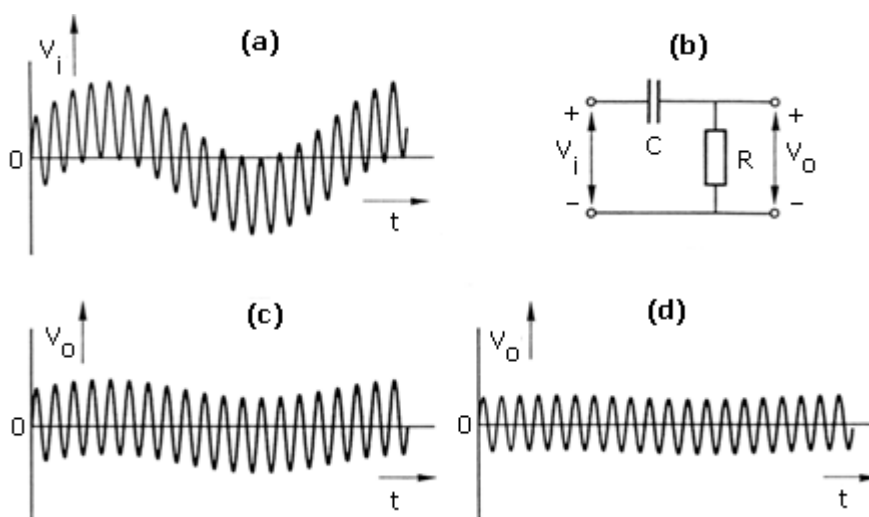
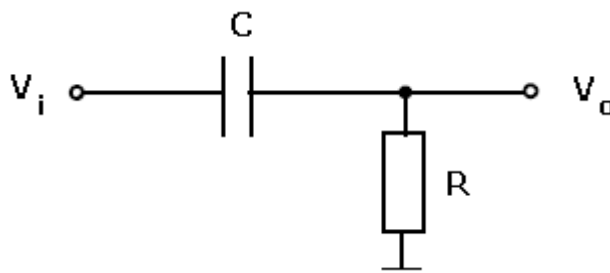


Fig.3.13 (a) Semnalul de intrare  $v_i$  și (b) filtrul din exemplu; (c) tensiunea de ieșire  $v_o$  pentru  $\tau = 1/8 \pi$  s; (d) tensiunea de ieșire pentru  $\tau = 1/32 \pi$  s.



#### Explicație

Funcția de transfer a filtrelor trece-sus (de ordinul întâi) pot fi foarte ușor determinată prin analiza figurii de mai jos:



$$V_e = V_i \cdot \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \quad \begin{cases} f_{c0} \leq f \leq \infty \\ f_{c0} = \frac{1}{2\pi RC} \end{cases}$$

*Teorie:*

Ce este o punte CA?

Care este condiția de echilibru a punților CA exprimată în funcție de amplitudine și fază?

Câți parametri trebuie ajustați pentru a echilibra puntea CA? De ce?

Ce este o punte convergentă? Cum îți poți da seama dacă o punte CA este o astfel de punte?

Ce parametri pot fi măsurați cu punți Maxwell-Wien și Hay?

Cum arată circuitul unei punți Maxwell-Wien? Care sunt condițiile de echilibru?

Care este formula pentru factorul de calitate al punților Maxwell-Wien? Ce condiție este impusă pentru factorul de calitate?

Cum arată circuitul unei punți Hay? Care sunt condițiile de echilibru?

Care este formula pentru factorul de calitate al punților Hay? Ce condiție este impusă pentru factorul de calitate?

Ce parametri pot fi măsurați cu punți Wien?

Cum arată circuitul unei punți Wien Serie? Care sunt condițiile de echilibru?

Care sunt formulele pentru unghiul de pierderi și factorul de disipație pentru punți Wien Serie?

Cum arată circuitul unei punți Wien Paralelă? Care sunt condițiile de echilibru?

Care este formula pentru factorul de disipație pentru punți Wien Paralele?

