

İstanbul Üniversitesi

Açık ve Uzaktan Eğitim Fakültesi



Karar Teorisi ve Analizi
DOÇ. DR. GÖKHAN ÖVENÇ
DOÇ. DR. GÖKHAN ÖVENÇ

İÇİNDEKİLER

1. KARAR TEORİSİNE GİRİŞ
2. TEMEL AKIL YÜRÜTME STRATEJİLERİ
3. BELİRSİZLİK
4. BEKLENEN FAYDA TEORİSİ
5. RİSK TÜRLERİ VE BAZI ANORMALLİKLER
6. KARAR DESTEK SİSTEMLERİ
7. OYUN TEORİSİ VE STRATEJİ
8. NASH DENGESİ, MAHKUMLAR AÇMAZI VE OYUN TÜRLERİ

1. KARAR TEORİSİNE GİRİŞ

Birlikte Düşünelim

- Karar teorisi nedir?
- Karar teorisi hangi alanlarla ilgilenir?
- İnsanların aldığı farklı kararlar nasıl analiz edilir?
- Karar tablosu nasıl oluşturulur?
- Karar tablosunun genel özellikleri nelerdir?
- Karar tablosunu etkileyen unsurlar nelerdir?

Başlamadan Önce

Bu bölümde karar teorisinin genel tanımı ve bu alandaki tartışmalara değinilecektir. Karar teorisi türlerinin ne olduğu konusu işlenecektir. Ardından karar tablosunun nasıl olduğu çeşitli örnekler üzerinden gösterilecektir. Karar tablosunun temel özellikleri vurgulanacaktır. Alternatif durum, tercihler ve sonuçlar incelenecektir. Birtakım örnekler detaylı analiz edilerek, konunun daha iyi anlaşılması sağlanacaktır.

1.1. Karar Teorisi Nedir?

Sosyal bilimcilerin, matematikçilerin, felsefecilerin, mühendislerin ya da istatistikçilerin **bireylerin ya da grupların nasıl karar aldıklarını ya da almaları gerektiğini anlamak için ortaya çıkan disiplini karar teorisi olarak tanımlamak** mümkündür. Her bilim dalının kendi perspektifinden bireylerin ya da toplumların hangi motivasyonlarla, neyi amaçlayarak, ne şekilde karar aldıklarına dair görüşleri bulunmaktadır. Bu yönüyle karar teorisi ve analizini, tüm bilimlerin ortak bir çabası sonucu gelişim göstermiş bir alan olarak düşünmek de mümkündür.

İşletme organizasyon alanında alınan bir kararla, matematikçinin birtakım hesaplamalar yaparak aldığı karar ya da bilgisayar programcısının bir sorunu çözmek için kullandığı yöntemin seçim kararı çok farklı faktörler tarafından etkilenebilmektedir. Matematikçinin hesaplamalar ya da mantıksal önermeler üzerinden açıklamaya çalıştığı karar alma süreci, sosyal bilimciler tarafından gözlem ya da birtakım deneyler yapılarak açıklanabilir. Karar teorisi ve analizi bir yönüyle soyutlama içeren modeller kullanırken, asıl gayesi gerçek hayatta insan ve toplumların nasıl davrandıklarını ya da davranacaklarını açıklamaktır. Karar teorisiyle ilgili farklı bilimlerin ya da perspektiflerin açıklama çabası kaotik görünse de bütün çabaları genel olarak 2'ye ayırmak mümkündür: **Normatif ve Betimleyici**.

Normatif karar teorisi hangi değerler, ilkeler ya da normlar üzerinden karar alma süreçlerinin gerçekleştirilmesi gerektiğini açıklamaya çalışırken, betimleyiciler ise kararın nasıl alındığını tanımlamaya, açıklamaya çabalamaktadırlar. Bu farklı iki karar teorisi yaklaşımını ayırt edebilmek bazen oldukça zordur. Örneğin, bir baba çocuğunu arabayla okula bırakmak için yola çıkmıştır. Hangi faktörler babanın çocuğunu okulun neresinde bırakacağını etkilemektedir. Çocuğun yaşı, trafik durumu, babanın mesai kaygısı olup olmaması, okul çevresinin güvenli olup olmaması vb. birçok dışsal faktör babanın çocuğunu okulun neresinde bırakacağı kararını etkileyebilir. Bu dışsal faktörler dışında babanın çocuğuyla ilgili sahip olduğu birtakım içsel endişeler ve kaygılar da karar almasını etkileyebilmektedir. Tüm bu içsel ve dışsal faktörleri dikkate alarak normatif ve betimleyici karar alma teorisi yaklaşımlarını birbirinden ayırt etmek zor olabilmektedir.

*Baba rasyonel olarak çocuğunu okula en yakın yerde bırakmak isteyebilir ancak trafik yoğunluğundan ötürü çocuğun okula geç kalmasını da düşünerek farklı bir karar alabilir.

*Çocuğun yaşça büyük olmasından ötürü okula belirli bir mesafeden sonra yürüyerek gideceğini düşünerek farklı bir karar alabilir.

*Havanın yağmurlu olmasından ötürü arabada şemsiye olup olmamasına göre farklı bir karar alabilir.

Yukarıdaki alternatif karar alma süreçlerini çoğaltmak mümkündür. Betimleyici karar teorisi yaklaşımı, babanın bu kararını alırken yaptığı rasyonel hesaplamaları (okula geç kalma, yağmurdan ıslanmama, şemsiyenin varlığı, yürüme mesafesi, trafik) dikkate alarak açıklama yolunu seçmektedir. Normatif yaklaşım ise babanın hangi değerleri ya duyguları (koruma, güvenlik, hasta olmasın) dikkate alarak bu kararı aldığını açıklama çabasıdır. Bu basit gibi görünen örnekten de anlaşılacağı gibi bireylerin nasıl davrandığını ya da nasıl davranması gerektiğini açıklamak iç içe geçmiş karmaşık faktörleri barındırmaktadır. Özetlemek gerekirse, normatif karar teorisi yaklaşımı “*nasıl karar alınmasını*”, betimleyici yaklaşım ise “*nasıl karar alındığını*” açıklamaktadır.

Özellikle finans ve ekonomi alanında kullanılan rasyonel aktör tanımının dayandığı temel motivasyon, kâr maksimizasyonudur. Bu alandaki modeller, bireyin kârını maksimize edecek kararı almasını öngörmektedir. Bu *rasyonel bireyin* kararıyla ilgili tüm bilgilere ve bu bilgileri işleyecek teknik donanıma sahip olduğu varsayılmaktadır. Bu varsayımlar kullanılarak ve belirli kısıtlar altında bireyin davranışlarını açıklamak betimleyici karar teorisinin alanına girmektedir. Bu tarz soyutlamaya dayalı karar alma süreçlerini açıklayan modeller gerçek hayatı ne kadar doğru bir şekilde analiz edebilmektedir sorusu önemlidir. *Gerçek hayatta bireyler kararlarını etkileyecek tüm bilgilere sahipler midir? Gerçek hayatta bireyler çıkarlarını doğru hesaplayacak teknik bilgiye sahipler midir? Gerçek hayatta bireyin çıkarını maksimize edecek karar alması kendisi için her zaman doğru mudur? Bireyin içerisinde bulunduğu ortam davranışlarını nasıl etkilemektedir?* vb. sorular karar teorisi ve analizi açısından kritik öneme sahiptir.

Bu soruların cevapları karar alma teorisinin hem sınırlarını belirlemektedir hem de bu disiplinin gelecekte nasıl bir yöne doğru gelişeceğinin sinyallerini vermektedir. Deneye ve gözleme dayalı çalışmaların neticesinde ortaya çıkan bulgular karar alma teorisini salt anlamda normatif ve betimleyici şeklinde 2’ye ayırmadan, açıklayıcı modeller üzerinden geliştirmenin daha doğru olacağını da göstermektedir. Başka bir ifadeyle, gerçek hayattaki bireysel ve toplumsal davranışların kendisi, bu davranışların gözlenmesi, deneye tabi tutulması doğrudan karar alma teorisinin gelişimine neden olmaktadır. Diğer türlü, betimleyici ya da normatif karar teorisi ayrımı ***hazır bir kıyafetin rastgele bir bedene giydirilmesine benzemektedir***. Teorilerin gerçek hayatın komplikasyonlarını göz ardı etme ihtimali yüksektir ancak şu da unutulmamalıdır ki, teoriler ve soyut modeller gerçek hayatı anlamlandırma ve açıklamada epey kullanışlı araçlar sunmaktadır. Bu yönüyle karar alma teorisi bireysel ya da toplumsal davranışlar olsun sosyal bilimlerde ve doğa bilimleri açısından en basitten en karmaşık süreçlere kadar faydalı bulgular sunabilmektedir.

1.2. Temel Çerçeve ve Karar Tablosu

Bireysel olsun toplumsal olsun **karar denilen şey; iki ya da ikiden fazla alternatif arasından seçim yapma işidir**. Seçim neticesinde birtakım sonuçların meydana gelmesi beklenmektedir. Seçim sözlü ya da eylemsel bir tercih olabilir.

Aşağıda basit bir karar tablosu yer almaktadır. Bilgisayarına bir program indirmek isteyen öğrenci güvenlik uyarısıyla karşı karşıya kalmıştır. Uyarı doğrultusunda iki alternatifli bir durum vardır: “A1: Virüs içeren bir program” ya da “A2: virüs içermeyen bir program”. Öğrenci bu iki alternatif karşısında şöyle bir seçimle karşı karşıyadır; “E1: ya programı indirecektir” ya da “E2: programı indirmekten vazgeçecektir”. Seçim sonrası ise şu sonuçlarla karşı karşıya kalacaktır: “Q1: Bilgisayarına Virüs bulaşacaktır” ya da “Q2: Virüs bulaşmayacaktır”. Tüm seçim, alternatif durumlar ve sonucu aşağıdaki kümeler üzerinden özetlemek mümkündür.

Seçim Kümesi: {E1, E2}

Alternatif Durumlar Kümesi: {A1, A2}

Sonuç Kümesi: {Q1,Q2}

Şekil 1.1: Karar Tablosu

	Virüs Mevcut	Virüs Mevcut Değil
Program İndir	Virüs Bulaştı	Virüs Bulaşmadı
Program İndirme	Virüs Bulaşmadı	Virüs Bulaşmadı

Bu örneği biraz daha gerçekçi bir karar tablosuna taşımak mümkündür. Öğrenci aynı seçim durumuyla karşı karşıya kalsın ancak bu sefer bilgisayarında virüs programı olsun. Virüs programının virüsü tespit edip, edemem durumuna göre farklı sonuçlarla karşılaşmak mümkündür. **Bu durumda da karşılaşılabilecek sonuçlar yine değişmeyecektir ancak virüs programının %100 etkin olması dışında.**

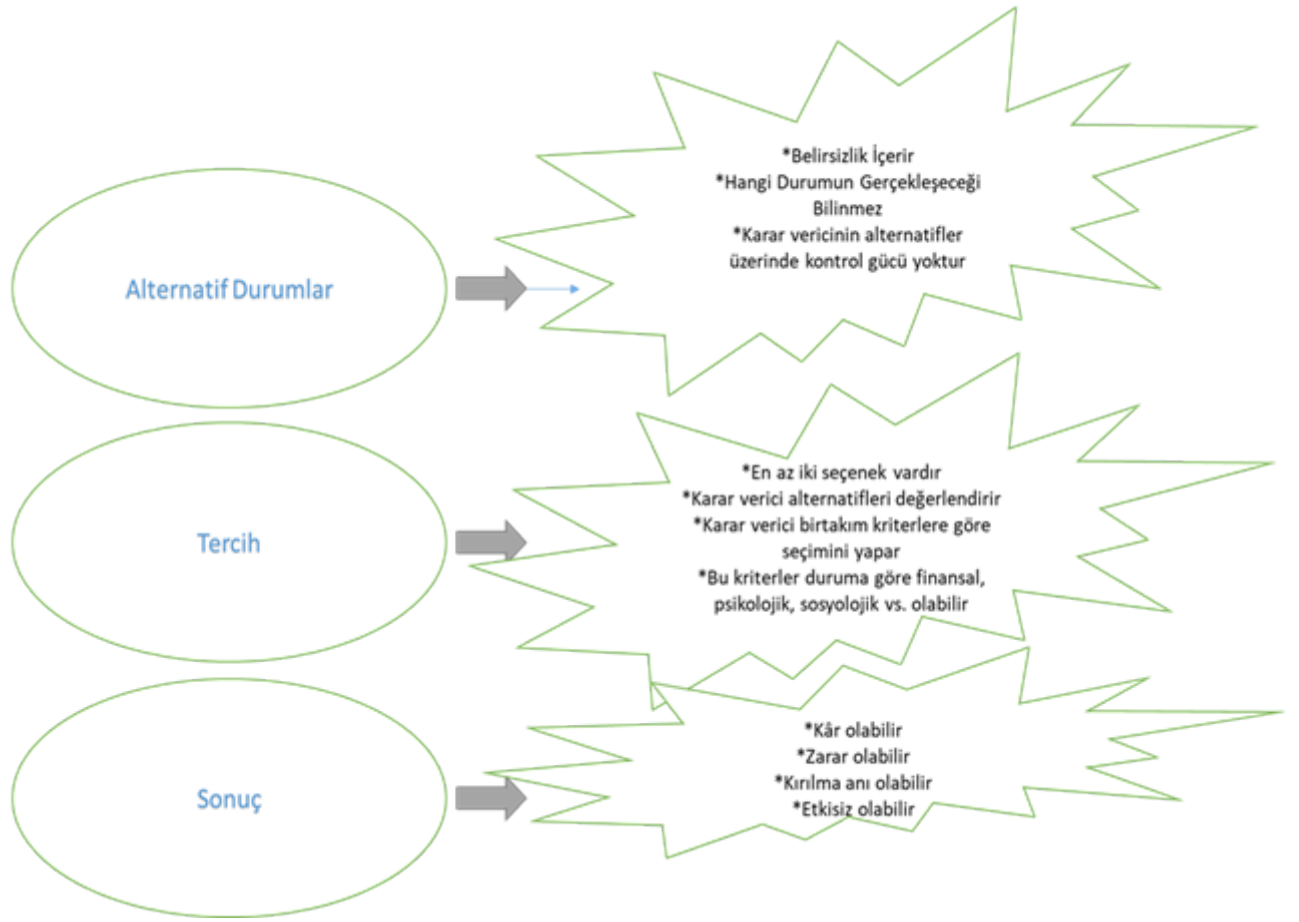
Şekil 1.2: Karar Tablosu

	Virüs Mevcut	Virüs Mevcut	Virüs Mevcut Değil
Program İndir	Virüs Bulaştı (Program Edemedi) Tespit	Virüs Bulaşmadı (Program Edemedi) Tespit	Virüs Bulaşmadı
Program İndirme	Virüs Bulaşmadı	Virüs Bulaşmadı	Virüs Bulaşmadı

Yukarıdaki iki karar tablosu örneğinde de görüleceği gibi herhangi bir karar alma sürecini duruma göre farklı şekillerde modellemek mümkündür. Karar alma probleminin nasıl kurgulanacağı hangi şartlar altında kararın verildiğine göre ya da hangi faktörlerin kararı etkilediğine göre değişebilmektedir. Şekil 1.2'deki Karar Tablosu'nda öğrenci açısından bilgisayarında virüs programının olması güvenli olmasa bile eriştiği kaynaktan program indirmesini tercih etmesini etkileyebilecek bir faktördür.

Basit olsun olmasın, **karar tablosundaki alternatif durumların matematiksel olarak birbirleriyle kesişmiyor olması gerekmektedir.** İç içe geçmiş alternatif durumları karar tablosunda yukarıdaki örnekler gibi göstermek mümkün değildir. Örnek vermek gerekirse, virüs ya vardır, ya yoktur; bir insan intihar ettiğinde ya ölür, ya da canlı kalır; penaltı atan futbolcu ya gol atar ya da atmaz; bir insan hem ölüp hem de canlı kalmaz; bir top hem gol olup hem de auta gidemez. Karar teorisi bağlamında herhangi bir sorunun nasıl kurgulanacağı ya da tasarlanacağı oldukça önemli bir konudur. Bu tasarımın en kilit noktası alternatif durumların iyi şekilde kurgulanmasından geçmektedir.

Aşağıdaki şemada karar tablosundaki unsurlarla ilgili birtakım temel açıklamalar bulunmaktadır.



Şema 1: Karar Tablosu Unsurları

Karar vericinin alternatif durumlar üzerinde kontrol gücünün olmaması ve belirsizlik alternatif durumlarla ilgili öne çıkan açıklamalardır. Karar vericinin seçimlerini birtakım kriterlere göre yapması diğer önemli açıklamadır. Bu kriterler karar vericinin bulunduğu koşullara ve amacına göre psikolojik olabileceği gibi, birtakım finansal kaygılardan ötürü de bireyler tercihlerini yapabilmektedir.

Karar teorisiyle ilgili birtakım tanımlamalara ve tartışmalara değinildikten sonra şöyle bir basit bir ifade kullanmak konunun anlaşılması açısından faydalı olacaktır. Karar teorisi, birtakım belirsizlikler altında seçimlerimizin ya da eylemlerimizin nasıl sonuçlar doğurduğunu inceleyen bir disiplindir. **En genel ve basit haliyle karar teorisinin konu edindiği karar tablosu aşağıdaki gibidir.**

	Durum 1	Durum 2
Tercih 1	A	B
Tercih 2	C	D

Şekil 1.3: Karar Tablosu

Tercihler bir yönüyle karşılaşılan opsiyonlardır. **Durumlar** ise tercihlerimiz neticesinde nasıl sonuç alınacağını etkileyen hallerdir. A,B, C ve D harfleriyle ifade edilenler ise sonuçların ölçüldüğü ya da sıralandığı değişkenlerdir.

	Durum 1	Durum 2
Tercih 1	5	8
Tercih 2	10	12

Şekil 1.4: Karar Tablosu

Yukarıdaki karar tablosundaki sonuç kısmında yer alan sayılar, tercihlerimiz neticesinde meydana gelen sonuçların ölçüldüğü göstermektedir. 12'nin sayı doğrusunda 10'dan büyük olması gibi karar tablosunda da büyük sayıların **şimdilik** daha iyi sonuç anlamına geldiği varsayılmaktadır.

	Takımın Kazandı	Takımın Kaybetti
Maç İzle	8	1
Ödev yap	4	6

Şekil 1.5: Karar Tablosu

Yukarıdaki karar tablosu birçoğumuzun durumunu ifade etmesi açısından kullanışlıdır. Tuttuğun takımın maçı ve aynı zamanda yetiştirmen gereken bir ödevin olduğunu düşün. Eğer maçı izleyip, tuttuğun takım kazanırsa bu en iyi sonuçtur. Maçı izleyip, tuttuğun takımın kaybetmesi en kötü sonuçtur ve aynı zamanda ödevini yapmak için zamanının çoğunu da kullandın. Ödev yapmayı tercih ettiğinde ise, tuttuğun takımın maçı kazanması seni biraz üzebilir ama ödevini yaptığın için çok da üzmez, bir yönüyle buruk sevinç. Ödevini yapman durumunda, tuttuğun takımın maçı kaybetmesi bir yönüyle seni teselli edecektir en azından ödevini yaptın ve takımının nasıl kaybettiğini izlemedin.

Bireyin tercihleri ve neyi önemseyip önemsemediğine göre burada sonuçları temsil eden sayılar değişebilmektedir. Aşağıdaki aynı karar probleminde, takımının kazanmasını önemseyen bir öğrenci ödevini yapıp, maçı izlemese bile takımının kazanmasından ötürü daha iyi hissedebilir kendisini. Bu nedenle {Ödev yap, Takımın kazandı} sonucunu gösteren değer 4'ten 6'ya yükseltilebilir ya da {Ödev yap, Takımın kaybetti} sonucunu gösteren değer 6'dan 4'e düşebilir.

	Takımın Kazandı	Takımın Kaybetti
Maç İzle	8	1
Ödev yap	6	4

Şekil 1.6: Karar Tablosu

Bu ve benzeri farklı sayısal örneklerin dayandığı kritik nokta, durumların nasıl en iyi şekilde kurgulanarak ve ölçülerek karar tablosunun oluşturulacağıdır.

Karar tablosuyla ilgili daha da farklı örnekler vermek mümkündür. Bazı tercihlerimiz başkalarıyla olan iletişimize göre şekillenmektedir. Örneğin iki kişilik oynanan kâğıt, makas, taş oyununu düşünelim. Bu oyun önceki örneklerden oldukça farklı zira bu karar tablosunda diğer oyuncunun seçimleri de yer almaktadır. Bu tarz rekabetin bulunduğu oyunları farklı tasarlamak gerekmektedir.

Şekil 1.7: Taş, Kâğıt ve Makas Oyunu

	Taş	Kağıt	Makas
Taş	0	-1	1
Kağıt	1	0	-1
Makas	-1	1	0

Eş anlı oynanan ve sonucu rakibinizin seçimiyle belirlenen bu örnekte, her iki taraf aynı seçimi yaptığında; {Taş, Taş}, {Kağıt, Kağıt} ya da {Makas, Makas} kazanan olmamaktadır. Kazanan olmama durumu bu örnekte 0 değeriyle gösterilmiştir. Kaybeden -1, kazanan ise 1 ile gösterilmektedir. Bazı karar tabloları rekabet yerine koordinasyona dayanmaktadır. İki kişinin rakip olup, -1 ya da 1 şeklinde kazanacakları ya da kaybedecekleri sonuçlar yerine birlikte hareket etmeleri daha iyi sonuç verebilmektedir. 1'den fazla kişiden oluşan karar tablolarında iyi kurgu için kişilerin rakip mi yoksa koordinasyon içerisinde mi olacaklarını tespit etmek gerekmektedir. Karar teorisindeki geleneksel yaklaşım ortaya çıkacak sonucun bireylerin seçiminden etkilendiği şeklindeyken, modern yaklaşım daha çok oyun teorisine dönüşmüştür. Oyun teorisi yaklaşımı birbiriyle iletişim halindeki aktörlerin seçimine dayanmaktadır. Bu derste ilk etapta karar teorisinin geleneksel bakış açısına yer verilecektir. Ardından oyun teorisinin modern bakış açısı da ders kapsamında ele alınacaktır.

Karar teorisi ve analiziyle ilgili diğer önemli bir konu ise alternatif durumların gerçekleşme ihtimalidir. Maç izleme ve ödev yapma seçimleri örneğinde, eğer tuttuğun takımın maçı kazanma ihtimali yüksek ise, bu yüksek ihtimal yapacağın seçimi etkiler. Tuttuğun takımın kazanma ihtimali düşük olsa bile bazen umut, yani düşüğe olsa kazanma ihtimali, fanatik olup olmama durumuna göre seçimimizi etkileyebilmektedir. Bireylerin ve toplumların tercihlerini analiz ederken, modern karar teorisinin sıklıkla başvurduğu yaygın bir araç olan olasılık bu ders kapsamında incelenecek diğer önemli alanlardan bir tanesidir. Özellikle belirsizlik durumunda riskleri tespit etmek ve sonuçlara nasıl etki edebileceğini göstermek için olasılık ve koşullu olasılık teorisi önemli bulgular sunabilmektedir. İstatistik altında bir branş olan istatistiksel karar teorisi 1950 yılından itibaren olasılıkları kullanmaktadır. Bu branş daha ziyade olası alternatifler arasında hangi kararın en iyi olduğunu incelemektedir. Bu inceleme esnasında başvuru temel yaklaşım, alternatiflerin gerçekleşme ihtimalinin nasıl hesaplanacağı ya da dışsal olarak bilinen ihtimallerin karar alma süreçlerine nasıl dahil edileceğidir.

Bölüm Özeti

Bu bölümde ilk olarak karar teorisinin tanımı yapılmış ve bu konuyla ilgili bazı tartışmalara yer verilmiştir. Sosyal bilimcilerin, matematikçilerin, felsefecilerin, mühendislerin ya da istatistikçilerin bireylerin ya da grupların nasıl karar aldıklarını ya da almaları gerektiğini anlamak için ortaya çıkan disiplini karar teorisi olarak tanımlamak mümkündür.

Daha sonra karar teorisinin türleri üzerinden konunun çeşitli yönleri anlaşılmaya çalışılmıştır. Normatif ve Betimleyici karar teorisi yaklaşımlarının birbirlerinden nasıl farklılaştığı örnekler üzerinden anlaşılmaya çalışılmıştır. Normatif karar teorisi hangi değerler, ilkeler ya da normlar üzerinden karar alma süreçlerinin gerçekleştirilmesi gerektiğini açıklamaya çalışırken, betimleyiciler ise kararın nasıl alındığını tanımlamaya, açıklamaya çalışmaktadırlar.

Son olarak karar tablosu konusu ele alınmış ve karar tablosunun nasıl oluştuğu hangi unsurlar tarafından belirlendiği işlenmiştir. Basit olsun olmasın, karar tablosundaki alternatif durumların matematiksel olarak birbirleriyle kesişmiyor olması gerekmektedir. Örnek vermek gerekirse, virüs ya vardır, ya yoktur; bir insan intihar ettiğinde ya ölür, ya da canlı kalır; penaltı atan futbolcu ya gol atar ya da atmaz; bir insan hem ölüp hem de canlı kalmaz; bir top hem gol olup hem de auta gidemez. Karar teorisi bağlamında herhangi bir sorunun nasıl kurgulanacağı ya da tasarlanacağı oldukça önemli bir konudur. Bu tasarımın en kilit noktası alternatif durumların iyi şekilde kurgulanmasından geçmektedir.

Kaynakça

Hansson, S. O. (1994). *Decision theory. A brief introduction. Department of Philosophy and the History of technology. Royal Institute of Technology. Stockholm.*

Weatherson, B. (2008). *Decision making with imprecise probabilities. Ms., Dept. of Philosophy, University of Michigan.*

Weatherson, B. (2015). *Lecture Notes on Decision Theory*, <http://brian.weatherson.org/DTBook-15.pdf>, Ocak 2023.

Resnik, M. D. (1987). *Choices: An introduction to decision theory.* U of Minnesota Press.

North, D. W. (1968). *A tutorial introduction to decision theory. IEEE transactions on systems science and cybernetics, 4(3), 200-210.*

Ünite Soruları

Soru-1 :

Bireylerin ya da grupların nasıl karar aldıklarını ya da almaları gerektiğini anlamak için ortaya çıkan disiplinin adı nedir?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - Tercih Teorisi
- (•) - Karar Teorisi
- (•) - Görüş Teorisi
- (•) - Fayda Teorisi
- (•) - Uygulama Teorisi

Cevap-1 :

Karar Teorisi

Soru-2 :

Karar teorisinin gelişimine aşağıdaki hangi bilimlerin katkısı söz konusudur?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - Ekonomi, Psikoloji ve Sinir Bilimleri
- (•) - Psikoloji, Sinir ve Davranış Bilimleri
- (•) - Mantık, Matematik, Ekonomi ve Psikoloji Bilimleri
- (•) - Sosyal Bilimler
- (•) - Tüm Bilimler

Cevap-2 :

Tüm Bilimler

Soru-3 :**Karar teorisinde kullanılan modellerin amacı nedir?**

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - Tamamen bilimsel kaygılarla soyut analizler yapmaktır.
- (•) - İnsan ve toplum davranışlarının arkasında yatan duyguları anlamaya çalışmaktır.
- (•) - Gerçek hayatta insan ve toplumların nasıl davrandıklarını ya da davranacaklarını açıklamaktır.
- (•) - Soyutlama yaparak insan davranışlarını açıklayan mutlak doğruları ortaya koymaya amaçlamaktadır.
- (•) - Neden, niçin vs. sorularını sorarak canlıların davranışlarını açıklamaya çalışmaktadır.

Cevap-3 :

Gerçek hayatta insan ve toplumların nasıl davrandıklarını ya da davranacaklarını açıklamaktır.

Soru-4 :**Karar teorisiyle ilgili farklı bilimlerin ya da perspektiflerin açıklama çabası kaotik görünse de, bu yaklaşımlar genel olarak ikiye ayrılmaktadır. Bu iki yaklaşım aşağıdakilerden hangisidir?**

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - Normatif/Betimleyici
- (•) - Normatif/Tanımlayıcı
- (•) - Açıklayıcı/Normatif
- (•) - Betimleyici/Davranış
- (•) - Etkisiz/Betimleyici

Cevap-4 :

Normatif/Betimleyici

Soru-5 :

Karar teorisiyle ilgili *“hazır bir kıyafetin rastgele bir bedene giydirilmesine benzemektedir”* sözü ne için kullanılmaktadır?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - İnsan ve toplum davranışlarını açıklamaya çalışan görüşlerin belirli kısıtları olduğunu
- (•) - İnsan ve toplum davranışlarını açıklamaya çalışan görüşlerin tamamen başarısız olduğunu
- (•) - İnsan ve toplum davranışlarını açıklamaya çalışan görüşlerin gerçek hayatta bir karşılığının olmadığını

(•) - İnsan ve toplum davranışlarını açıklamaya çalışan görüşlerin gerçek hayatı açıklamada gücünün şansa bağlı olduğunu

(•) - İnsan ve toplum davranışlarını açıklamaya çalışan görüşlerin gerçek hayatı açıklamada çok kullanışlı olduğunu

Cevap-5 :

İnsan ve toplum davranışlarını açıklamaya çalışan görüşlerin belirli kısıtları olduğunu

Soru-6 :

Karar denilen şey; seçim yapma işidir. Cümlesindeki boşluğa uygun olan seçenek hangisidir?

(Çoktan Seçmeli)

(•) - En az 3 alternatif arasında

(•) - En az 2 karar arasında

(•) - En az 2 alternatif arasında

(•) - En az 3 karar arasında

(•) - En çok 2 tercih arasında

Cevap-6 :

En az 2 alternatif arasında

Soru-7 :

Yukarıdaki karar tablosunda sırasıyla *kaç seçim, kaç durum ve kaç sonuç* bulunmaktadır?

(Çoktan Seçmeli)

(•) - 2, 2, 2

(•) - 2, 3, 4

(•) - 2, 2, 4

(•) - 4, 2, 4

(•) - 2, 3, 3

Cevap-7 :

2, 3, 3

Soru-8 :

Seçim Kümesi: {E1, E2, E3} , Alternatif Durumlar Kümesi: {A1, A2} ,Sonuç Kümesi: {Q1,Q2} olan karar tablosu aşağıdaki şekillerden hangisine benzer?

(Çoktan Seçmeli)

Cevap-8 :

Soru-9 :

Karar tablosundaki alternatif durumlarla ilgili aşağıdaki hangi ifade doğrudur?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - Karar vericinin alternatif durumlar üzerinde kontrolü mevcuttur.
- (•) - Karar vericinin alternatif durumlar üzerinde kontrolü sınırlıdır.
- (•) - Karar vericinin alternatif durumlar üzerinde kısmi de olsa kontrol gücü vardır.
- (•) - Karar verici alternatif durumlardan hangisinin gerçekleşeceğini öngörür.
- (•) - Karar vericinin alternatif durumlar üzerinde kontrolü söz konusu dahi olamaz.

Cevap-9 :

Karar vericinin alternatif durumlar üzerinde kontrolü söz konusu dahi olamaz.

2. TEMEL AKIL YÜRÜTME STRATEJİLERİ

Birlikte Düşünelim

- Akıl yürütmek ne şekilde gerçekleşir?
- Baskın ya da dominant tercih nedir?
- Maksimax ile maksimin kuralı arasındaki fark nedir?
- Fayda konusuna karar teorisyenleri nasıl yaklaşmaktadır?
- Marjinal fayda nedir? Kararlarımızda marjinal fayda neden önemlidir?

Başlamadan Önce

Bu üniteye öncelikle akıl yürütmeye yaygın yöntemlerden biri olan baskın ya da dominant kararın ne olduğu üzerinde açıklamalar yapılacaktır. Ardından maksimax ve maksimin kurallarının nasıl uygulandığı örnekler üzerinden anlaşılmasına çalışılacaktır. Daha sonra karar tablosu ve karar ağacı arasındaki fark vurgulanacaktır.

Fayda konusunda iki temel yaklaşım olan ordinal ve kardinal bakış açıları da yine çeşitli örnekler üzerinden açıklanacak ve bu tarz yaklaşımların barındırması gereken temel özellikler ele alınacaktır. Ünite sonunda karar alma süreçlerini etkileyen marjinal fayda kavramı incelenecektir.

2.1. Baskın Akıl Yürütme

Karar alma süreçleriyle ilgili en basit olarak şu kuralı söylemek mümkündür: **Asla kaybedeceğin kararı alma**. Bu konuyla ilgili farklı alternatif durumlar mevcuttur ve şimdi bu durumları sırasıyla inceleyelim.

A tercihi *her durumda* B tercihinden daha iyi sonuçlar veriyorsa, A tercihini **güçlü baskın** strateji olarak tanımlamak mümkündür. A tercihi en az B tercihi kadar daha iyi sonuçlar veriyorsa bu sefer A'yı tercih etme stratejisine **zayıf baskın** denilmektedir. Eğer ki A her durumda B'den daha iyi sonuç veriyorsa, yani A B'ye **güçlü baskın** ise A B'ye tercih edilmelidir. Eğer A B'ye güçlü baskın ise aynı zamanda zayıf baskındır, ancak tersi doğru değildir. Başka bir ifadeyle, eğer A B'ye zayıf baskın ise bu A'nın B'ye güçlü baskın olacağı anlamına gelmez. Konuyu örnek üzerinden daha iyi anlamaya çalışalım.

Şekil 2.1: Karar Tablosu

	Takımın Kazandı	Takımın Kaybetti
Maç İzle	4	2
Ödev yap	8	6

Baskın strateji karar alma süreçlerinde sıklıkla kullanılan bir yaklaşımdır. 1.Bölümde kullanılan karar tablosunu baskın strateji gözünden tekrardan ele almak faydalı olacaktır. Ödevini son dakikaya bıraktığında kötü bir puan alacağını ve ödevini iyi yapmanın mezuniyete etkisinin yüksek olduğunu varsayalım. Bu durumda karar alma tablosunu yukarıdaki gibi kurgulamak doğru olacaktır. Takımın kazanması durumunda ödevini yapmanın daha iyi bir sonuç vereceği ortadadır çünkü sekiz dörtten büyüktür ($8 > 4$). Takımın kaybetmesi durumunda da ödev yapmak daha iyi bir sonuç verecektir çünkü altı ikiden büyüktür ($6 > 2$). Her

iki durumda da ödevi yapmak en iyi stratejidir. Bu karar alma tablosunda baskın seçim ödev yapmaktır. **Başka bir ifadeyle, ödev yapmak maç izlemeye güçlü baskındır.**

Şekil 2.2: Karar Tablosu

	Durum 1	Durum 2
Tercih 1	5	8
Tercih 2	10	12

Yukarıdaki karar alma tablosunda ise Tercih 2 Tercih 1'e güçlü baskındır çünkü on beşten ($10 > 5$) ve on iki sekizden ($12 > 8$) büyüktür.

Şekil 2.3: Karar Tablosu

	Durum 1	Durum 2
Tercih 1	5	8
Tercih 2	5	12

Yukarıdaki karar alma tablosunda ise Tercih 2 Tercih 1'e **zayıf baskındır** çünkü beş beşe eşit ($5 = 5$) ve on iki sekizden ($12 > 8$) büyüktür.

Baskın tercihler günlük hayatımızda net bir şekilde kendisini göstermeyebilir. Anlık korkular, kaygılar, endişeler ya da acelecilik baskın stratejiyi göz ardı etmemizin nedeni olabilir. Örneğin, tehlikeli olduğunu düşündüğünüz bir bölgeye arabanızla gittiğinizde aracınızı park etmek istediğiniz yere bir değnekçi gelip sizden 20 TL park ücreti isteyebilir. Bu durum gece vakti ise tehlike biraz daha fazla olabilir. Arabanıza zarar gelmemesi için 20 TL'yi vermek durumunda kalabilirsiniz. Ancak arabanıza zarar geldiğinde zararı yine siz karşılayacaksınız işler biraz karışacaktır. 20 TL'lik resmi olmayan park ücretini arabanıza zarar gelmemesi için ödeseniz bile değnekçinin bu konuda hiçbir sorumluluğu bulunmamaktadır.

Şekil 2.4: Karar Tablosu

	Araba Sağlam	Kaporta Çizik
20 TL Öde	-20 TL	-1020 TL
20 TL Ödememek	0	-1000 TL

Yukarıdaki karar alma tablosunda arabada meydana gelecek kaporta masrafını da aracın sahibi üstleneceği için baskın tercih burada "20 TL Ödememek"tir. **Buradaki dikkat edilmesi gereken nokta** 1. Bölümde bahsedilen alternatif durumların (araba sağlam; kaporta çizik) benim tercihime göre değişmesi durumudur. 20 TL ödeme yapma durumunda kaportanın çizilme ihtimali oldukça düşecektir inancı vardır. Değnekçi sizin 20 TL ödememeniz durumunda arabaya zarar verileceğini düşündüğünüzü bildiği için size bu teklifi yapmaktadır. Bu inanç ve yorumlama biçimi araba sahibi değnekçiye 20 TL ödeme yapma tercihine yöneltmektedir.

Sonuç olarak şunu belirtmek gerekir ki, alternatif durumlar bizim tercihlerimizden bağımsız bir şekilde ortaya çıkacaktır varsayımıyla baskın seçimlerimizi yapmaktayız. Eğer ki seçimlerimiz ortaya çıkacak alternatif durumları etkileyecekse o zaman karar alma tablosunu bu şekilde oluşturamayız. Seçimlerimizle alternatif durumlar arasında bir ilişki yoktur varsayımı kuvvetli bir varsayımdır. Bu konu ileriki bölümlerde daha geniş bir şekilde tartışılacaktır.

Baskın tercih ya da seçim kullanışlı bir araç ya da kural gibi gözükse de bazı durumlarda uygulanması kolay değildir. Bu kurallardan bazılarını şimdi incelemeye başlayacağız.

2.2. Maksimax ve Maksimin Kuralları

Maksimax kuralı mümkün olan en iyi sonucu maksimize etmeye çalışırken, maksimin ise en düşük olası sonucu maksimize etmeye çalışmaktadır. Bunu örnek üzerinden açıklamak faydalı olacaktır.

Şekil 2.5: Karar Tablosu

	Takımın Kazandı	Takımın Kaybetti
Maç İzle	8	1
Ödev yap	6	4

Yukarı karar alma tablosunda takımımızın kazanmasını isteriz ve bu durumda maç izlemeyi tercih ederiz. Takımımızın kaybetmesi durumunda ise ödev yapmayı tercih ederiz. Buradaki en kötü senaryo ise maçı izlemeyi tercih etmemiz ve takımımızın maçı kaybetmesidir. Maksimin kuralı en kötü durum olan takımın kaybetmesi durumunda en iyi sonuç almamızı yani ödev yapmamızı söylemektedir. Başka bir ifadeyle, en kötü durumda en iyi sonucu alma kuralının adı maksimindir. Konuyla ilgili farklı örnekleri analiz etmek faydalı olacaktır.

Şekil 2.6: Karar Tablosu

	Durum 1	Durum 2	Durum 3	Durum 4
T1	6	1*	1*	3
T2	0*	5	4	8
T3	7	5	5	2*
T4	6	7	5	4*

Yukarıdaki karar alma tablosunda 4 farklı durum ve 4 farklı tercih bulunmaktadır. Her bir tercih için minimum olan sonuçlar yıldız ile işaretlenmiştir. Bu 4 tercih arasından yani bu 4 minimum sonuç getirecek tercih arasından hangisi seçilmelidir?

Maksimin kuralına göre en düşük sonuç veren bu 4 tercihten en maksimum sonuç olan T4 tercih edilmelidir.

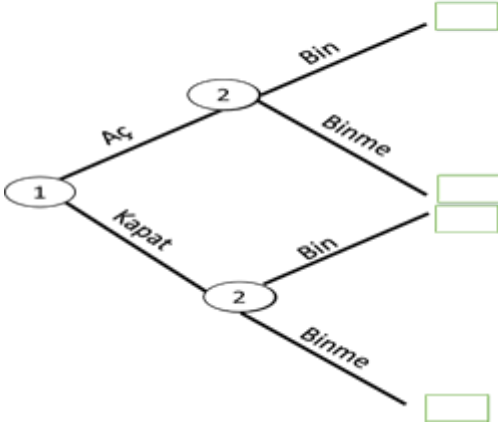
Şekil 2.7: Karar Tablosu

	Durum 1	Durum 2	Durum 3	Durum 4
T1	6*	1	1	3
T2	0	5	4	8*
T3	7*	5	5	2
T4	6	7*	5	4

Aynı karar alma tablosuna maksimax açısından bakıldığında ise bu 4 farklı tercihten en yüksek sonuç verenler yıldız ile işaretlenmiştir. **Maksimax kuralına göre en iyi sonuç verenler arasından maksimum olanı yani T2 tercih edilmelidir.**

2.3. Karar Ağaçları

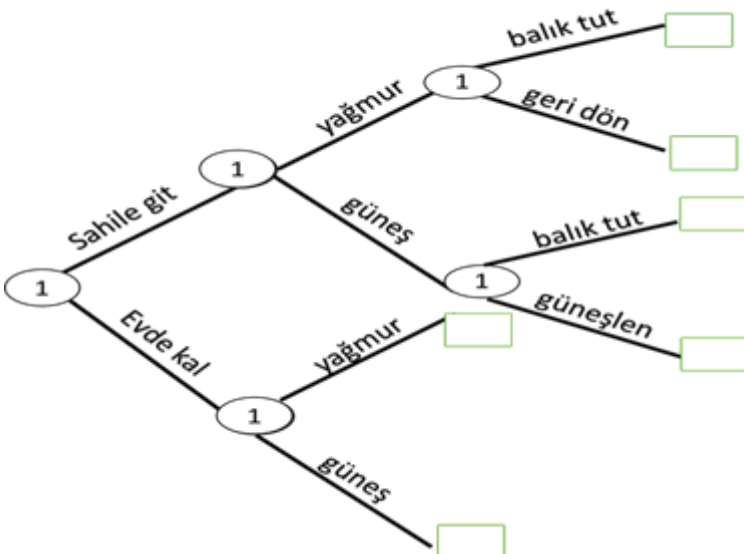
Karar alma sürecini bir kereye mahsus, anlık bir eylem gibi görmek yerine birbirini izleyen olaylar ya da durumlar zinciri gibi zamana yayılan bir süreç olarak tanımlamak ta mümkündür. Karar alma tablosu yerine, *olaylar ya da durumlar zincirine bağlı zamana yayılan karar alma süreçlerini karar ağaçlarıyla göstermek* daha uygundur. Herhangi bir ağacın gövdesine bağlı dallarından esinlenilerek tasarlanan karar ağaçları, kollar ve kolların bağlı olduğu daire ya da kutulardan meydana gelmektedir. Karar ağaçlarında ortaya çıkacak sonuç dalların sonunda yazmaktadır.