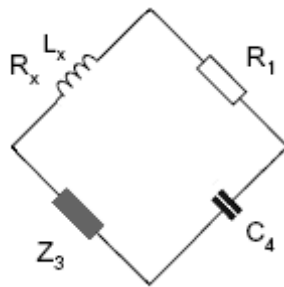
Un inductor dezvoltă o impedanță având formula  $R + jX_L$ . De unde reiese această formulă?

Un condensator dezvoltă o impedanță având formula  $R + (j\omega C)^{-1}$ . De unde reiese această formulă?

Cum poți demonstra că factorul de calitate al punții Maxwell-Wien este  $Q = \omega L_x / R_x$ ?

*Exerciții:*

Este următoarea punte convergentă sau nu? Poți explica de ce?



Pentru o punte Maxwell-Wien următorii parametri sunt cunoscuți:  $R_1 = 2000 \Omega$ ,  $R_2 = 1500 \Omega$ ,  $R_3 = 1600 \Omega$ ,  $C_3 = 2 \mu F$  și  $f = 80 \text{ Hz}$ . Determină impedanța serie necunoscută  $Z_3$  și factorul de calitate  $Q$ . În funcție de valoarea pentru  $Q$ , determină dacă aceasta este configurație serie sau paralelă.

Pentru o punte Wien Paralelă următorii parametri sunt cunoscuți:  $R_1 = 1000 \Omega$ ,  $R_2 = 500 \Omega$ ,  $R_3 = 1000 \Omega$ ,  $C_3 = 4 \mu F$  și  $f = 80 \text{ Hz}$ . Determină impedanța paralelă necunoscută  $Z_p$  și unghiul de pierderi  $\tan \delta$ .

*Teorie:*

Explică conceptul de frecvență. Care este relația ei cu lungimea de undă și viteza luminii?

Care este rolul unui filtru și care sunt beneficiile folosirii acestor dispozitive?

Ce este un filtru trece-sus?

Ce este un filtru trece-jos?

Ce este un filtru trece-bandă?

Ce este un filtru oprește-bandă?

Care sunt parametrii care descriu răspunsul în amplitudine al unui filtru?

Care sunt limitele de atenuare a benzii de trecere a caracteristicii unui filtru real?

Pentru ce valoare a atenuării se obține frecvența de tăiere a caracteristicii unui filtru real?

Care este ordinul unui filtru care are o pantă de 60db/decadă?

De ce este importantă caracteristica de fază-frecvență din punctul de vedere a performanței filtrului?

Desenează circuitul filtrului trece-jos de ordinul întâi. Care este funcția sa de transfer?

Care este formula pentru frecvența de tăiere?

Desenează circuitul filtrului trece-sus de ordinul întâi. Care este funcția sa de transfer?

Desenează circuitul filtrului în cascadă de ordinul doi. De ce nu este o idee bună să conectezi mai multe filtre în cascadă?

Cum poți explica răspunsul la o tensiune de treaptă la intrarea unui filtru RC trece-jos?

Un semnal măsurat de formă sinusoidală de 1 Hz este mascat de un semnal de interferență de amplitudine egală dar cu frecvența de 16 Hz. Cum poți filtra (suprima) semnalul de interferență? Desenează diagramele corespunzătoare.

Cum poți explica răspunsul la o tensiune de treaptă la intrarea unui filtru CR trece-sus?

Un semnal măsurat de formă sinusoidală de 16 Hz este mascat de un semnal de interferență de amplitudine egală dar cu frecvența de 1 Hz. Cum poți filtra (suprima) semnalul de interferență? Desenează diagramele corespunzătoare.

Care este caracteristica de transfer în amplitudine corespunzătoare a unui filtru RC trece-bandă compus dintr-un filtru trece-jos și un filtru trece-sus în serie?

*Exercițiu:*

- Se consideră un filtru trece-jos de ordinul întâi, având o rezistență de 100 ohmi și o capacitate de 3.183 uF.
- Cât este banda de trecere?
- Cât este răspunsul în amplitudine (în decibeli) la frecvența de 5kHz?