Şekil 2.8: Karar Ağacı

Yukarıda karar ağacı 2 kişinin birbirine bağlı karar zincirlerini resmetmektedir. 1. Kişinin aç ya da kapatma kararı sonrasında 2. Kişi bin ya da binme kararı vermektedir. Sonlardaki kutular ise 1. ve 2. Kişilerin aldıkları kararların neticesinde elde ettikleri sonuçları göstermektedir. Karar ağaçlarında 2. Kişi 1. Kişinin hangi karar aldığını kimi durumlarda gözlemleyebilirken, kimi durumlarda ise gözlemleyememektedir.

Karar ağaçları belirli durumlarda karar tablolarından daha kullanışlı olabilmektedir. Örneğin aşağıdaki karar ağacında sadece 1 kişi bulunmaktadır. İlk etapta sahile gitmek ya da evde kalmak arasında karar vermesi gereken kişi, 2. Aşamada havanın yağmurlu ya da güneşli olması durumuna göre 2. Kararını yani güneşlenmeyi, geri dönmeyi ya da balık tutmaya karşılaştırmaktadır. 2 aşamalı bu karar alma süreci karar ağacıyla daha iyi tasarlanmaktadır.



Şekil 2.9: Karar Ağacı

Belirli koşullar sağlanması durumunda karar ağaçları karar tablosuna, karar tabloları da karar ağaçlarına dönüştürülebilir. Yukarıdaki 2 aşamalı karar ağacını tek seferlik karar tablosuna çevirmek için tüm alternatif durumları seçim stratejilerine dönüştürmek gerekmektedir. Örneğin;

Strateji 1: Kişi sahile gidecek; eğer yağmur yağarsa, balık tutacak; eğer hava güneşli ise, balık tutacak.

Strateji 2: Kişi sahile gidecek; eğer yağmur yağarsa, geri dönecek; eğer hava güneşli ise, güneşlenecek.

Strateji 3: Kişi evde kalacak; eğer yağmurluysa, ...; eğer güneşliyse, ...

Şimdi bu üç strateji karar tablosuna şu şekilde yerleştirilebilir.

Şekil 2.10: Karar Tablosu

Yağmurlu/Geri Dön Yağmurlu/Balık Tut Güneşli/Güneşlen Güneşli/Balık Tut

S1

S2

S3

Yukarıdaki tablodan da görüleceği gibi karar ağacıyla ifade edilen süreçleri tek aşamalı karar tablosuna dönüştürmek pek kullanışlı olmamaktadır.

2.4. Ordinal ve Kardinal Fayda Yaklaşımı

Belirli durumlarda kendimize ya da geleceğe dönük kısıtlı bilgiler ya da gelişecek olay durumunda nasıl davranacağımızı bilememe hali karar alma sürecini karmaşık hale getirebilmektedir. Gelişecek olaylar bilinmese de hangi olayın bizi daha mutlu edeceğini ya da daha faydalı sonuçlar doğuracağını kestirebilmek mümkündür. Böyle durumlarda fayda teorisi kullanışlı bir analiz imkânı vermektedir.

Faydayı insan isteklerinin tatmin edilmesi şeklinde genel bir tanıma oturtmak mümkündür. Tanımından da anlaşılacağı üzere göreceli ve subjektif bir kavramdır, fayda. Zaman, mekân ve kişiye göre çok zıt değişkenlikler gösterebilir. Örneğin, alkol sağlık için zararlıdır ama alkolik biri için yüksek fayda sunabilir.

Teknik olarak fayda kavramı giriş düzeyinde ordinal ve kardinal şeklinde 2'ye ayrılmaktadır. Ordinal fayda, bir tercih ya da seçim sonucu elde edilecek faydanın sıralanabileceğini söylerken, kardinal fayda teorisi ise elde edilecek faydanın ölçülebileceğini ifade etmektedir. Ordinal yani sıralı fayda yaklaşımı alternatifler arasında elde edilecek faydaya göre seçimleri sıralamaktadır. En yüksek fayda vereceği düşünülen tercih ya da eylem ilk sıraya, diğerleri de fayda düzeyine göre alt sıralara yazılmaktadır. Kardinal fayda da ise her sonucun bir rakamsal fayda düzeyi bulunmaktadır. Kardinal fayda yaklaşımında rakamlardaki değişikliğin derecesi elde edilecek faydadaki değişimle ilişkilidir.

Belediye başkanlığı seçiminde şu 3 adayı sıralayınız şeklindeki bir anketin cevabı ordinal fayda teorisiyle açıklanmaktadır. Seçmenler ilk sıraya yazdıkları adayın en yüksek faydayı sağlayacağını, en son sıraya yazdıkları adayın ise en düşük faydayı sağlayacaklarını düşünmektedirler. Burada faydanın ne olduğundan, nasıl ölçüldüğünden çok seçmen açısından en yüksek faydayı hangi adayın vereceği önemlidir. Akşam 3 arkadaşımızın ayrı ayrı aynı saatte bizi evine davet ettiğini düşünelim. Bu arkadaşlardan hangisinin davetine gideceğimizin kararı, bizim açımızdan o arkadaşın bize en yüksek faydayı vereceği anlamına gelmektedir. Son anda o arkadaş daveti iptal ettiğinde, ikinci sırada yer alan davet sahibi bizim açımızdan ikinci en iyi faydayı verecek alternatiftir.

Konuyu farklı bir örnek üzerinden daha iyi anlamaya çalışalım. TV İzlemek (T), maç yapmak (M) ve yüzmeye gitmek (Y) 3 farklı alternatif olsun, bu alternatiflerin nasıl sıralandığı ordinal fayda teorisi kapsamında ele alınmaktadır. Bu alternatiflere sahip olan bireyin adı Ali olsun. Ali'nin tercih sıralaması;

· T'yi tercih eder M'ye ise, bu tercih $T > M$ şeklinde gösterilmektedir.

· T ile M arasında kararsız ya da kayıtsız ise, bu tercih $T \sim M$ şeklinde gösterilmektedir. Burada \sim sembolü alternatifler arasında kayıtsız kalındığını ifade etmektedir.

· T yi en az M kadar tercih ediyorsa, bu $T \geq M$ şeklinde ifade edilmektedir. En az ifadesi burada hem kayıtsızlığı hem de tercih etmeyi kapsamaktadır. \geq sembolü hem \sim (kayıtsızlık) hem de $>$ (tercih eder) sembollerini içermektedir.

\geq sembolünün diğer bir adı da **zayıf tercihtir**. $T \geq M$ şeklindeki sıralamada Ali zayıf olarak T'yi M'ye tercih eder demek iki durumu içermektedir: 1. durum T'yi kesin olarak M'ye ($T > M$) tercih etmektedir ya da T ile M arasında ($T \sim M$) kayıtsızdır. Zayıf tercih ifadesi T'yi en az M kadar tercih etmektedir şeklinde de açıklanabilir.

$>$ sembolünün diğer adı ise **güçlü tercihtir**. $T > M$ şeklindeki bir sıralamada Ali kesinlikle T'yi M'ye tercih etmektedir. Bunun tersi olan $\neg (M \geq T)$ de doğrudur. \neg sembolü değildir anlamındadır. M'yi en az T kadar tercih etmekte **değildir**.

\sim kayıtsızlık sembolü aynı anda $M \geq T$ ve $T \geq M$ şeklinde de ifade edilmektedir. Başka bir ifade ile Ali T ile M arasında kayıtsız ise bu, M'yi en az T kadar ve T'yi en az M kadar tercih etmektedir anlamına gelmektedir.

Bu tarz tercih bağıntılarının sağlaması gereken bazı kurallar ya da bu tarz bağıntıları kullanmak için birtakım varsayımlar bulunmaktadır. Şimdi bu ortak kuralları (aksiyomları) inceleyelim.

1-Tamlılık (Completeness)

Ali karşısına çıkan iki alternatifle ilgili mutlaka tercihini beyan etmelidir. T ile M arasında ya $T > M$, ya $T \sim M$, ya $M > T$ ya da $M \geq T$ şeklinde tercihler ortaya konulmalıdır.

2-Yansımahlık (Reflexivity)

T en az T kadar tercih edilmelidir. Başka bir ifadeyle $T \geq T$ dir. Bir alternatif kendisiyle yansımalıdır.

3-Geçişkenlik (Transitivity)

Tercih teorisinde kritik ve en sık kullanılan aksiyom geçişkenliktir. T, M ve Y şeklinde 3 alternatifi olan Ali'nin tercihler arasında şöyle bir ilişki var ise, $T \geq M$ ve $M \geq Y$ ise geçişkenlik aksiyonu gereği Ali'nin T'yi en az Y kadar tercih etmesi ($T \geq Y$) beklenmektedir. Televizyon izlemeyi, maça gitmeye; maça gitmeyi, yüzmeye tercih eden Ali bu aksiyom gereği televizyon izlemeyi yüzmeye tercih etmelidir (**$T > M$ ve $M > Y$ ise $T > Y$** dir).

Eğer Ali televizyon izlemek ile maça gitmek arasında ve maça gitmek ile yüzmek arasında kayıtsız ise, televizyon izlemek ile yüzmek arasında da kayıtsız olmalıdır

(**$T \sim M$ ve $M \sim Y$ ise $T \sim Y$** dir).

Son bir örnek ile bu konuyu tamamlayalım.

Örnek

Araba satın almak isteyen Ali'nin markalar ilgili **sıralaması** aşağıdaki gibidir:

$X = \{\text{TOGG, Honda, Toyota, Mazda}\}$

Ali'nin Tercih Sıralaması



shutterstock.com · 2047605254



shutterstock.com · 1252975918



shutterstock.com · 1436199725



shutterstock.com · 1620010270

1-TOGG

2-Honda

3-Toyota-Mazda

Tamlılık aksiyomu gereği Ali'nin tüm ikili alternatiflerle ilgili tercihi yapmış olması gerekmektedir. Görüldüğü gibi Ali 4 farklı otomobil markasıyla ilgili tercihini sıralamıştır. 1. Sırada TOGG, 2. Sırada Honda ve 3. Sırada Toyota ve Mazda gelmektedir.

TOGG > Honda; Honda > Toyota; Honda > Mazda; Toyota ~ Mazda

Geçişkenlik aksiyomu gereği Ali'nin TOGG'u Toyota ve Mazda'ya tercih etmesi gerekmektedir. **TOGG > Toyota ve TOGG > Mazda.**

Kardinal fayda yaklaşımında ise matematiksel olarak bir ölçme söz konusudur. Faydanın bağlı olduğu faktör ne ise, bu faktörün artması ya da azalması matematiksel olarak faydayı etkilemektedir.

$$u(x) = 2x + 10$$

Yukarıda basit bir kardinal fayda fonksiyonu örneği bulunmaktadır. X'e bağlı bir fayda fonksiyonuna göre X'teki her artış elde edilecek toplam faydayı da arttırmaktadır.

X=1 iken, fayda $u(1)=12$

X=2 iken, fayda $u(2)=14$

X=3 iken, fayda $u(3)=16$

Görüleceği gibi X'teki her bir birimlik artış faydayı da 2 birim arttırmaktadır.

$$u(x) = 10x + 10$$

Yukarıdaki yeni örnekte ise X'teki her artış bu sefer faydayı 10 birim artırmaktadır. Aşağıdaki örnekte ise X'teki artış elde edilecek faydayı azaltmaktadır.

$$u(x) = -2x + 10$$

Faydanın bu tarz matematiksel olarak modellenmesi beraberinde birtakım analiz imkanlarını da sağlamaktadır. Faydayı maksimize eden X miktarı nedir? 10 birim fayda elde etmek için ne kadar X tüketmeliyim? Bir birimlik X artışı faydayı nasıl etkiler? vb. soruların cevabını matematiksel hesaplamalar yaparak vermek mümkündür.

Kardinal fayda yaklaşımında kullanılan temel kavramlar toplam ve marjinal faydadır. N birim malın tüketiminden elde edilen N adet faydanın toplamına toplam fayda denilmektedir. Başka bir ifadeyle, her bir malın tüketiminden elde edilen faydaların toplamıdır. Marjinal fayda ise toplam faydadaki birim değişimdir. Yukarıdaki fayda fonksiyonunda görüldüğü gibi X'teki her bir birimlik artışın toplam fayda da meydana getirdiği değişimdir. Matematiksel olarak marjinal fayda şu şekilde gösterilmektedir:

$$\text{Marjinal Fayda (MU)} = \frac{\text{Toplam Faydadaki Değişim}}{\text{X'teki değişim}}$$

$$MU = \frac{dU}{dX}$$

Toplam fayda ile marjinal fayda arasındaki temel ilişki şu şekildedir:

- Marjinal fayda pozitif olduğu müddetçe, toplam fayda yükselir.
- Marjinal faydanın sıfır olduğu noktada, toplam fayda maksimum seviyeye yükselir.
- Marjinal fayda azalıyorsa, toplam fayda düşer.
- Toplam faydanın maksimum olduğu noktaya doyum noktası denilir.

Bölüm Özeti

Bu ünite öncelikle akıl yürütmede farkında olmadan başvuru baskın ya da dominant kararın ne olduğu üzerinden birtakım örnekler verilmiştir. A tercihi *her durumda* B tercihinden daha iyi sonuçlar veriyorsa, A tercihi güçlü baskın strateji olarak tanımlamak mümkündür. A tercihi en az B tercihi kadar daha iyi sonuçlar veriyorsa bu sefer A'yı tercih etme stratejisine zayıf baskın denilmektedir. Daha sonra maksimax ve maksimin kuralları ele alınmıştır. Maksimax kuralı mümkün olan en iyi sonucu maksimize etmeye çalışırken, maksimin ise en düşük olası sonucu maksimize etmeye çalışmaktadır.

Bu ünite daha sonra karar ağacı konusuna giriş yapılmıştır. Karar alma sürecini bir kereye mahsus, anlık bir eylem gibi görmek yerine birbirini izleyen olaylar ya da durumlar zinciri gibi zamana yayılan bir süreç olarak tanımlamak ta mümkündür. Karar alma tablosu yerine, *olaylar ya da durumlar zincirine bağlı zamana yayılan karar alma süreçlerini karar ağaçlarıyla göstermek* daha uygundur.

Ardından fayda konusu ele alınmıştır. Faydayı insan isteklerinin tatmin edilmesi şeklinde genel bir tanıma oturtmak mümkündür. Fayda tanımından da anlaşılacağı üzere göreceli ve subjektif bir kavramdır. Ordinal ve kardinal fayda ayrımı yapılarak, bunlarla ilgili çeşitli örnekler verilmiştir. Ordinal fayda, bir tercih ya da seçim sonucu elde edilecek faydanın sıralanabileceğini söylerken, kardinal fayda teorisi ise elde edilecek faydanın ölçülebileceğini ifade etmektedir. Kardinal fayda yaklaşımında kullanılan temel kavramlar toplam ve marjinal faydadır. Bölüm toplam ve marjinal fayda arasındaki ilişkiyi vurgulayarak bitmektedir.

Kaynakça

Hansson, S. O. (1994). Decision theory. *A brief introduction. Department of Philosophy and the History of technology. Royal Institute of Technology. Stockholm.*

Weatherson, B. (2008). Decision making with imprecise probabilities. *Ms., Dept. of Philosophy, University of Michigan.*

Weatherson, B. (2015). Lecture Notes on Decision Theory, <http://brian.weatherson.org/DTBook-15.pdf>, Ocak 2023.

Resnik, M. D. (1987). *Choices: An introduction to decision theory.* U of Minnesota Press.

North, D. W. (1968). A tutorial introduction to decision theory. *IEEE transactions on systems science and cybernetics*, 4(3), 200-210.

Ünite Soruları

Soru-1 :

A tercihi **her durumda** B tercihinden daha iyi sonuçlar veriyorsa, A tercihini B'ye göre..... **karar** olarak tanımlamak mümkündür. ile işaretli yere aşağıdakilerden hangisinin gelmesi uygundur?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - zayıf baskın
- (•) - güçlü baskın
- (•) - zayıf dominant
- (•) - dominant baskın
- (•) - güçlü dominant

Cevap-1 :

güçlü baskın

Soru-2 :

A tercihi **en az** B tercihi kadar daha iyi sonuçlar veriyorsa, A tercihini B'ye göre **karar** olarak tanımlamak mümkündür. ile işaretli yere aşağıdakilerden hangisinin gelmesi uygundur?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - zayıf baskın
- (•) - güçlü baskın
- (•) - zayıf dominant
- (•) - dominant baskın
- (•) - güçlü dominant

Cevap-2 :

zayıf baskın

Soru-3 :

Yukarıdaki karar tablosunda Tercih 2'nin güçlü baskın karar olması için X ve Y yerine sırasıyla aşağıdaki ikililerden hangisinin gelmesi uygundur?

(Çoktan Seçmeli)

(•) - (X,Y)=(4,7)

(•) - (X,Y)=(8,7)

(•) - (X,Y)=(5,8)

(•) - (X,Y)=(8,4)

(•) - (X,Y)=(4,5)

Cevap-3 :

(X,Y)=(4,5)

Soru-4 :

Yukarıdaki karar tablosunda Tercih 2'nin **zayıf** baskın karar olması için X ve Y yerine sırasıyla aşağıdaki ikililerden hangisinin gelmesi uygundur?

(Çoktan Seçmeli)

(•) - (X,Y)=(4,7)

(•) - (X,Y)=(8,4)

(•) - (X,Y)=(5,8)

(•) - (X,Y)=(4,5)

Cevap-4 :

(X,Y)=(4,7)

Soru-5 :

Yukarıdaki karar tablosunda Tercih 1'nin **güçlü** baskın karar olması için X ve Y yerine sırasıyla aşağıdaki ikililerden hangisinin gelmesi uygundur?

(Çoktan Seçmeli)

(•) - (X,Y)=(7,7)

(•) - $(X,Y)=(8,4)$

(•) - $(X,Y)=(5,8)$

(•) - $(X,Y)=(6,8)$

(•) - $(X,Y)=(6,7)$

Cevap-5 :

$(X,Y)=(6,8)$

Soru-6 :

Karar ağaçlarıyla ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi **yanlıştır**?

(Çoktan Seçmeli)

(•) - belirli durumlarda kendimize ya da geleceğe dönük nasıl davranacağımızı gösterir

(•) - bir ağacın gövdesine bağlı dallarından esinlenilerek tasarlanmıştır

(•) - karar ağaçlarında ortaya çıkacak sonuç dalların sonunda yazmaktadır

(•) - olaylar ya da durumlar zincirine bağlı zamana yayılan karar alma süreçlerini gösterir

(•) - kollar ve kolların bağlı olduğu daire ya da kutulardan meydana gelmektedir

Cevap-6 :

belirli durumlarda kendimize ya da geleceğe dönük nasıl davranacağımızı gösterir

Soru-7 :

“Karar ağacıyla gösterilen tercihler ve durumlar sürecini karar tablosuyla ifade etmek zordur” açıklamasının nedeni aşağıdakiler hangisidir?

(Çoktan Seçmeli)

(•) - durumlar zincirine bağlı ve zamana yayılan süreçleri karar tablosuyla gösterememek

(•) - karar ağacının ilkel bir gösterim biçimi olması

(•) - karar tablosundaki durumların birbiriyle kesişmiyor olması

(•) - karar ağaçlarının çok dallanıp, budaklanması

(•) - karar tablosundaki sonuçların karar ağaçlarındaki sonuçlarla aynı olamaması

Cevap-7 :

durumlar zincirine bağlı ve zamana yayılan süreçleri karar tablosuyla gösterememek

Soru-8 :

“..... fayda, bir tercih ya da seçim sonucu elde edilecek faydanın sıralanabileceğini söylerken, fayda teorisi ise elde edilecek faydanın ölçülebileceğini ifade etmektedir.” Bu ifadedeki noktalı yerlere sırasıyla hangi kavramlar gelmelidir?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - Baskın, Zayıf
- (•) - Güçlü, Ordinal
- (•) - Kardinal, Baskın
- (•) - Ordinal, Kardinal
- (•) - Ordinal, Baskın

Cevap-8 :

Ordinal, Kardinal

Soru-9 :

Aşağıdaki sembollerden hangisi güçlü ve zayıf tercihi sırasıyla ifade etmektedir?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - \succsim, \succ
- (•) - \sim, \succsim
- (•) - \sim, \succ
- (•) - \succ, \succsim
- (•) - \succ, \sim

Cevap-9 :

\succ, \succsim

3. BELİRSİZLİK

Birlikte Düşünelim

- Belirsizlik nedir?
- Belirsizlik ve risk arasında nasıl bir fark vardır?
- Belirsizlik durumunda kararlarımızı nasıl alırız?
- Teknik olarak olasılık kavramı belirsizlik konusunda kararlarımıza nasıl yardımcı olmaktadır?
- Olasılık ve belirsizlik ilişkisinde farklı yorumlar mevcut mudur?

Başlamadan Önce

Bu ünitenin temel odak noktası belirsizlik olacaktır. Meydana gelecek olaylarla ilgili kesinlik ve belirsizlik durumları alacağımız kararları etkilemektedir. Bu ünite öncelikle, belirsizlik ve risk arasında ayrım yapılacaktır. Bilgi seviyesine göre farklı belirsizlik tanımlamaları yapılacaktır.

Daha sonra, olasılığın tanımı ve olasılıkla ilgili teknik hesaplamalar paylaşılacaktır. Olasılık yöntemi kullanılarak belirsizlikle nasıl mücadele edildiği çeşitli örnekler üzerinden açıklanacaktır. Olasılığı yorumlayan sübjektif ve nesnel perspektiflere yer verilerek ünite sonlandırılacaktır.

3.1. Belirsizlik

Havanın güneşli ya da yağmurlu olmasına göre evde kalıp, kalmayacağımıza karar verdiğimiz çok anlar olmuştur. Gerçek hayatta böyle bir durumla karşılaşıldığında havanın güneşli ya da yağmurlu olması durumlarını sorgulamadan ya da bunların yanlış ya da doğru olduğu hakkında bir şüphe duymadan karar vermekteyiz. Yapılacak işlerden bir tanesi hava tahmin durumuna bakmaktır. Havanın yağmurlu ya da güneşli olduğu tahminine göre kararımızı veririz.

Kararlarımızı etkileyen alternatif durumların hangisinin daha güçlü bir şekilde meydana geleceğini bilmemiz, vereceğimiz kararları da ister istemez etkilemektedir. Denizde yüzerken ayağımıza kramp girme ihtimali yüksekse, muhtemelen girmemeyi tercih edeceğiz ya da derin yerlerde yüzmeyi. Yiyeceğimiz bir gıdanın midemizi yüksek ihtimalle rahatsız edeceğini düşünürsek, muhtemelen yememeyi tercih edeceğiz. Bu tarz örneklerden de anlaşılacağı gibi herhangi bir olayın gerçekleşme ihtimalinin yüksekliği ya da düşüklüğü tercihlerimizi etkileyebilmektedir. Kitabın bu bölümünde, alternatif durumların gerçekleşme ihtimali dikkate alındığında izlenebilen farklı tercih stratejileri incelenecektir.

Hangi durumun gerçekleşeceği hakkında kesin bir bilgiye sahipsek, bu kesin durum altında vermiş olduğumuz kararlara genel olarak **kesinlik altında karar alma** denilmektedir. Eğer ki, alternatif durumların hangisinin gerçekleşeceğiyle ilgili belirli ihtimallere sahipsek (kesinlik yoksa), bu şartlar altında yapılan tercihlere **belirsizlik altında karar alma** denilmektedir.

Karar alma süreçlerinde bilginin ölçeğini aşağıdaki gibi genellemek mümkündür.

- **Kesinlik:** Deterministik bilgi. Eylemin ya da kararın hangi spesifik sonucu meydana getireceğini bilmektir.
- **Risk:** Tamamen olasılıklı bilgi. Eylemin ya da kararın belirli olasılıklarla spesifik sonuçlar kümesine yol açacağını bilinmektedir. Burada küme içerisindeki sonuçların gerçekleşme ihtimali bilinmektedir.
- **Belirsizlik:** Kısmi olasılıklı bilgi. Eylemin ya da kararın olasılıklarla spesifik sonuçlar kümesine yol açacağını bilmemektedir. Burada küme içerisindeki sonuçların gerçekleşme ihtimali tamamen **bilinmemektedir**

ya da anlamlı değildir.

· **Bilgisizlik:** Olasılıklı bilgi olmama durumu (Lucia ve Rafia, 1957).

Yukarıdaki tarz ayrımlar konusu çok detaylı bir çalışmayı gerektirmektedir. Belirsizlik ve kesinlik arasındaki ayrım tartışmaları çok eski dönemlere kadar gitmektedir. Alternatifler arasındaki sebep sonuç açısından ilişkiler biliniyorsa bir kesinlik ortamı vardır denilebilir, diğer türlü belirsizlik altında karar alıyoruzdur. Karar alma süreçleriyle ilgili birçok durum risk ve belirsizlik arasına denk gelmektedir. Örneğin, bugün arabayla işe gitme kararı aldım ve kar yağma ihtimalini bilmiyorum. Bu durum hem risk altında hem de belirsizlik altında karar almaktır. Risk ile belirsizlik arasındaki temel ayrım basit olarak ölçülebilirlikle yapılabilir. Ölçülemeyecek durumlarda belirsizliği, olasılığın ölçülebildiği durumlarda riski kullanmak mümkündür.

Bilgisizlik altında karar almayla ilgili maximin kuralı işlemektedir demek mümkündür. İlk defa gideceğiniz ve hiçbir şekilde bilgi alamayacağınız bir bölge düşünün. Hava durumuna göre bavulunuzu hazırlayacaksınız. Havanın yağmurlu olma ihtimali bilgisizlik altında karar alma olduğu için 0 ile 1 arasındadır. Böyle bir durumda maximin kuralına göre en kötünün en iyi sonucu seçilmelidir.

Şekil 3.1: Karar Tablosu

	Sert Hava	Yumuşak Hava
Ağır Valiz	Islanmama, valiz taşıma	Islanmama, valiz taşıma
Çanta	Islanmak, hafif yük	Islanmama, hafif yük

Ağır valiz hazırlanması durumunda ıslanmama, valiz taşıma durumu havadan bağımsız olarak ortaya çıkan iki sonuçken, çanta ile seyahate çıkılması durumunda ıslanmak, hafif yük en kötü sonuçtur. Bu durumda maximin kuralına göre kötüler arasında en iyi durum olan ıslanmamak, valiz taşıma olan ağır valiz hazırlama kararı verilmektedir.

Yukarıdaki bilgisizlik altında karar alma süreciyle ilgili örnekte, havanın sertlik durumu yağmur, kar, sağanak vs. şeklinde 3'e ayrılarak, kendi içerisinde eşit olasılığa sahip alt durumlar oluşturmak mümkündür. Bu şekilde alt durumlar oluşsa bile, bu alt durumlar eşit olasılığa sahip olacaklarından bu işlem yetersiz bir akıl yürütmeye sonuçlanacaktı.

3.2. Olasılık

Günlük hayatımızda olayların gerçekleşmesiyle ilgili farkında olalım ya da olmayalım, olasılık kullanılması yaygın bir davranıştır. Hava durumu, finans, siyaset, seçim, maç v.b. alanlar günlük hayatımızda olasılık ne kadar yaygın olduğunu göstermesi açısından yeterlidir. Sadece günlük hayatta değil, teorik bilimler açısından da olasılık kullanışlı imkanlar sunabilmektedir. Herhangi bir deneyde belirli şartlar altında istenilen sonucun çıkıp, çıkmayacağı olasılıkla ifade edilmektedir. Bazı durumlarda olasılık güçlü inançlarımızı ifade edebilmektedir. Örneğin, bu akşam oynanacak futbol maçında yüzde yüz tuttuğumuz takımın kazanacağını söylemek bazen temenni ya da güçlü bir inançtır. Olasılıkla ilgili diğer önemli bir alan ise matematik ve istatistiktir. Bazı koşullar ve veriler altında matematiksel teknikler kullanılarak bazı olasılık hesaplamaları yapılmaktadır. Matematik ve istatistiğin imkan verdiği olasılık hesaplamaları risk altında karar alma ve belirsizlik altında karar alma konularında çok kullanışlı araçlar olarak karşımıza çıkmaktadır.

Birtakım basit olasılık hesaplamalarıyla başlanılacak olursa; yarın yağmur yağma ihtimali %40 olsun, yarın doların düşme ihtimali ise %5 olsun. Basit olasılık hesaplamasıyla yarın hem yağmurun yağma hem de doların düşme ihtimali iki olasılığın çarpılmasıyla elde edilmektedir. Her iki durumun gerçekleşme ihtimali $0.4 \cdot 0.05 = 0.02$ yani %2'dir. Bu basit olasılık hesaplamasının ardından konuyla ilgili detaylı formüllere girmek faydalı olacaktır.

$$P(A)=X$$

Yukarıdaki formülde, P, A ve X sembolleri yer almaktadır. P burada olasılık tayin eden fonksiyonu, A olay ya da durumu, X ise olasılık değerini ifade etmektedir. Bu ifade şu şekilde okunmaktadır: A durumunun gerçekleşme ihtimali X'tir.

$$P(\text{Tura})=1/2$$

Paranın tura gelme ihtimali $\frac{1}{2}$ 'dir ifadesi mutlak bir olasılığı göstermektedir. Bazı durumlarda olasılık koşulludur.

$$P(S/Q)=X$$

Q'nin olması (koşuluyla) halinde S'nin gerçekleşme ihtimali X'tir. Bu tarz koşullu olasılıklarda S'nin gerçekleşme ihtimali Q'un gerçekleşmesine bağlıdır. Olasılık teorisiyle ilişkili bazı temel aksiyom ve tanımlamalar şu şekildedir:

- S ile Q olayları bağımsız ise, S'nin gerçekleşme ihtimali Q'nun olması halinde S'nin gerçekleşme ihtimaline eşittir. Notasyon olarak bu durum;

$$P(S/Q)=P(S)$$

S ile Q olaylarının bağımsız olması, birbirlerini etkilemedikleri anlamına gelmektedir. Böyle bir durumda aralarında ilişki olmadığı için S'nin gerçekleşme ihtimali Q koşuluyla S'nin gerçekleşme ihtimaline eşittir.

- S ile Q birbirleriyle kesişmiyorlardır ancak ve ancak ikisinin de doğru olması mümkün değildir. Eğer S ile Q birbirleriyle kesişmiyorsa, biri doğruysa diğerinin yanlış olması gerekir. Bu durumda $P(S/Q)=0$ ve $P(Q/S)=0$ 'dır.

- $0 \leq P(S) \leq 1$. Bir S olayının gerçekleşme ihtimali 0'dan küçük, 1'den büyük olamaz.

- $0 \leq P(S/Q) \leq 1$. Q koşuluyla S'nin gerçekleşme ihtimali 0'dan küçük, 1'den büyük olamaz.

- Eğer ki, S olayının gerçekleşmesi kesinse, $P(S)=1$

- Eğer ki S ile Q kesişmiyorsa, $P(S \text{ veya } Q) = P(S) + P(Q)$ 'dur.

- S olayının gerçekleşme ihtimaliyle, S olmayan olayların gerçekleşme ihtimalinin toplamı 1'dir. S ve S olmayanlar kümeleri birbirleriyle kesişmemektedir. $P(S)+P(\text{S değil})=1$.

En son yer verilen aksiyoma örnek vermek gerekirse, hilesiz bir zar atılma durumunda 1 gelme ihtimali $P(1)=1/6$ 'dır. 1 gelmeme ihtimali ise 2,3,4,5 ve 6 gelme ihtimallerinin toplamıdır. $P(1 \text{ değil})=5/6$ 'dır. $P(1 \text{ değil}) + P(1)=5/6+1/6=6/6=1$ 'dir.

- $P(S \text{ veya } Q) = P(S)+P(Q)-P(S \text{ ve } Q)$. Burada $P(S \text{ ve } Q)$ = "S ve Q kümelerinin ya da olaylarının kesişimlerinin gerçekleşme ihtimalidir"

- S ve Q olayları eşitse, $P(S)=P(Q)$.

- $P(S \text{ ve } Q) = P(S) \times P(Q/S)$. S ve Q olaylarının kesişim kümesinin gerçekleşme ihtimali, S'nin gerçekleşme ihtimaliyle S koşuluyla Q'nun gerçekleşme ihtimalinin çarpımına eşittir.

- Üstteki aksiyomda, $P(S) \neq 0$ ise, her iki taraf $P(S)$ ile bölündüğünde

$$P(Q/S) = \frac{P(S \text{ ve } Q)}{P(S)}$$

elde edilmekte ve buna koşullu olasılık denilmektedir.

· S ve Q birbirleriyle bağımsız ise, $P(S \text{ ve } Q) = P(S) \times P(Q)$

$$P(S/Q) = \frac{P(S) \times P(Q/S)}{P(Q)}$$

Yandaki formülün diğer adı **ters olasılık kuralıdır**.

$$P(S/Q) = \frac{P(S) \times P(Q/S)}{(P(S) \times P(Q/S)) + P(S \text{ değil}) \times P(Q/S \text{ değil})}$$

Yukarıdaki olasılık formülünün diğer adı Bayes'dir. Ters olasılık ve Bayes teoremi karar alma teorisi ve istatistik alanlarında temel öneme sahiptir.

Olasılıkla ilgili bazı önemli teorem ve aksiyomlara yer verildikten sonra örnekler çözerek, konunun daha iyi anlaşılması faydalı olacaktır.

Soru 1

Hilesiz bir zar atıldığında 2, 4 ya da 6 gelme olasılığı nedir?

Cevap

$$P(1 \text{ ya da } 4 \text{ ya da } 6) = P(2) + P(4) + P(6) = 1/6 + 1/6 + 1/6 = 1/2$$

Soru 2

Bozuk bir para iki defa peş peşe atılmaktadır. 1. atıldığında yazı geldiğine göre, her ikisinde de yazı gelme ihtimali nedir?

Cevap

Atışlar birbirlerinden bağımsızdır. Yani 1. atışta yazı gelmesi 2. atışta ne geleceğini etkilememektedir. 1. atışta yazı geldiğine göre kesinleşmiş bir durum vardır olasılık 1'dir. 2. atışta ise yazı gelme ihtimali $1/2$ 'dir.

$$P(\text{Yazı}) \times P(\text{Yazı}) = 1 \times 1/2 = 1/2.$$

Soru 3

Bir etkinliğe katılanlar arasında yapılacak çekilişle 1 kişiye ödül verilecektir. Etkinliğe 48 erkek, 42 kadın katıldığına göre ödülün bir kadına verilmesi ihtimali nedir?

Cevap

$$P\left(\frac{42}{90}\right) = \frac{7}{15}$$

Soru 4

160 öğrencinin katıldığı bir anket sonucunda kütüphanedeki öğrencilerin okuma tercihleri aşağıdaki gibi listelenmiştir.

*88 öğrenci belgesel ve seyahat tarzı dergileri (A)

*66 öğrenci spor dergileri (B)

*78 öğrenci iş dünyası ve liderlik tarzı dergileri (C)

*46 öğrenci hem A hem de C tarzı dergileri

*38 öğrenci hem B hem de C tarzı dergileri

*18 öğrenci A, B ve C dergilerini birlikte

*138 öğrenci en az bir çeşit dergiyi

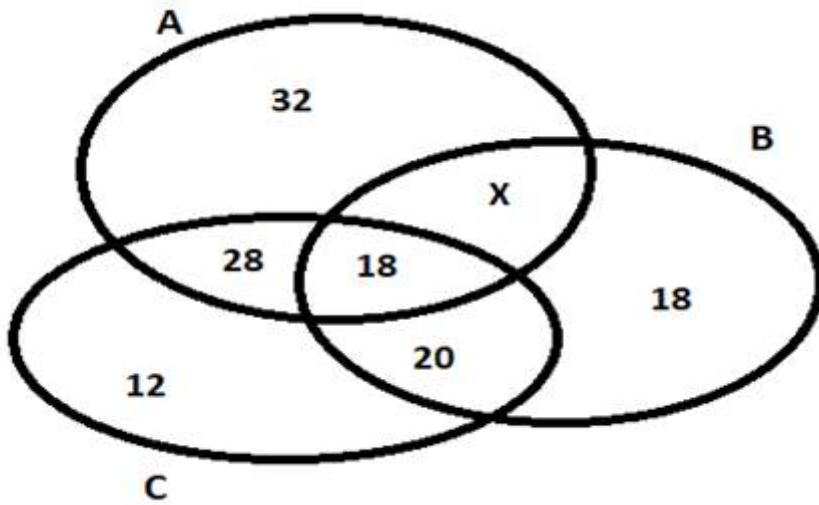
a-Hiç dergi okumayan kaç öğrenci bulunmaktadır

b-Hem A hem de B tarzı dergileri birlikte okuyan kaç öğrenci vardır

b-Rastgele seçilen bir öğrencinin en az iki çeşit dergi okuma ihtimali nedir?

Cevap

Venn şeması çizilerek sorunun daha iyi anlaşılması sağlanmalıdır. Bilgiler çerçevesinde Venn şeması aşağıdaki gibi oluşturulmuştur. Venn şeması oluşturulurken dikkat edilmesi gereken nokta bir öğrencinin tercihinin 1’den fazla yere kaydedilmemesidir.



a-En az bir tane dergi okuyanların toplamı 138 olduğuna göre, $180-138=42$ öğrenci “en az bir dergi okuyan kümesine üye değildir”. “En az bir dergi okuyanların” değil yani bu kümeye dahil olmayanlar “hiç dergi okumayanlardır”. Dolayısıyla 42 hiç dergi okumayan öğrenci sayısıdır.

b-Bu kısımda Venn şemasındaki X sorulmaktadır. Venn şemasındaki tüm sayıları toplanılıp, hiç okumayan da eklenilip, ardından 180’den çıkartıldığında X sayısı yani A ve B tarzı dergileri birlikte okuyan öğrenci sayısı bulunulacaktır. Sadece A tarzı okuyan 32, B tarzı okuyan 18, C tarzı 12, A,B ve C tarzı okuyan 18, ikili tarz okuyanların toplamı ise $(X+28+20)$ ’dir. 42 ise hiç okuyamayan öğrenci sayısıdır. Tüm bunlar toplandığında $32+18+12+18+X+28+20+42=170+X$ yapmaktadır. Bu durumda $180-170=X$ ’ten, $X=10$ ’dur.

c-En az iki tarz dergi okuyan öğrenci sayısı= 2 tarz dergi okuyanlar + 3 tarz dergi okuyanlar. Kesişim kümeleri toplanıldığında bu sayının 78 olduğu hesaplanacaktır.

$$78/160=0,475$$

Rastgele seçilen bir öğrencinin en az iki farklı tarz dergi okuma ihtimali %47,5’dir.

Soru 5

Akşam trafiğin yoğun olduğu saatlerde hız limitlerine uyulup uyulmadığını ölçmek için yollarda sensörlü hız ölçüm cihazları aktif olarak çalışmaktadır. A, B, C ve D yollarındaki sensörler sırasıyla ortalama her 100 araçtan 40, 30, 50 ve 20’sinin hız limitlerini aştığını tespit etmektedir. Ali iş dönüşü hız sınırlarını zorlayan bir sürücüdür ve eve gitmek için bu yollardan geçme ihtimali sırasıyla %30, %20, %40 ve %10’dur.

a)Ali’nin iş dönüşü herhangi bir akşam hızdan ötürü ceza alma ihtimali nedir?

b)Ali’nin 5 akşam hız cezası almadan eve gitme ihtimali nedir?

Cevap

a) Ali'nin herhangi bir akşam hızdan ötürü ceza alma ihtimalini hesaplamak için o yollardaki sensörlerin ceza yağma ihtimaliyle Ali'nin o yollardan geçme ihtimallerini sırasıyla çarpıp daha sonra toplamak gerekmektedir.

$$P(A)=A \text{ yolunda ceza alma ihtimali}=0,4 \times 0,3=0,12$$

$$P(B)=B \text{ yolunda ceza alma ihtimali}=0,3 \times 0,2=0,06$$

$$P(C)=C \text{ yolunda ceza alma ihtimali}=0,5 \times 0,4=0,20$$

$$P(D)=D \text{ yolunda ceza alma ihtimali}=0,2 \times 0,1=0,02$$

$P(A)+P(B)+P(C)+P(D)=0,4$ yani %40 ihtimalle Ali herhangi bir akşam hızdan ötürü ceza alacaktır.

b) Eğer Ali'nin herhangi bir akşam ceza alma ihtimali %40 ise, ceza almama ihtimali $1-0,4=0,6$ yani %60'tır. 5 akşam üst üste ceza almama ihtimali ise $(0,6)^5=0,07$ 'dir.

3.3. Olasılığın Yorumlanması

Olasılık ifadelerinin nasıl yorumlanması ya da ne anlama geldiğiyle ilgili farklı görüşler mevcuttur. Olasılık hesaplamalarının ne zaman, ne şekilde uygulanacağı, doğruluklarının tespit edilmesi, nasıl yorumlanacağı vs. birçok tartışma konusu bulunmaktadır. Genel olarak olasılık hesaplamaları sonucu ortaya çıkan sayısal değerler iki türlü yorumlanmaktadır: Sübjektif ve Objektif.

Objektif ya da nesnel olasılık yorumları elde edilen matematiksel değerleri insan yargılarından bağımsız, kişiden kişiye değişmeyen bir ölçüm aracı olarak değerlendirmektedir. Sübjektif ya da öznel görüş ise elde edilen ya da hesaplanan olasılık değerlerini insanın inancının ya da güveninin bir ölçüsü olarak değerlendirmektedir. Bu ölçüm kişiden kişiye farklı şekillerde değerlendirilebilir. Objektif görüş kendi içerisinde olasılığı mantıksal, ampirik ya da deneysel şeklinde farklı kırımlara indirgemektedir.

Örneğin, bir paranın 1000 defa atılması sonucu $2/3$ 'ünün yazı gelme ihtimali $0,75$ 'tir. Bu olasılık değeri öznel biri açısından daha sübjektif bir şekilde güven, emin olma duyguları kullanılarak yorumlanacakken, mantıksal bakış açısı matematiksel bir analiz sonucu bulgular bunu göstermektedir şeklinde yorum yapacaktır. Ampirik bir bakış açısı ise elde edilen olasılık değerini paranın davranışının test edilmesine indirgeyecektir. Bu farklı yorumlardan hangisi en doğru olanıdır sorusunun bir cevabı bulunmamaktadır.

Olasılığın yorumlanmasına klasik bir şekilde bakıldığında zar ya da madeni para gibi aletlerin hilesizliği üzerinde ciddi bir vurgu olduğu görülmektedir. Adil atışlar, rastgelelik, madeni paranın yazı ya da tura yüzünün eşit gelme ihtimali gibi durumlar üzerinden analizler yapılmaktadır. Eşit gelme, hilesizlik gibi özellikler madeni para, oyun kartları ya da zar için geçerli olabilir ancak gerçek hayatla ilgili olasılık hesaplamaları bu bahsedilen özelliklere sahip mi? İyi bir iş bulma ihtimalimiz nedir? Arzu ettiğimiz bölümde okuma ihtimalimiz nedir? Evlendiğimiz kişiyle mutlu olma ihtimalimiz nedir? gibi sorular karakteristiği gereği hilesiz zar atmaya benzememektedir.

Konunun diğer bir boyutu da eşit gelme ihtimali varsayımı hakkındadır. Madeni paranın yazı ya da tura gelme ihtimali klasik görüşe göre $\frac{1}{2}$ olarak kabul edilmektedir. Bu görüşün dayandığı temel argüman madeni paranın yüzlerinin eşit gelme ihtimalidir. Klasik görüş bunu açıklarken herhangi bir hilesiz madeni para binlerce kez atıldığında yazı ve tura gelme durumlarının birbirlerine yakınsayacağı argümanını kullanmaktadır. Bu açıklama yöntemi klasik olasılık görüşünün deney ya da gözleme dayandığını göstermektedir. Ayrıca klasik olasılık görüşü bir yönüyle hilesizlik, eşit gelme gibi aksiyomları kullanarak olasılık hesaplamasını idealleştirmektedir.

Gerçek hayatta yazı tura attığımız madeni paranın hileli olması durumunda bu paranın hileli olduğunu ne zaman anlaşılabilecektir. Hilesiz bir madeni para yazı veya tura gelme ihtimali eşit olsa bile o paranın ne şekilde, hangi hava şartlarında ve nasıl bir zeminde atıldığı da eşit gelme ihtimali varsayımını başka bir

boyuta taşımaktadır. Benzer şekilde hilesiz bir zarın atılma biçiminin gelecek sayıyı etkilediği gerçeğinden yola çıkılarak, bazı oyunlarda fincanla atma uygulanmaktadır. Bu durum yine sorunu çözmemektedir zira bu sefer de fincanın tutulma biçimi ve zarın atılma şiddeti devreye girmektedir. Klasik görüşün eşit gelme, hilesizlik şeklindeki varsayımları sorgulandığında verilen cevaplar yeterli ve ikna edici olmasa bile bu varsayımların kullanışlı olduğuna, birtakım analiz imkanları sunduğuna hiç şüphe yoktur.

Olasılıkla ilgili diğer farklı yorum yapan ekolü göreceli frekansçılar olarak adlandırmak mümkündür. Klasik olasılık görüşü daha ziyade idealleştirmelere ve soyutlamalara dayanmakta, bu tarz açıklamaları yanlışlamak ya da doğrulamak mümkün olamayabilmektedir. Göreceli frekansçılar birtakım gerçek olaylar üzerinden yola çıkarak objektif ve ampirik bir perspektif sunma gayreti içerisindeyler. Bu yaklaşım olayların ihtimallerini açıklarken, bahse konu olayları birtakım sınıflara, gruplara ya da kategorilere bölerek daha teknik bir ölçme gerçekleştirmektedir.

Konuyla ilgili şu örneği vermek mümkündür: *Tahran'dan Madrid'e giden bir uçağın düşme ihtimali nedir?* Aynı olasılık sorusu şu şekilde sorulduğunda; *Motor arızası olması koşuluyla Tahran'dan Madrid'e giden bir uçağın düşme ihtimali nedir?*

Yukarıdaki ilk sorunun cevabı oldukça düşük bir olasılık çıkacakken, ikinci sorunun cevabı daha yüksek olacaktır. İkinci soru ve cevabı klasik olasılık görüşünün aksine olayı ya da durumları belirli kategorilere ayırmaktadır. Benzer kategorik ayırım madeni paranın atılması olayında da yapılabilir. 100 defa atılan bir madeni paranın zemine düştüğü yerlere göre kategorilere ayrılması durumunda hesaplanacak olasılık ile zemin dikkate alınmadan yapılacak hesaplama arasında ciddi ayırım olabilir.

Göreceli frekans yaklaşımı kullanılarak yukarıda sorulan “evlendiğimizde mutlu olma ihtimalini” farklı kategorilere ayırarak daha gerçekçi bir matematiksel hesaplama zeminine indirgemek mümkündür. Gelir, yaş, meslek, kültür gibi kategoriler çiftlerin mutluluklarını etkileyecek faktörler olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu faktörlerin hangi olasılıklarla mutluluk üzerinde etkili olduğunun tespiti ise ayrı bir zorluktur. Birtakım anketler, mülakatlar ve verilerden yola çıkarak bilimsel yöntemler çerçevesinde bu faktörler için olasılıklar tespit etmek mümkündür. Gelir seviyesi X miktarının üzerinde olan kişilerin evliliklerinde mutlu olma ihtimali %25'tir şeklinde bir açıklama kendi içerisinde tutarlı ve bilimsel olsa bile, vereceğimiz kararları ne şekilde etkileyecektir. Aynı ifadede olasılığın %15 olması kararlarımızı değiştirecek midir? Bu sorulardan da anlaşılacağı gibi klasik olasılık teorisinin ya da göreceli frekans yaklaşımının aşamadığı sorunlar varlığını sürdürmeye devam edecektir.

Öznel ya da sübjektif yaklaşım ise klasik ya da frekans bakış açısından yapısal olarak farklılaşmaktadır. Öznel yaklaşıma göre olasılıklar tamamen kişisel değerlendirmelerdir. Olasılığın kişisel bir değerlendirmeye indirgenmesinin de sahip olduğu zorluklar mevcuttur. Bu zorlukların en önde geleni kişisel değerlendirmeler nasıl analiz edilecektir sorusudur. Bu tarz kişisel yorumlar üzerinden nasıl bir bilimsel yöntem inşa edilebilir? Kişisel değerlendirmeler nasıl ölçülebilir ki bu ölçümlerden olasılık hesaplamaları yapılabilir? Kişisel değerlendirmeler üzerinden tutarlı bir bilimsel yaklaşım inşa ederek karar alma süreçlerini analiz eden farklı disiplinler mevcuttur. Kişisel değerlendirme söz konusu olduğunda inançlar, arzular ve duygular da devreye girebilmektedir. Bunların analiz edilmesi için sadece matematik ya da mantık uzmanları yeterli olmayıp, ilahiyatçılar, psikologlar, psikiyatristler de devreye girmektedir.

Bir karar ya tercih sübjektif olsa bile bundan bir çıkarım yapmak mümkün olabilmektedir. Sübjektif teori sayısal veriler kullanmak yerine formel hesaplamalar yapmak yerine kişisel bakış açılarını yansıtmaya çalışmaktadır. Çok aç olduğunuz bir anda, önünüze gelen yemeğin bozuk olabileceğini düşünüyorsanız aç olmanıza rağmen yemeyebilirsiniz. Benzer şekilde, caddeden karşıya geçen bir çocuk yolun güvenli olduğunu düşünerek geçmiştir. Bu iki örnek tamamen kişisel karar alma ya da düşünme biçimlerimizden yola çıkarak birtakım kesin eylemleri açıklamanın mümkün olacağını göstermektedir. İşte bu noktada sübjektif olasılık teorisi inanç, duygu ya da düşüncelerimiz üzerinden birtakım kesin argümanlar geliştirme iddiasındadır. İnanç, duygu ya da düşüncelerimizin gücüne ya da önem derecesine göre kararlarımız şekillenmektedir.

Sübjektif olasılıkla ilgili örnekler vermek gerekirse;

Hilesiz bir zarda 4 gelme ihtimali nedir sorusuna önceki 3 atışta hep 4 geldiğini gördüğü için %33 şeklinde cevap vermesi sübjektif olasılıktır ve kişinin kendi bakış açısını yansıtmaktadır. Halbuki matematiksel olarak 4 gelme ihtimali %16,6'dır. Kişinin geçmiş tecrübesinden yola çıkarak açıkladığı olasılık sübjektiftir.

Avrupa Merkez Bankası pandemi sonrası iktisadi durgunluğa girme ihtimalinin %40 olduğunu açıkladı. Avrupa Merkez Bankası'nın bu açıklamasının ardından birçok ekonomist önümüzdeki bir yıllık süreçte durgunluk olma ihtimaliyle ilgili farklı rakamlar verdiler. Durgunlukla ilgili farklı olasılıklar verilerden ziyade ekonomistlerin sübjektif fikir ve tecrübelerine dayanmaktadır. Sübjektif olasılık kişisel inanç ve değerlendirmelerden oldukça fazla etkilendiği için bazı durumlarda eksik kalabilmektedir. Sübjektif olasılık yaklaşımının eksik yönleri sırasıyla şu şekilde sıralanabilir:

- Sübjektif olasılık mantıksal akıl yürütme ya da teknik hesaplamaadan ziyade yüksek derecede yanlı olabilmektedir.
- Sübjektif olasılık karmaşık hesaplamalar yapamaz.
- Aynı olay karşısında iki farklı kişi iki farklı olasılık demektir.
- Aynı olay karşısında iki farklı kişi iki farklı nedenden ötürü aynı kararı alabilirler ve bu durumu gözlemlemek mümkün olmayabilir.

Olasılıkla ilgili farklı yaklaşımlar konusunu çok kısa Bayes ile bitirmek mümkündür. Bayesyen yaklaşıma göre her türlü belirsizlik olasılıklarla ifade edilmeye çalışılarak, gerçekler açıklanmaya çalışılmalıdır. Klasik ya da frekans yaklaşımı belirli kategoriler ve idealleştirmeler neticesinde olasılığı açıklarken, Bayesyen yaklaşım sübjektif olasılık üzerinden kendi yaklaşımını kurmaktadır. Bayesyen yaklaşım bir olay ya da durumla ilgili inanç/duygu derecesi ile birtakım deneme ya da testlerden elde edilen verilerin bir araya getirilmesiyle olasılığı açıklamaktadır. Yöntem olarak tümevarımcı olan Bayesyen yaklaşımın amacı en yüksek ihtimali hesaplayarak mümkün olan en yüksek kesinliğe ulaşmaktır.

Bayesyen olasılık yaklaşımında varsayımların yeri oldukça azken, klasik yaklaşım varsayımlardan hareket etmektedir. Örneğin, Bayesyen yaklaşım gerçek hayatta karşımıza çıkması zor olan zardaki sayıların eşit gelme ihtimali varsayımını kullanmaz. Deneme ve gözleme dayanarak atılan zardaki gelen sayılardan hareketle olasılığı hesaplamaktadır. Klasik yaklaşımda zarın 5 gelme ihtimali her zaman 1/6 iken, bu durum Bayesyen olasılıkta 2/6 olabilir. Bayesyen yaklaşım duruma göre farklı olasılık dağılım fonksiyonları kullanarak, o olayın gerçekleşme ihtimalini hesaplamaktadır.

Olasılık konusunda farklı yaklaşımların diğerlerine göre avantajlı ve dezavantajlı yönleri mevcuttur. Hangi yaklaşımın en doğru olduğu konusunda tercih yapmak yerine, bu yaklaşımların güçlü yönlerini bilip, onları kullanmak belki de en doğru karar olacaktır.

Bölüm Özeti

Kararlarımızı etkileyen alternatif durumların hangisinin daha güçlü bir şekilde meydana geleceğini bilmemiz, vereceğimiz kararları da ister istemez etkilemektedir. Denizde yüzerken ayağımıza kramp girme ihtimali yüksekse, muhtemelen girmemeyi tercih edeceğiz. Hangi durumun gerçekleşeceği hakkında kesin bir bilgiye sahipsek, bu kesin durum altında vermiş olduğumuz kararlara genel olarak **kesinlik altında karar alma** denilmektedir. Eğer ki, alternatif durumların hangisinin gerçekleşeceğiyle ilgili belirli ihtimallere sahipsek (kesinlik yoksa), bu şartlar altında yapılan tercihlere **belirsizlik altında karar alma** denilmektedir. Belirsizlik ve kesinlik arasındaki ayrım tartışmaları çok eski dönemlere kadar gitmektedir. Alternatifler arasındaki sebep sonuç açısından ilişkiler biliniyorsa bir kesinlik ortamı vardır denilebilir, diğer türlü belirsizlik altında karar alıyoruzdur.

Günlük hayatımızda olayların gerçekleşmesiyle ilgili farkında olalım ya da olmayalım, olasılık kullanılması yaygın bir davranıştır. Hava durumu, finans, siyaset, seçim, maç v.b. alanlar günlük hayatımızda olasılık ne kadar yaygın olduğunu göstermesi açısından yeterlidir. Olasılık ifadelerinin nasıl yorumlanması ya da ne anlama geldiğiyle ilgili farklı görüşler mevcuttur. Olasılık hesaplamalarının ne zaman, ne şekilde uygulanacağı, doğruluklarının tespit edilmesi, nasıl yorumlanacağı vs. birçok tartışma konusu bulunmaktadır. Genel olarak olasılık hesaplamaları sonucu ortaya çıkan sayısal değerler iki türlü yorumlanmaktadır: Sübjektif ve Objektif. Olasılıkla ilgili farklı yaklaşımlar konusunu çok kısa Bayes ile bitirmek mümkündür. Bayesyen yaklaşıma göre her türlü belirsizlik olasılıklarla ifade edilmeye çalışılarak, gerçekler açıklanmaya çalışılmalıdır. Klasik ya da frekans yaklaşımı belirli kategoriler ve idealleştirmeler neticesinde olasılığı açıklarken, Bayesyen yaklaşım sübjektif olasılık üzerinden kendi yaklaşımını kurmaktadır. Bayesyen

yaklaşım bir olay ya da durumla ilgili inanç/duygu derecesi ile birtakım deneme ya da testlerden elde edilen verilerin bir araya getirilmesiyle olasılığı açıklamaktadır. Yöntem olarak tümevarımcı olan Bayesyen yaklaşımın amacı en yüksek ihtimali hesaplayarak mümkün olan en yüksek kesinliğe ulaşmaktır.

Kaynakça

Bruyninckx, H. (2002). Bayesian probability. *CiteSeer, não publicado em con*, 81.

Ekici, O. (2009). İstatistikte Bayesyen ve Klasik Yaklaşımın Kavramsal Farklılıkları. *Balıkesir Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 12(21), 89-101.

Weatherson, B. (2008). Decision making with imprecise probabilities. *Ms., Dept. of Philosophy, University of Michigan*.

Ünite Soruları

Soru-1 :

Hangi durumun gerçekleşeceği hakkında kesin bir bilgiye sahipsek, verdiğimiz karar nasıl adlandırılır?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - Kesinlik altında karar
- (•) - Risk altında karar
- (•) - Belirsizlik altında karar
- (•) - Şüphe altında karar
- (•) - Kayıtsızlık altında karar

Cevap-1 :

Kesinlik altında karar

Soru-2 :

Eğer ki, alternatif durumların hangisinin gerçekleşeceğiyle ilgili belirli ihtimallere sahipsek (kesinlik yoksa), bu şartlar altında yapılan tercihlere ne denilmektedir?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - Kesinlik altında karar
- (•) - Risk altında karar
- (•) - Belirsizlik altında karar
- (•) - Şüphe altında karar
- (•) - Kayıtsızlık altında karar

Cevap-2 :

Belirsizlik altında karar

Soru-3 :

Aşağıdaki kavramlardan hangisi karar alma süreçlerinde bilginin ölçeğine göre tanımlanan bir kategori değildir?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - Kesinlik
- (•) - Risk
- (•) - Belirsizlik
- (•) - Şüphe
- (•) - Bilgisizlik

Cevap-3 :

Şüphe

Soru-4 :

Risk ile belirsizlik arasındaki temel ayrım basit olarak ölçülebilirlikle yapılabilir. Ölçülemeyecek durumlarda, olasılığın ölçülebildiği durumlarda kullanmak mümkündür. ile işaretli yerlere sırasıyla aşağıdakilerden hangisi gelmelidir?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - belirsizlik, bilgisizlik
- (•) - belirsizlik, risk
- (•) - kesinlik, risk
- (•) - risk, kesinlik
- (•) - kesinlik, belirsizlik

Cevap-4 :

belirsizlik, risk

Soru-5 :

Bilgisizlik durumunda genel olarak kötü sonuçlar arasından en iyisini seçme kuralı uygulanır. Bu kuralın adı nedir?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - minimum
- (•) - minimalist

(•) - maksimalist

(•) - maximin

(•) - minimax

Cevap-5 :

maximin

Soru-6 :

Yarın havanın güneşli olma ihtimali % 70, Beşiktaş'ın oynayacağı maçı kazanma olasılığı % 90 olsun. Bu durumda yarın hem havanın güneşli hem de Beşiktaş'ın maçı kazanma ihtimali % kaçtır?

(Çoktan Seçmeli)

(•) - % 75

(•) - % 70

(•) - % 63

(•) - % 90

(•) - % 80

Cevap-6 :

% 63

Soru-7 :

$P(A)=X$ ifadesinde P neyi göstermektedir?

(Çoktan Seçmeli)

(•) - Gerçekleşecek olayı

(•) - Olayın gerçekleşme ihtimalini

(•) - Olayın kesin gerçekleşeceğini

(•) - Olayın gerçekleşmesi için gerekli koşul olan X'i

(•) - Hiçbiri

Cevap-7 :

Olayın gerçekleşme ihtimalini

Soru-8 :

formülü hangi tür olasılıktır?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - Kesin
- (•) - Basit
- (•) - Mutlak
- (•) - Bayesyen
- (•) - Koşullu

Cevap-8 :

Koşullu

Soru-9 :

$P(S \text{ ve } Q) = P(S) \times P(Q)$ durumunda S ve Q olaylarıyla ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - Q S'yi etkilerken, S Q'yu etkilememektedir
- (•) - S ve Q aynı anda gerçekleşmektedir.
- (•) - S ve Q birbirlerini etkilemektedir.
- (•) - S ve Q birbiriyle bağımsızdır.
- (•) - S ve Q aynı anda gerçekleşmemektedir.

Cevap-9 :

S ve Q birbiriyle bağımsızdır.

4. BEKLENEN FAYDA TEORİSİ

Birlikte Düşünelim

- Beklenen fayda nedir?
- Fayda ile değer farklı kavramlar mıdır?
- Bir tercih faydaya nasıl dönüşür?
- Tercihler fayda ile ifade edilirken hangi özellikleri sağlaması gerekir?
- Fayda, değer ve mutluluk arasında nasıl bir ilişki mevcuttur?

Başlamadan Önce

Bu ünitenin odaklanacağı temel konu beklenen fayda kavramı olacaktır. Öncelikle beklenen fayda kavramının ne olduğu, nasıl hesaplandığı tartışılacaktır. Daha sonra, St. Petersburg paradoksu üzerinden konunun farklı boyutları ele alınacaktır. Karar alma teorisyenlerinin fayda, değer ve refah tartışmalarını konu alan farklı yaklaşımlarına değinilecektir. Tecrübeye dayalı, objektif ve tercihe dayalı şeklinde 3'e ayrılan bu farklı yaklaşımlara örnekler verilecektir.

Ünite tercihlerin faydaya dönüştürülmesi için sağlaması gereken aksiyomlar konusu işlenilerek sona erecektir.

4.1. Beklenen Fayda Yaklaşımı

Birçok durumda hangi tercihler arasında seçim yapmamız gerektiğini bilsek bile, bu tercihin hangi sonuçları doğuracağını bilmemiz oldukça sınırlıdır. Olasılık kullanılarak hangi sonuçların meydana geleceği hakkında çıkarım yapmak mümkün olabilmektedir.

Risk altında karar alma konusunda olasılığın kullanılması genel olarak beklenen fayda şeklinde nitelenmektedir. Karar alma teorisinde normatif ya da betimleyici olsun farketmez, beklenen fayda teorisi önemli bir paradigma olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu paradigmadaki bir bireyin ya da grubun ya da şirketin alacağı karar/lar neticesinde oluşacak sonuçların her biri belirli bir fayda düzeyi ve olasılıkla ilişkilendirilmektedir. Her bir sonuç kendisiyle ilişkili olasılıkla çarpılarak beklenen fayda elde edilmektedir. Beklenen fayda yaklaşımı aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır:

$$p_1 \times u_1 + p_2 \times u_2 + p_3 \times u_3 + \dots + p_n \times u_n$$

Burada p olasılığı, u ise fayda seviyesini ya da fayda fonksiyonunu ifade etmektedir. N ise n adet fayda ve bu faydalarla ilişkili n adet olasılık mevcut olduğunu göstermektedir.

Aşağıdaki karar alma tablosunu kullanarak, basit bir beklenen fayda hesaplaması yapmak mümkündür.

Şekil 4.1: Karar Tablosu

	Yağışlı	Yağışsız
Şemsiye	20	20
Şemsiyesiz	0	25

Şemsiye almak ya da şemsiyesiz çıkmak şeklinde iki karar alma ile karşı karşıya kalan bireyimiz, havanın yağışlı olması durumunda 0 ya da 20 fayda, yağışsız olması durumunda ise 5 ya da 0 fayda elde edecektir. Görüleceği gibi bu karar alma tablosunda herhangi bir olasılık bilgisi yer almamaktadır. Havanın yağışlı olma ihtimali 0.4 olarak kabul edildiğinde, yağışsız olma ihtimali ise 0.6 olacaktır. İki durum mevcut olduğu için iki olasılığın toplamının 1 olması gerekmektedir. 3 durum mevcut olsa idi, 3 durumla ilgili olasılıkların toplamının 1 olması gerekirdi. Bu örnekten anlaşılacağı gibi N sayısı 2'dir.

Peki dışarıya çıkarken yanımıza şemsiye almanın beklenen faydası nedir? Öncelikle havanın yağışlı olma olasılığı 0.4 ile yağışlı olması durumunda şemsiye almanın fayda seviyesi olan 20 çarpılır. Ardından havanın yağışsız olma olasılığı olan 0.6 ile yağışsızken şemsiye alma durumundaki fayda seviyesi olan 0 çarpılır.

Sırasıyla $0.4 \times 20 + 0.6 \times 0 = 8$ sayısı elde edilir. Hesaplanan 8 sayısı, dışarıya çıkarken yanına şemsiye almanın beklenen faydasıdır.

Peki dışarıya çıkarken yanımıza şemsiye **almamanın** beklenen faydası nedir? Havanın yağışlı olma ihtimali olan 0.4 ile 0 çarpılır ardından yağışlı olma ihtimali olan 0.6 ile 25 çarpılır. Sonuç olarak 15 sayısı elde edilir. Maksimum beklenen fayda teorisine göre bu durumda $8 > 15$ olduğu için tercih edilmesi gereken karar şemsiye almaktır.

4.2. St. Petersburg Paradoksu

Beklenen fayda teorisi yaklaşımının kökenleri çok eskiye gitmektedir. İyi ve kötü arasında tercih yapma durumunda, bunların gerçekleşme ihtimalinin de dikkate alınması gerektiğiyle ilgili tartışmalar yapılmıştır. Tarihsel düzlemde beklenen fayda teorisi günümüzde anlaşıldığı şekliyle "fayda" ile değil de daha çok parasal olarak ifade edilmekteydi. Faydanın paranın çok ötesinde bir kavram olduğu daha modern bir yaklaşımdır.

1713 yılında Nicolas Bernoulli'nin olasılık teorisi için ortaya koyduğu problem halen önemini korumaktadır. St. Petersburg paradoksu şeklinde bilinen bu problem, bir oyunu açıklamak için kullanılmıştır. Oyunun adının bu şekilde anılmasının sebebi, Petersburg'da yayınlanan bir dergide yayınlanmış olmasıdır. Oyun şu şekildedir; hilesiz bir zar tura gelinceye kadar atılmaktadır. Tura kaçınıcı atışta geldiyse, kişi 2^N Dolar değerinde para kazanacaktır. Örneğin, ilk tura 4. atışta geldi. Bu durumda $2^4 = 16$ Dolar kazanılacaktır. Bu oyundaki kritik soru şudur: **Bir kişi bu oyunu oynamak için kaç para vermeye razıdır?**

Karar teorisyenleri bu soruya cevap vermek için maksimum beklenen **değer** teorisinin kullanılabileceğini düşünmektedirler. Bu oyunda turanın ne zaman geleceği durumu belirsizdir. Bu şekilde belirsizlik olan durumlara olasılıkla yaklaşmak gerektiğinden hareketle beklenen değer yaklaşımı uygun görülmüştür. Belirsiz bir ortamdaki bir oyunun ya da sürecin değeri, o oyun ya da süreçle ilgili her olası sonucun değerinin gerçekleşme ihtimaliyle çarpılması ve ardından bu çarpımların toplanmasıyla elde edilmektedir.

Bu problemde her bir parasal sonucun gelme ihtimali şu şekilde hesaplanmaktadır: Eğer 1. atışta tura gelirse, 2 dolar; 2. atışta gelirse 4 dolar; 3. atışta gelirse 8 dolar; 4. atışta gelirse 16 dolar ... Bu oyunda atış sırasına

göre tura gelme olasılığı $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16} \dots$ şeklindedir.

Bu olasılık ve parasal değerler kullanılarak St. Petersburg oyununun beklenen değeri;

$$\frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{4} \times 4 + \frac{1}{8} \times 8 + \frac{1}{16} \times 16 + \dots = 1 + 1 + 1 + 1 \dots$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n \times 2^n = \infty$$

Tüm sonuçların olasılıklarıyla çarpımının sonucu sonsuza gitmektedir. Başka bir ifadeyle, bu oyunun beklenen parasal değeri sonsuza gitmektedir. Beklenen parasal değeri sonsuza giden bir oyun için kaç TL ödemek gerekir sorusunun cevabı bir paradoks oluşturmaktadır. Herhangi bir oyuncu 100 ya da 10000 dolar ödeyerek bu oyunu oynamaya razı olabilir ve beklenen parasal değer açısından rasyoneldir. Ancak 1. atışta tura geldiği takdirde 2 dolar $\frac{3}{4}$ ihtimalle 2. atışta tura geldiğinde ise 4 dolar kazanmaya razı olacağı bir oyunda bir kişi neden 100 ya da 10000 dolar ödemeye razı olsun. Bu oyun olasılık yaklaşımıyla beklenen değer hesaplamasının birtakım açmazlara yol açtığını göstermektedir. Bu açmaz paradoks olarak nitelendirilmektedir.

Başka bir örnek üzerinden konuyu genişletmeye çalışalım. Varsayalım ki yoksul biri %50 ihtimalle kazanacağı bir piyango biletine sahip olsun. %50 ihtimalle 10 milyon dolar kazanacak ya da %50 ihtimalle hiçbir şey. Bu alternatifler karşısında zengin biri yoksul kişiye bileti almak için 4,9 milyon dolar teklif etse, beklenen değer teorisi yoksul kişinin zenginin teklifini reddetmesini söylemektedir. Bu beklenen değer teorisinin St. Petersburg paradoksuyla ilgili de sınırır.

Yukarıdaki son örnekte beklenen değer teorisine göre 5 milyon doların altındaki her rakam yoksul tarafından

reddedilmelidir. Zira beklenen değer teorisine göre bu oyunun değeri $\left(\frac{1}{2} \times 10 \text{ milyon} + \frac{1}{2} \times 0\right)$ 5 milyon dolardır. Ancak beklenen değer teorisinin aksine yoksul kişinin bu teklifi reddetmesi oldukça mantıksız ve gerçek hayatta neredeyse imkansızdır. Gerçek hayatta 0 ile 5 milyon dolar arasında bir yoksul için muazzam bir fark vardır. Buna kıyasla 5 ile 10 milyon dolar arasındaki fark nispeten küçük kalmaktadır. Yoksul kişi beklenen değer teorisine göre bileti elinde tuttuğunda muhtemel stresten çekiliş anında kalp krizi geçirmekle karşı karşıya kalabilir.

St.Petersburg paradoksu ve son örnek bize değer ile fayda arasında karar alma süreçlerinde ciddi farklılıklar olduğunu göstermektedir. 5 milyon doların ifade ettiği değer ile o kişi açısından ifade ettiği fayda çok farklıdır. Bernoulli'ye göre insanlar beklenen değeri değil, beklenen faydayı maksimize etmektedir. Matematiksel olarak yazan değerlerin, o kişi açısından faydası dikkate alındığında St. Petersburg paradoksu da açıklanabilir. Bernoulli değer ve fayda arasındaki ayrıma net bir vurgu yaparak, fayda fonksiyonunun değerini logaritmik fonksiyon şekline indirgemenin bir çözüm olabileceğini önermektedir.

$$u(x) = \ln(x)$$

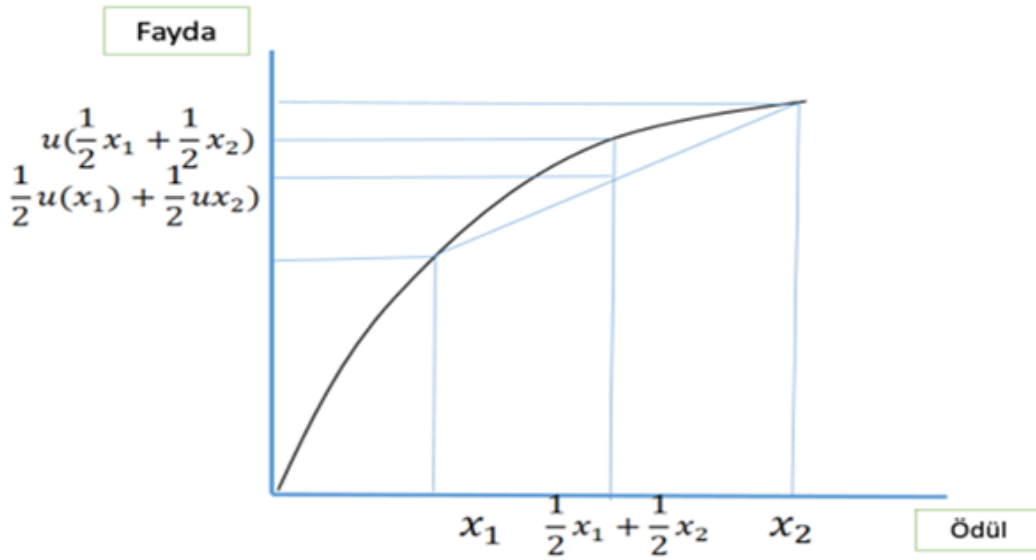
$$\frac{1}{2} \times \ln(2) + \frac{1}{4} \times \ln(4) + \frac{1}{8} \times \ln(8) + \frac{1}{16} \times \ln(16) + \dots =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n \times \ln(2^n)$$

Bu yaklaşım ile St. Petersburg paradoksu analiz edildiğinde oyunun beklenen fayda değerinin sabit bir sayıya yaklaştığı görülecektir. Bu sabit sayı bu oyunu oynamak isteyen kişinin karar vermek için kullanacağı eşik değerdir. Bu hesaplama göre oyunu oynamak için 64 dolara kadar vermek mümkündür.

Beklenen değer yerine beklenen fayda kullanılması durumunda bazı yeni durumlarla karşı karşıya kalınmaktadır. Beklenen faydasını maksimize eden bireyin (riskten kaçan^[1]) marjinal faydası azalan bir yapıya sahiptir. Miktar arttıkça, ekstra miktar artışından elde edeceği fayda azalacaktır. Ayrıca bu kişi riski sevmeyen bir yapıya sahiptir. Başka bir deyişle, kesin olarak alacağı şeyi tercih etmeye meyillidir. Bu konular daha sonraki bölümlerde detaylı bir şekilde incelenecektir. Aşağıdaki grafikte azalan fayda

fonksiyonunu görmek mümkündür. Grafikten de anlaşılacağı gibi ödül miktarı arttıkça, fayda da artmaktadır. Ancak bu artış azalarak artma şeklinde gerçekleşmektedir.



Grafik 4.1: Azalan Fayda Grafiği

4.3. Fayda, Mutluluk ve Refah Tartışmaları

Fayda ile değer arasındaki ayrıma tekrar dönülecek olursa, bir sonucun faydası ölçülürken aslında ölçülen şey refahıdır. Yüksek bir fayda, yüksek bir refah ile ilişkilidir. Burada refahı yüksek yaşam standardı, mutluluk, kaliteli yaşam vs. şeklinde anlamak mümkündür. Karar verme teorisyenleri açısından refah genel olarak üç boyutta ele alınmaktadır.

- Deneyime dayalı
- Objektif
- Tercihe dayalı

Tecrübeye dayalı refah anlayışının temelinde mutlu edecek şeyler yapmak, az acı, zevk veren şeyler bulunmaktadır. Genel olarak iyi olan şeyleri tecrübe etmek fikrine dayanmaktadır. İnsanların kötü ya da zor bir şeyi tecrübe ederek refahını arttırması da mümkündür. Kişinin şu an zor bir işte çalışarak gelecek dönemki yaşam kalitesini yükseltmesi buna bir örnektir. Tecrübe ile refah arasındaki ilişkiyi açıklarken Nozick'in "deneyim makinesi" önemli bulgular sunmaktadır. Bu kurguya göre kişi uykusundan kaçırılır ve güzel şeyler deneyimleyeceği bir makineye bağlanır. Güzel ilişkiler, keyifli vakitler geçiren bu kişi aslında sadece bir illüzyondadır ve bu durumu onun dışındaki herkes bilmektedir. Bu durum bu kişinin ilerleyen yaşında ölmesine kadar devam etmektedir. Deneyim makinesine bağlanmış bu kişinin kötü mü yoksa iyi mi bir yaşamı oldu? Bu sorunun cevabını vermek zordur. İllüzyon içerisinde güzel bir tecrübe geçiren bu kişi aslında gerçek hayattakilere göre hiç bunları tecrübe etmedi. Bu göreceli durumu izah etmek ve bundan mutluluk ve yaşam kalitesiyle ilgili çıkarımlar yapmak kolay değildir.

Daha karmaşık durumlarda deneyim teorisyenlerinin işi zorlaşmaktadır. Aynı deneyim farklı insanlarda farklı refah ya da yaşam kalitesi etkisi yapabilmektedir. Metal müzik dinleyen kişiler arasında aynı deneyim farklı etkiler yapabilmektedir. Yine yaşam boyunca bizi mutlu eden olayları listelediğimizde bazılarının acı veren olaylar bazılarının hatıra bile gelmemektedir. Konunun diğer bir boyutu ise zaman kavramıyla ilgilidir. Şu an tecrübe edeceğimiz güzel bir şey, yarın tecrübe edeceğimiz güzel ya da daha güzel bir şeyden daha iyidir. Bireyin bugün kesin olarak elde edeceği şey gelecekteki daha iyi bir şeye göre daha tercih edilebilmektedir.

Objektif teorisyenlerine göre ise refah ya da mutluluk sadece iyi deneyimlerle ilişkili bir kavram değildir. Bireysel refah salt olarak bizi tatmin eden tercihlerimizle ilişkili olmayabilir. Bireysel ya da toplumsal

refahımızı artıracak başka yollar da mevcuttur. Bunlara şu örnekleri vermek mümkündür:

- Bilgi
- Fiziksel ve ruhsal sağlık, kişinin bedenen iyi durumda olması
- Arkadaşlık ve dostluk
- Zihinsel faaliyetlerde bulunmak

Objektif teorisyenleri refah ya da mutluluk kavramının kişiden kişiye değişen ve bu yönüyle heterojen bir kategori olarak ele almaktadırlar. Objektifler, refah teorisinin yaklaşımıyla insan hayatını iyileştiren tüm dinamiklerin analiz edilemeyeceğini belirtmektedirler. Yukarıda sıralanan faktörler dışında ailenin, kültürün, değerlerin de doğrudan ya da dolaylı olarak insan mutluluğu üzerinde etkisi olduğu söylenebilir. Kişinin içerisinde bulunduğu ortamdan ve coğrafyadan kaynaklı değişik faktörler de bu listeye eklenebilir. Buradaki kritik soru şudur: Bu şekilde değişik faktörlerden yola çıkılarak refah ya da mutlulukla ilgili nasıl mukayeseli bir değerlendirme yapılabilir?

Fayda olarak kavramsallaştırılan şey sayısal bir değer olarak ifade edildiğinden iki tercih arasında bir kıyas yapmak gerektiğinde, bu tercihlere birer sayısal değer atamak gerekmektedir. Yukarıda listelenen ve belirtilen refahla ilgili faktörlere nasıl bir sayısal değer vermek gerekir ki bu sayısal değerlerden yola çıkılarak kişiler arası mutluluk kıyaslaması yapılsın. Yemek ile futbol maçı izlemek birbiriyle çok ilişkili olmayan iki tercih ve bu tarz iki tercih arasında refah açısından tutarlı, gözlemlenebilir, ikna edici analizler yapmak kolay değildir. Bu örnekleri çoğaltmak mümkündür. Arkadaşlık ve açlık; gülmek ve ders çalışmak; yüzmek ve araba kullanmak gibi. Karnı aç olan biri için yemek öncelikli bir durum iken, ilişki odaklı düşünen biri için arkadaşıyla bir yerde çay içmek daha iyi olabilir. Komedi filmi izlemek gülmeye ihtiyacı olan biri için daha iyi bir tercih olabilecekken, yarın sınavı olan biri için ders çalışmak daha iyi olabilir.

Yukarıdaki gibi birbirleriyle ilişkisi olmayan tercihler durumunda sayısal değerler üzerinden fayda analizi yapmak ve bunu insanlar arasında mukayese etmek oldukça zor bir yaklaşımdır. Farklı şeyler farklı insanlar için iyi ya da kötü olabilir, ve bu objektif teorisyenlerinin işini oldukça zorlaştırmaktadır. Bu nedenle refah kavramının fayda fonksiyonu olarak gösterilmesinin tek ve doğru bir yolu bulunmamaktadır. Hem deneyimli merkezli hem de objektif merkezli teorisyenlerin cevaplamakta zorluk yaşadığı temel sorular mevcudiyetini korumaktadır.

Konuyla ilgili diğer bakış açısını sunan tercih teorisyenlerine odaklanarak, resmi daha bütüncül görmek uygun olacaktır. Tercihe bağlı teorisyenlerin temel bakış açısı farklı insanlar için neyin iyi büyük ölçüde farklılık gösterebilmektedir. İnsanın kendisi için neyin iyi olup olmadığını bizatihi kendisi bilmektedir. Tercih teorisyenleri iyi deneyim ya da belirli faktörlerden (objektif) ziyade refah ya da mutluluğu tamamen sübjektif bir zeminde ele almaktadır. Bu sübjektif bakış açısı kendisini basit bir şekilde şöyle izah etmektedir:

“Herhangi bir kişi için A B’den daha iyidir ancak ve ancak o kişi A’yı B’ye tercih ederse”

Bu ifade refahı ya da mutluluğu tercihe indirgemektedir. Kişinin tercih ettiği şey, tercih etmediğine göre daha fazla mutluluk vermektedir şeklinde bir anlam çıkmaktadır. Burada söz konusu olan şey tercihlerin tatmin edilmesidir. Bireylerin refahının tercihle açıklanması farklı şeylerin farklı insanlar için mutluluk getireceği görüşünü de desteklemektedir. Objektif teorisyenlerinin aksine, sübjektif ya da tercih teorisyenleri bireylerin farklı istek ve arzuları olduğunu ve bu farklılıklarını farklı tercihlerle tatmin edebileceğini iddia etmektedirler.

Tercih teorisyenlerinin bakış açısının diğer bir avantajı ise iki farklı ya da birbiriyle ilişkisiz durumların birbirleriyle kıyaslanmasına imkân vermesidir. Yukarıdaki örnekten de hatırlanacağı gibi gülmek ve ders çalışmak arasında kıyas yaparak refahla ilgili genel geçer bir analiz yapmak kolay değildir. Ancak tercih teorisyenleri açısından mukayese daha kolay bir hale gelmektedir. Bir kişi ders çalışmayı komedi filmine tercih ediyorsa, ders çalışmak o kişi için gülmekten daha iyidir denilebilir.

Bu yaklaşımın temel kısıtlarından bir tanesi bireylerin bazı durumlarda ve zamanlarda kendileri için neyin iyi olup olmadığını bilmemeleridir. Hayatımızda yaptığımız ya da tercih ettiğimiz şeylerin bir kısmı bizim için

en iyi olduğundan değil bazen şartlardan ötürü gerçekleşmekte ya da gerçekleşmek zorundadır. **Konuyla ilgili diğer bir faktör de reklam vb. ikna edici faktörlerin tercihlerimiz üzerindeki etkisidir.** Bu tarz dışsal faktörler isteklerimizi uyandırabilmekte ve bireyleri farklı tercihlere yöneltebilmektedir. Dolayısıyla bireyler o an mevcut olan istek, arzu, ihtiyaç, duygu hali vs. her ne ise, o duruma göre tercih yaparak refahlarını maksimize etmektedir demek daha doğru bir yaklaşım olabilir. Böyle bir tanımlama çerçevesinde insanlar bazen kendileri için kötü olanı da tercih edebilmektedir şeklinde bir sonuca da ulaşılabilir.

4.4. Beklenen Fayda Formel Tanımı ve Tekniği

Değer, fayda, refah ve mutlulukla ilgili genel ve özel tartışmalardan sonra beklenen faydanın nasıl bir teknikle kullanıldığı örnekler üzerinden açıklanacaktır.

Tercihler (\succsim) beklenen fayda tekniği kullanılarak temsil edilir eğer ki;

- Her bir sonucun faydası biliniyorsa; $u(a)$, $u(b)$ gibi
- Bu sonuçların gerçekleşme olasılıkları biliniyorsa $p(a)$, $p(b)$ gibi

Formel Tanım: Bir oyunla ilgili tercih bağıntısı (\succsim) belirli sayıda ödül olmak kaydıyla beklenen fayda ile gösterilebilir (temsil edilebilir) eğer ki $u: X \rightarrow \mathbb{R}$ şeklinde bir fonksiyon varsa öyle ki

$$A \succsim B \text{ ancak ve ancak } \sum_{a \in A} p(a)u(a) \geq \sum_{b \in B} p(b)u(b)$$

Yukarıdaki formel tanımda sırayla değişkenleri ve sembolleri açıklamak gerekirse; (\succsim) sembolü 2. Üniteden de hatırlanacağı gibi tercih bağıntısını ifade etmektedir. $A \succsim B$ şeklindeki bir tercih ifadesi bireyin, A'yı en az B kadar tercih ettiği anlamına gelmektedir. Bu ifade, B'yi kesinlikle A'dan daha çok tercih etmeyeceği anlamına da gelmektedir. A ile B arasında kayıtsız kalabilir ya da A'yı B'ye tercih eder.

$u: X \rightarrow \mathbb{R}$ şeklinde ifade edilen ise bir fayda fonksiyonudur. Buradaki X fayda fonksiyonunun tanım kümesini yani girdilerini, R ise görüntü kümesi yani çıktıları ifade etmektedir. R burada aynı zamanda reel sayılar kümesidir. Bu u fonksiyonu X'lerden R yani reel sayı üretmektedir. Her bir X değerini sayıya dönüştürmektedir.

$\sum_{a \in A} p(a)u(a)$ ifadesi ise A genel tercihiyle ilişkili tüm sonuçlardan elde edilecek faydaların ve bu faydaların gerçekleşme ihtimallerinin çarpımı sonucu oluşacak tüm durumların toplanması anlamına gelmektedir. Örneğin, A tercihiyle ilgili a_1 ve a_2 şeklinde iki durum olsun, ve bunların gerçekleşme

ihtimalleri sırasıyla 0.4 ve 0.6 olsun. $\sum_{a \in A} p(a)u(a)$ ifadesi $0.4 \times u(a_1) + 0.6 \times u(a_2)$ anlamına gelmektedir. Eğer ki, A tercihinin beklenen faydası B tercihinin beklenen faydasından büyük eşitse (\geq), A'yı en B kadar tercih etmektedir.

Tercihlerin fayda fonksiyonu şeklinde gösterilmesi için sağlaması gereken birtakım koşullar mevcuttur. 2. Ünite'de ordinal ve kardinal fayda yaklaşımı konusu incelenirken değinilen bu koşullar özetle aşağıdaki gibidir:

1-Tamlılık (Completeness)

Ali karşısına çıkan iki alternatifle ilgili mutlaka tercihini beyan etmelidir. T ile M arasında ya $T \succ M$, ya $T \sim M$, ya $M \succ T$ ya da $M \succsim T$ şeklinde tercihler ortaya konulmalıdır.

2-Yansımalık (Reflexivity)

T en az T kadar tercih edilmelidir. Başka bir ifadeyle $T \succsim T$ dir. Bir alternatif kendisiyle yansımalıdır.

3-Geçişkenlik (Transitivity)

Tercih teorisinde kritik ve en sık kullanılan aksiyom geçişkenliktir. T, M ve Y şeklinde 3 alternatifi olan Ali'nin tercihler arasında şöyle bir ilişki var ise, $T \succcurlyeq M$ ve $M \succcurlyeq Y$ ise geçişkenlik aksiyomu gereği Ali'nin T'yi en az Y kadar tercih etmesi ($T \succcurlyeq Y$) beklenmektedir. Televizyon izlemeyi, maça gitmeye; maça gitmeyi, yüzmeye tercih eden Ali bu aksiyom gereği televizyon izlemeyi yüzmeye tercih etmelidir ($T \succ M$ ve $M \succ Y$ ise $T \succ Y$ dir).

Eğer Ali televizyon izlemek ile maça gitmek arasında ve maça gitmek ile yüzmek arasında kayıtsız ise, televizyon izlemek ile yüzmek arasında da kayıtsız olmalıdır

($T \sim M$ ve $M \sim Y$ ise $T \sim Y$ dir).

Tercihlerin sağlaması gereken bu koşullara ilaveten iki aksiyoma daha ihtiyaç duyulmaktadır. Bunlar bağımsızlık ve Arşimet aksiyomlarıdır.

Bağımsızlık Aksiyomu Tanım

Eğer ki T M'ye tercih ediliyorsa ($T \succ M$); 3. bir tercih olan Y'nin olması durumunda;

T ile Y'nin lineer kombinasyonları ($\alpha \times T + (1 - \alpha) \times Y$) M ile Y'nin lineer kombinasyonlarına ($\alpha \times M + (1 - \alpha) \times Y$) tercih edilmelidir.

$T \succ M$ ise $(\alpha \times T + (1 - \alpha) \times Y) \succ (\alpha \times M + (1 - \alpha) \times Y)$

Bağımsızlık aksiyomu şunu söylemektedir. İki (T,M) durum karşısında tercih belli ise, 3. durum (Y) iki durum arasındaki tercihi etkilememektedir. Eğer ki T M'ye tercih ediliyorsa, T'nin Y ile karışımı da M'nin Y ile karışımına tercih edilmelidir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta α değerinin 0'dan büyük, 1'den küçük eşit olması gerekliliğidir.

Bağımsızlık aksiyomuyla ilgili şu örneği vermek mümkündür. Elmayı Şeftaliye tercih eden Ahmet'in, Elma ile Karpuz karışımını Şeftali ile Karpuz karışımına tercih etmesi gerekmektedir.

Arşimet Aksiyomu Tanımı

T, M ve Y şeklinde 3 alternatifli tercihler söz konusu olsun. $T \succ M \succ Y$ (T'yi M'ye, M'yi de Y'ye tercih etsin). α ile β 0 ile 1 arasında bir değer almak kaydıyla

$(\alpha \times T + (1 - \alpha) \times Y) \succ M \succ (\beta \times T + (1 - \beta) \times Y)$

Yukarıda görüldüğü gibi normalde T'yi M'ye, M'yi de Y'ye tercih eden birey ($T \succ M \succ Y$), öyle bir karışım yapılırsa T ile Y'nin karışımını M'ye, M'yi de T ile Y'nin karışımına tercih edebilir. Bir önceki aksiyoma göre daha teknik olan Arşimet prensibi basit olarak hiçbir tercih sonsuza kadar iyi ya da kötü değildir anlamına gelmektedir. Arşimet aksiyomuyla ilgili örnek vermek gerekirse, Elmayı Şeftaliye, Şeftaliyi de Karpuzla tercih eden Ahmet, $0,8 \times \text{Elma}$ ile $0,5 \times \text{Karpuz}$ u şeftaliye tercih edebilir.

Beklenen fayda ve tercihler arasındaki ilişkiyi özetlemek gerekirse, tercihlerin fayda fonksiyonu tarafından temsil edilebilmesi ya da gösterilebilmesi için sağlaması gereken toplam beş prensip (aksiyom) bulunmaktadır. Bunlar sırasıyla

- Tamlık
- Geçişkenlik
- Yansımalık
- Bağımsızlık
- Arşimet

şeklinde.

Bu ünite genel olarak beklenen değer maksimizasyonundan beklenen fayda maksimizasyonuna doğru bir akış izlenilerek, fayda, değer ve refah tartışmaları yapılmış ve ardından beklenen fayda teorisinin birtakım teknik tanımı ve aksiyomlarına odaklanılmıştır. Beklenen fayda teorisini incelerken örnek olarak gösterilen fonksiyon $u(x)=\ln(x)$ şeklindeydi. Bu fonksiyonda karar alacak bireyin riskten kaçan bir yapıya sahip olduğu tekrardan belirtilmelidir.

Beklenen fayda teorisine ilgili diğer bir durum ise bireyin riski sevmesi ve riske karşı nötr olmasıdır. Bireyin risk durumu fayda fonksiyonun şeklini etkilemektedir. Riski sevmeyen biri için onun durumunu ifade eden fayda fonksiyonu azalarak artan $\ln(x)$ fonksiyonuyken, riski seven birinin fayda fonksiyonu ise $u(x)=x^2$ yani artarak artan şeklinde olabilir. Riske karşı nötr olan birinin fayda fonksiyonu ise $u(x)=x$ şeklinde gösterilebilir.

Beklenen fayda konusunu bir örnek üzerinden pekiştirmek faydalı olacaktır.

Örnek: Ali'nin fayda fonksiyonu $U = \sqrt{w}$ şeklindedir. w sembolü bu fonksiyonda Ali'nin zenginliği ifade etmektedir. Bir manav sahibi olan Ali'nin manavı önümüzdeki sene *eşit olasılıkla* ya 400000 TL ya da 100000 TL değerinde olacaktır. Bu bilgiler ışığında Ali'nin manavını satmaya razı olacağı minimum fiyat kaç TL'dir.

Cevap: İyi durumda 0,5 ihtimalle manavını 400 bin TL'ye, kötü durumda ise 0,5 ihtimalle 100000 TL'ye devredecektir. Bu bilgiler ışığında Ali'nin beklenen faydası:

$U=0.5 \times \sqrt{400000} + 0.5 \times \sqrt{100000} = 150$ TL. Ali'nin manav dükkanını satmaya razı olacağı minimum rakam bu fayda fonksiyonuna göre 150 TL'dir.

Eğer Ali'nin fayda fonksiyonu $u=w$ olsa idi,

Ali'nin manav dükkanını satmaya razı olacağı minimum rakam $U=0.5 \times 400000 + 0.5 \times 100000 = 250000$ TL olacaktır.

Bu örnekten de anlaşılacağı gibi fayda fonksiyonunun şekli sonuçları oldukça ciddi etkilemektedir.

Bölüm Özeti

Birçok durumda hangi tercihler arasında seçim yapmamız gerektiğini bilsek bile, bu tercihin hangi sonuçları doğuracağını bilmemiz oldukça sınırlıdır. Olasılık kullanılarak hangi sonuçların meydana geleceği hakkında çıkarım yapmak mümkün olabilmektedir. Risk altında karar alma konusunda olasılığın kullanılması genel olarak beklenen fayda şeklinde nitelenmektedir. Karar alma teorisinde normatif ya da betimleyici olsun fark etmez, beklenen fayda teorisi önemli bir paradigma olarak karşımıza çıkmaktadır.

Beklenen fayda teorisi yaklaşımının kökenleri çok eskiye gitmektedir. İyi ve kötü arasında tercih yapma durumunda, bunların gerçekleşme ihtimalinin de dikkate alınması gerektiğiyle ilgili tartışmalar yapılmıştır. Tarihsel düzlemde beklenen fayda teorisi günümüzde anlaşıldığı şekliyle “fayda” ile değil de daha çok parasal olarak ifade edilmekteydi. Faydanın paranın çok ötesinde bir kavram olduğu daha modern bir yaklaşımdır.

1713 yılında Nicolas Bernoulli'nin olasılık teorisi için ortaya koyduğu problem halen önemini korumaktadır. St. Petersburg paradoksu şeklinde bilinen bu problem, bir oyunu açıklamak için kullanılmıştır. Bu oyundaki kritik soru şudur: Bir kişi bu oyunu oynamak için kaç para vermeye razıdır?

Yüksek bir fayda, yüksek bir refah ile ilişkilidir. Burada refahı yüksek yaşam standardı, mutluluk, kaliteli yaşam vs. şeklinde anlamak mümkündür. Karar verme teorisyenleri açısından refah genel olarak üç boyutta ele alınmaktadır: Deneyime dayalı; Objektif; Tercihe dayalı.

Kaynakça

[Stanford Encyclopedia of Philosophy](https://plato.stanford.edu/entries/paradox-stpetersburg/), <https://plato.stanford.edu/entries/paradox-stpetersburg/>

Weatherson, B. (2008). Decision making with imprecise probabilities. *Ms., Dept. of Philosophy, University of Michigan*.

Weatherson, B. (2015). Lecture Notes on Decision Theory, <http://brian.weatherson.org/DTBook-15.pdf>, Ocak 2023.

Resnik, M. D. (1987). *Choices: An introduction to decision theory*. U of Minnesota Press.

North, D. W. (1968). A tutorial introduction to decision theory. *IEEE transactions on systems science and cybernetics*, 4(3), 200-210.

Dean, Mark (2017). Expected Utility Theory, http://www.columbia.edu/~md3405/BE_Risk_1_17.pdf, Aralık 2022.

^[1] Bireylerin risk durumu ve fayda fonksiyonu arasındaki ilişki detaylı bir şekilde incelenecektir.

Ünite Soruları

Soru-1 :

Bernoulli'ye göre insanlar karar alma sürecinde neyi maksimize etmektedir?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - beklenen değeri
- (•) - beklenen faydayı
- (•) - beklenen getiriye
- (•) - beklenen refahı
- (•) - beklenen mutluluğu

Cevap-1 :

beklenen faydayı

Soru-2 :

“Adnan karşısına çıkan iki alternatifle ilgili mutlaka tercihini beyan etmelidir.” Bu ifade tercihlerin sağlaması gereken hangi özelliği vurgulamaktadır?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - yansımıcılık
- (•) - görecelilik
- (•) - bağımsızlık

(•) - tamlık

(•) - geçişkenlik

Cevap-2 :

tamlık

Soru-3 :

T, M ve Y şeklinde 3 alternatifi olan Adnan'ın tercihler arasında şöyle bir ilişki var ise, $T \succcurlyeq M$ ve $M \succcurlyeq Y$ ise geçişkenlik aksiyomu gereği Ali'nin

(Çoktan Seçmeli)

(•) - Y'yi en az T kadar tercih etmesi ($Y \succcurlyeq T$) beklenmektedir.

(•) - T'yi en az Y kadar tercih etmesi ($Y \succcurlyeq T$) beklenmektedir.

(•) - T'yi en az Y kadar tercih etmesi ($T \succcurlyeq Y$) beklenmektedir.

(•) - Y'yi en az T kadar tercih etmesi ($T \succcurlyeq Y$) beklenmektedir.

(•) - Y'yi en az M kadar tercih etmesi ($M \succcurlyeq Y$) beklenmektedir.

Cevap-3 :

T'yi en az Y kadar tercih etmesi ($T \succcurlyeq Y$) beklenmektedir.

Soru-4 :

“İki (T,M) durum karşısında tercih belli ise, 3. durum (Y) iki durum arasındaki tercihi etkilememektedir.” Bu aksiyomun adı nedir?

(Çoktan Seçmeli)

(•) - yansımaliılık

(•) - görecelilik

(•) - bağımsızlık

(•) - tamlık

(•) - geçişkenlik

Cevap-4 :

bağımsızlık

Soru-5 :

Adnan'ın fayda fonksiyonu şeklindedir. w sembolü bu fonksiyonda Adnan'ın zenginliği ifade etmektedir. Bir dükkân sahibi olan Adnan'ın önümüzdeki sene dükkânının değeri *eşit olasılıkla* ya 640000 TL ya da 250000 TL değerinde olacaktır. Bu bilgiler ışığında Adnan'ın dükkânını satmaya razı olacağı minimum fiyat kaç TL'dir?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - 125000 TL
- (•) - 150000 TL
- (•) - 100000 TL
- (•) - 200000 TL
- (•) - 130000 TL

Cevap-5 :

130000 TL

Soru-6 :

Karar verme teorisyenleri açısından refah genel olarak üç farklı yaklaşımla ele alınmaktadır. Aşağıdakilerden hangisi bu yaklaşımları içermemektedir.

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - Tecrübe
- (•) - Tercih
- (•) - Objektif
- (•) - Göreceli
- (•) - Deneyim

Cevap-6 :

Göreceli

Soru-7 :

St. Petersburg paradoksunda cevaplanması istenilen temel soru aşağıdakilerden hangisidir?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - Bu oyunun bir kişiye maliyeti ne zaman minimum olur?
- (•) - Bu oyunun bir kişiye maliyeti kaç paradır?
- (•) - Bir kişi bu oyunu oynamak için kaç para vermeye razıdır?
- (•) - Kaç kişi bu oyunu oynamak için belirlenen bedeli öder?
- (•) - Bu oyunu oynamaya razı olmanın getirisi nedir?

Cevap-7 :

Bir kişi bu oyunu oynamak için kaç para vermeye razıdır?

Soru-8 :

	Yağışlı	Yağışsız
Şemsiye	40	30
Şemsiyesiz	0	20

Yukarıdaki karar tablosunda havanın yağışlı olma ihtimali 0,7 ise yanına şemsiye alarak dışarı çıkmanın beklenen faydası kaçtır?

(Çoktan Seçmeli)

(•) - 37

(•) - 35

(•) - 40

(•) - 41

(•) - 33

Cevap-8 :

37

Soru-9 :

	Yağışlı	Yağışsız
Şemsiye	40	30
Şemsiyesiz	0	20

Yukarıdaki karar tablosunda havanın yağışlı olma ihtimali 0,7 ise yanına şemsiye **almayarak** dışarı çıkmanın beklenen faydası kaçtır?

(Çoktan Seçmeli)

(•) - 28

(•) - 9

(•) - 14

(•) - 6

(•) - 10

Cevap-9 :

6

5. RİSK TÜRLERİ VE BAZI ANORMALLİKLER

Birlikte Düşünelim

- Psikoloji ya da ekonomi biliminin riske bakış açısı nasıldır?
- İnsanların farklı risk davranışları nasıl kategorize edilmektedir.
- Matematik ve geometri disiplinleri riski nasıl tanımlamakta ve göstermektedir.
- Risk kavramının açıklayamadığı anormal davranışlar mevcut mudur?

Başlamadan Önce

Bu ünite riskle ilgili temel birtakım sorulara cevap aranacaktır Farklı disiplinlerin riske olan bakış açılarına yer verilecektir. İnsanların risk karşısında takındıkları tutarlı tavırlar incelenecektir. 3 farklı risk çeşidi üzerinden çeşitli örnekler, geometrik ve matematiksel hesaplamalar yapılacaktır. Bunlar sırasıyla risk iştahsızlığı, risk iştahı ve risk nötr olarak kategorize edilmektedir.

Konkavlık kavramı kullanılarak fayda grafiklerinin riski nasıl temsil ettiği detaylı bir şekilde tartışılacaktır. Risk tanımlamalarının yeterli bir şekilde açıklayamadığı anormallikler gündeme getirilecek ve birtakım vakalar üzerinden konu daha iyi anlaşılmasına çalışılacaktır.

5.1. Giriş

Psikoloji biliminin temel sorularından bir tanesi de insanların risk davranışlarını ya da riske olan duyarlılıklarını araştırmaktır. İnsanların riske olan hassasiyetleri belirli ortamlara özgü bir şekilde açıklanabilir mi yoksa risk karakterle ilgili bir durum mudur? Bireylerin risk tercihleri üzerinden yapılan açıklamalar riski dışsal bir faktör olarak olduğu gibi kabul ederken, başka çalışmalarda riski belirleyen ya da etkileyen faktörler incelenmektedir.

Ekonomistlerin klasik bakış açısına göre risk ortalama getiriye göre beklenen getirinin mukayese edilmesiyle tanımlanmaktadır. Getirilerdeki seçimlerin farklılıklarına göre insanların risk durumu tanımlanmaktadır. Ortalama getirisi 50 olan bir oyunda, beklenen getirinin 50'nin altında ya da üstünde olması durumlarından hangisinin tercih edildiği kişinin riski sevip sevmediği şeklinde ölçülmektedir. Konuyla ilgili diğer bir görüş ise risk kabulüdür. Herhangi bir oyun ya da karar verme durumunda kesin olan yerine kesin olmayan alternatifleri seçmek şeklinde ortaya çıkan risk kabulü, olası sonuçların yüksek getirilerine odaklanmaktadır. Risk konusuyla ilgili diğer bir görüş ise riski azalan duyarlılık ve algı üzerinden açıklamaktadır. Bu yaklaşım bir değer fonksiyonu üzerinden rakamları sübjektif değerlere indirgemektedir. Bu bakış açısına göre olası getiri miktarları arttıkça insanların risk duyarlılıkları azalmaktadır. Bu 3 yaklaşımın yanı sıra kişilerin karakter analizi üzerinden de karar alma süreçleri incelenebilmektedir. Yapılan deneyler ve gerçekleştirilen gözlemler sonucunda entegre yaklaşımların karar alma süreçlerini daha başarılı bir şekilde açıkladığı tespit edilmiştir. **Elde edilen bulgular insanların kesin ya da olası sonuçlar olsun kayıp ile kazanç arasında tutarlı tercihler yaptıklarını göstermektedir.** Kayıp ve kazanç arasında nasıl bir tercih yapıldığıyla ilgili olarak bireylerin risk durumu genel olarak üç şekilde ele alınmaktadır. Bunlar risk iştahsızlığı (risk almama), risk nötr ve risk iştahı (risk alma) şeklindedir.

5.2.Risk İştahsızlığı ve Faydanın Konkavlığı

Tüketici davranışlarını inceleyen teorilere göre para, gelir, zenginlik, tüketim ya da finansal varlık seviyesini gösteren herhangi bir c pozitif sayısına bağlı \sqrt{c} , c , c^2 , $\ln(c)$ fayda fonksiyonlarının hepsi “çok olan daha iyidir” tercihini ifade etmektedir. Parasal olarak 10 8’den, zenginlik göstergesi olarak 2 1’den, finansal varlık olarak 20 19’dan daha iyidir. Ancak konuya beklenen fayda teorisi üzerinden yaklaşıldığında bu fonksiyonlar farklı anlamlar ifade etmektedir. İki durum ve bu durumlara bağlı iki olasılık (p_1 p_2) olduğu varsayıldığında;

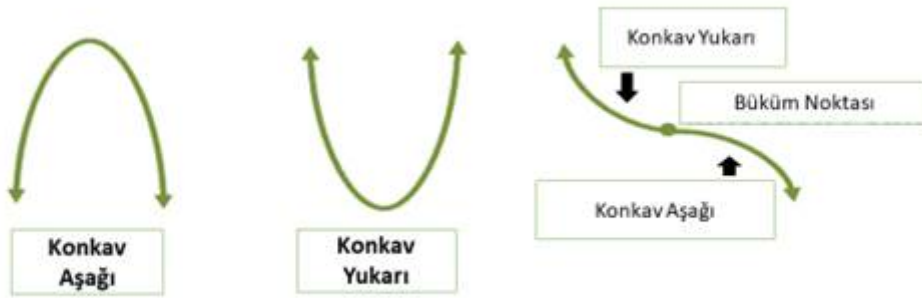
$$p_1 \times c_1 + p_2 \times c_2$$

$$p_1 \times \ln(c_1) + p_2 \times \ln(c_2)$$

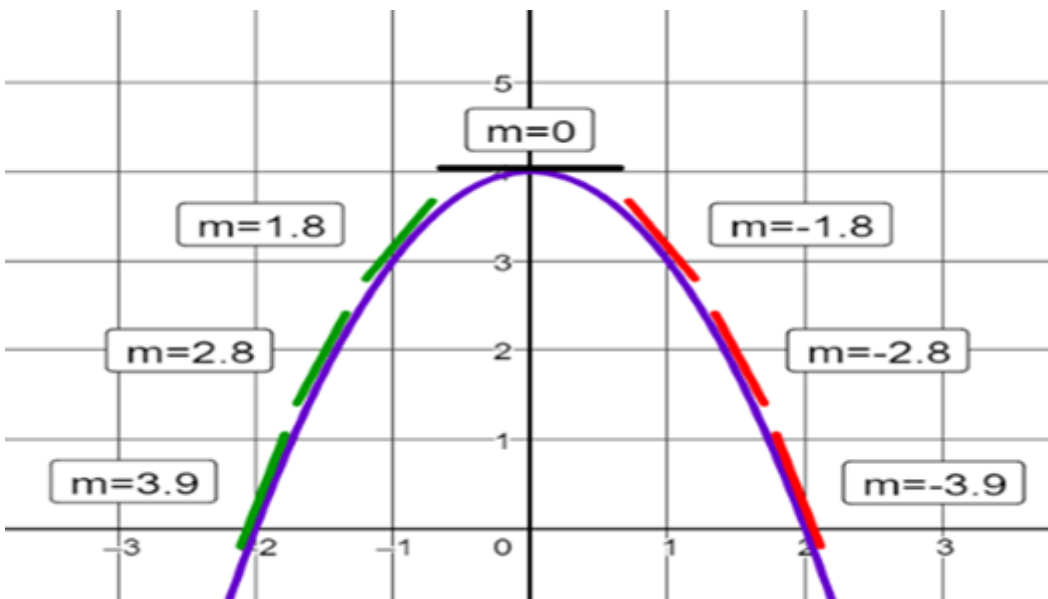
$$p_1 \times c_1 + p_2 \times c_2$$

şeklinde farklı beklenen fayda fonksiyonları elde edilebilir. Yukarıdaki 3 fayda fonksiyonu beklenen formatına dönüştürüldüğünde risk açısından farklılıklar göstermektedir. C sayısı para ya da zenginlik gibi aynı şeyi ifade etse bile fonksiyona girdiğinde bireylerin farklı risk algılarını yansıtmaktadır. Farklı risk türlerini açıklamak için konkavlık konusu üzerinde durmak yerinde olacaktır.

Şekil 5.1: Konkavlık



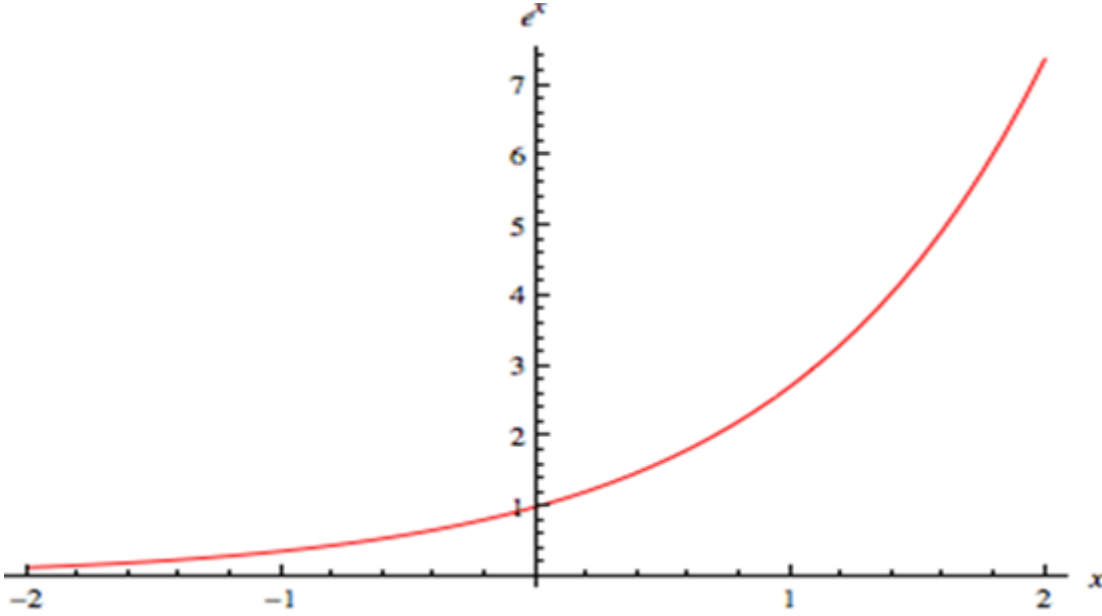
Yukarıdaki şekillerden solda yer alan ilk grafik, konkav aşağı şekline aittir. Bu şekle konkav aşağı yönlü denmesinin sebebi yatay eksende soldan sağa yani eksi sonsuzdan, artı sonsuza gidildiğinde eğimin sürekli azalıyor olmasıdır. Bu durumu daha detaylı bir şekilde aşağıda gösterelim. Aşağıdaki grafikte görüldüğü üzere $X=-3$ noktasından, $X=3$ noktasına doğru adım adım ilerlendiğinde, m olarak ifade edilen eğim sürekli azalmaktadır. $X=-2$ iken 3.9 olan eğim, $X=0$ iken $m=0$ a düşmektedir, ardından X arttıkça eğim negatif işaret olarak azalmaya devam etmektedir.



Şekil 5.2: Konkavlık

X değeri arttıkça eğimin sürekli azalması durumuna konkav aşağı yönlülük denilmektedir. Konkav aşağı yönlülük karar teorisi açısından ele alındığında, paranın artması, zenginliğin artması ya da tüketimin artması durumunda eğim yani bu artışın etkisi azalmaktadır denilebilir. Konkav aşağı yönlü grafikler azalan marjinal faydayı ifade etmektedir.

Konkav aşağı yönlünün tam tersi olan grafik ise konkav yukarı yönlüdür. Şekilden de anlaşılacağı gibi konkav yukarı yönlü grafiklerde X arttıkça, eğim de artmaktadır. Başka bir ifadeyle X ile eğim arasında pozitif bir ilişki bulunmaktadır. X'in ifade ettiği parasal bir faktör arttıkça, bu artışın marjinal etkisi de artmaktadır. Üstel fonksiyonlar konkav yukarı yönlüdür. Aşağıda üstel bir fonksiyon türü olan eksponansiyel grafiği görülmektedir.



Grafik 5.1: Üstel Fonk.

Yine c parasal bir değeri ifade etmek koşuluyla e^c eksponansiyel bir fonksiyon olarak parasal artışların marjinal etkisinin de arttığını göstermektedir.

Yukarıdaki şekilde en sağda yer alan grafikte ise hem yukarı hem de aşağı yönlü konkavlık aynı şekil üzerinde görülebilmektedir. Şekilden de anlaşılacağı gibi konkavlığın konkav yukarıdan aşağıya ya da konkav aşağıdan yukarıya değiştiği noktaya büküm noktası denilmektedir. Bir grafikteki büküm noktası X arttıkça konkavlığın değişeceği anlamına gelmektedir. Karar teorisi açısından bakıldığında, parasal değer artması belirli bir noktaya kadar azalan bir etkiye, o noktadan sonra ise artan etkiye sahip olabilir. İşte o nokta büküm noktasıdır.

Konkavlığın aşağı ya da yukarı yönlü olduğunun tespiti türev tekniği ile gerçekleştirilmektedir. Herhangi bir fonksiyonun 2. türevi alındığında, 2. türevinin işareti pozitif ise, konkavlık yukarı yönlüdür. Yani, X arttıkça eğim de artmaktadır. 2. türevin pozitif olması marjinal etkinin arttığına işaret etmektedir. 2. türevin işaretinin negatif olması ise konkavlığın aşağı yönlü olduğuna işaret eder ve marjinal etkinin azaldığı anlamına gelmektedir.

Örnek: Aşağıdaki fayda fonksiyonunun konkavlık yönünü tespit ediniz.

$$u(c) = 2\sqrt{c}$$

Çözüm: Öncelikle birincil türev alınmalıdır.

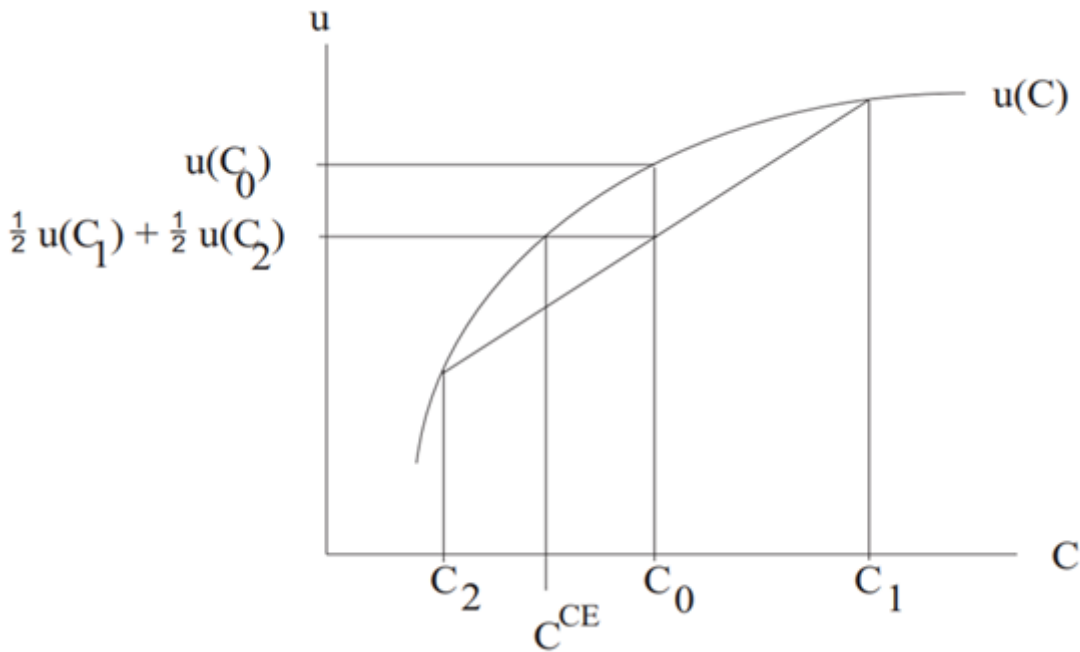
$$u(c)' = \frac{1}{\sqrt{c}}$$

Ardından ikincil türev alınmalıdır.

$$u(c)'' = -\frac{1}{2^{3/2}\sqrt{c}}$$

$u(c)''$ nin işareti herhangi bir c değeri için negatiftir. Bu nedenle $u(c)=2\sqrt{c}$ fayda fonksiyonu konkav aşağı yönlüdür. Başka bir ifadeyle, c nin artması durumunda marjinal etkisi azalmaktadır.

Konkavlığın nasıl hesaplandığının ardından risk iştahsızlığı yani riskten kaçınma ya da riski almama durumu incelenilecektir. C olarak nitelendirilen parayı ifade eden bir sembol olsun. İki durum olsun, L_0 ve L . L_0 %100 ihtimalle C_0 elde etmeyi, L ise $\frac{1}{2}$ ihtimalle C_1 ve C_2 elde etmeyi ifade etsin. Burada $C_1 = C_0 + k$; $C_2 = C_0 - k$ 'ya eşittir. Burada k herhangi bir para miktarıdır. C_1 , C_0 dan büyük, C_2 ise C_0 dan küçüktür. Fayda fonksiyonunun aşağı yönlü konkav olduğu varsayımı altında grafiği inceleyelim.



Şekil 5.3: Risk İştahı Fayda Fonk.

$$\frac{1}{2} u(C_1) + \frac{1}{2} u(C_2) < u(C_0) \text{ 'tir.}$$

Grafikten de görüleceği gibi kesin olan C_0 'ın faydası, $\frac{1}{2}$ ihtimalle gerçekleşecek olan C_1 ve C_2 'nin faydaları toplamından büyüktür.

$$\text{Yukarıdaki grafikte görüleceği gibi ayrıca } \frac{1}{2} u(C_1) + \frac{1}{2} u(C_2) = u(C^{CE}).$$

$u(C_0) > u(C^{CE})$ yani kesin olan C_0 'nin faydası C^{CE} nin faydasından yüksektir.

C^{CE} burada kesinlik dengi olarak adlandırılmaktadır. **Kesinlik dengi, karar vericinin riskli bir tercihi ya da faaliyeti kesin bir değer karşılığı yapmaktan vazgeçebileceği miktardır. Herhangi bir riskli eylemin kesinlik denginin o eylemin değerine eşit olduğu kabul edilmektedir.** Belirli durumlarda kesinlik dengi satış fiyatı şeklinde de kabul edilmektedir. *Kesinlik dengiyle karşı karşıya kalan kişi bu riskli tercihi yapmakla satmak arasında kararsız kalmaktadır.* Yukarıdaki grafikte gösterilen risk iştahsızlığı yani riskten

kaçınma durumunda, kesinlik dengi beklenen değerden düşüktür çünkü kişi kazanç ihtimali olsa dahi riskten kaçınmak ister.

Sigortacılık alanında C_0 ile C^{CE} ($C_0 - C^{CE}$) arasındaki farka en yüksek sigorta primi denilmektedir. Böyle bir kararla ($\frac{1}{2}$ ihtimalle C_1 ve C_2) karşı karşıya kalan kişi $C_0 - C^{CE}$ miktarı kadar sigorta primi ödeyerek riske karşı kendisini korumuş olur. $C_0 - C^{CE}$ bu fark kendisini riske karşı sigorta yapmak isteyen kişinin ödemeye razı olacağı en yüksek prim tutarıdır. *Riski sevmeyen kişinin sigorta risk primi daima pozitifdir.*

Maksimum Risk Primi (RP)=Beklenen Değer – Kesinlik Dengi

Yukarıdaki grafik, riskten kaçınan ya da riske karşı iştahsız olan bir kişinin fayda fonksiyonuna örnektir. Buna benzer farklı konkav aşağı yönlü fonksiyonlarla riskten kaçınma durumu gösterilebilir.

5.3.Risk Nötr ve Risk İştahı

İnsanların riske karşı takındıkları tutuma ya da sergiledikleri davranış bazen şaşırtıcı olabilmektedir. Bazıları düşük getirili şans oyunlarında risk almazken, bazılarının yüksek getirili şans oyunlarında daha fazla risk aldıkları gözlenmektedir. İnsanın içerisinde bulunduğu durum ya da kararı sonrası karşılaşacağı sonuçlar da risk tutumunu etkileyebilmektedir. Tuttuğu takıma duygusal olarak fanatik düzeyde sevgi besleyen bir kişi rasyonel olmayan bir şekilde tuttuğu takım lehine yüksek miktarda şans oyunu oynayabilirken, daha yüksek ihtimalle kazanacağı bir oyunu oynamayı tercih etmeyebilir. Bu tarz, insan olmadan kaynaklı ve analiz edilmesi kolay olmayan davranışları çoğaltmak mümkün olsa da, diğer risk tutumları risk nötr ve risk alma şeklinde sıralanabilir.

Vaka:

Messi danışmanlık şirketini 750 000 Euro'ya satmak istemektedir. Şirketini satmaması durumunda geçmiş yıllardaki bilançolara göre 600 000 Euro **ya da** 1 000 000 kazanma ihtimali bulunmaktadır.

Ronaldo danışmanlık şirketini 800 000 Euro'ya satmak istemektedir. Şirketini satmaması durumunda geçmiş yıllardaki bilançolara göre 600 000 Euro **ya da** 1 000 000 kazanma ihtimali bulunmaktadır.

Mbappe danışmanlık şirketini 820 000 Euro'ya satmak istemektedir. Şirketini satmaması durumunda geçmiş yıllardaki bilançolara göre 600 000 Euro **ya da** 1 000 000 kazanma ihtimali bulunmaktadır.

İnceleme:

Yukarıdaki vaka örneğinde şirketin satılmak istendiği fiyatlar kesinlik dengi olarak kabul edilmektedir.

Her 3 durumda da geçmiş yıllardaki bilançoların düşük ya da yüksek çıkma ihtimalinin eşit olduğu ($\frac{1}{2}$) varsayımı altında beklenen değer:

$$600\,000 \times \frac{1}{2} + 1\,000\,000 \times \frac{1}{2} = 800\,000 \text{ Euro'dur.}$$

Messi beklenen değeri 800 000 Euro olan şirketini 750 000 Euro'ya satmak istediği için yani kesinlik dengi beklenen değerden düşük olduğu için risk almayan, riskten kaçınan biridir. *Messi bu durumda satışı yapmayıp, bilançonun kötü olma ihtimaline karşı 50 000 Euro'ya kadar sigorta risk primi ödemeye razıdır.*

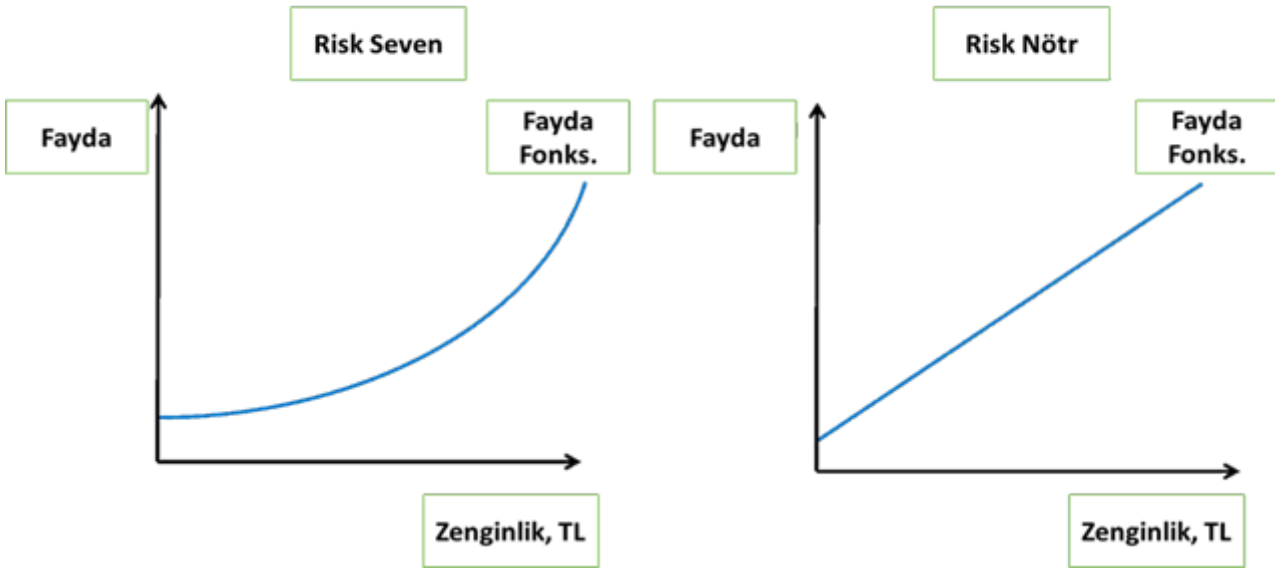
Ronaldo beklenen değeri 800 000 Euro olan şirketini 800 000 Euro'ya satmak istediği için yani kesinlik dengi beklenen değere eşit olduğu için risk nötr biridir.

Mbappe beklenen değeri 800 000 Euro olan şirketini 820 000 Euro'ya satmak istediği için yani **kesinlik dengi beklenen değerden yüksek olduğu için risk seven, riske karşı iştahlı biridir.** Risk iştahsızlığı yani risk almak istememenin tersi durumu risk almaktır. **Risk almayı seven biri için kesinlik dengi beklenen değerden ya da faydadan daha yüksektir.** Riski seven birinin sigorta risk primi kesinlik dengi beklenen faydadan daha yüksek olduğu için negatiftir.

Maksimum Risk Primi (RP)=Beklenen Değer – Kesinlik Dengi

Mbappe örneğinde, risk primi $800\,000 - 820\,000 = -20\,000$ Euro'dur. -20 000 Euro'nun mutlak değeri yani 20 000 Euro, riskli seven birinin kaybetmeyi göze aldığı en yüksek rakamdır. Beklenen değeri almaktan ziyade riskli eylemi tercih eden bu kişiler için risk olumlu bir yön içermektedir.

Ronaldo örneğinde ise risk nötr durumu vardır. **Beklenen değer ile kesinlik denginin birbirine eşit olması durumu risk nötr olarak tanımlanmaktadır.** Bu durumda şirketi satmak ile satmamak arasında risk açısından bir fark bulunmamaktadır. Aşağıdaki iki farklı grafikte risk seven ve risk nötr fayda fonksiyonları yer almaktadır.



Şekil 5.4: Risk Türleri

Yukarı grafikte sol tarafta yer alan risk seven bireyin fayda fonksiyonu konvex yukarı yönlüken, risk nötr bireyin fayda fonksiyonu ise doğrusaldır.

Farklı risk tutumları konusunu özetlemek gerekirse;

Aynı beklenen fayda ya da değer durumunda;

- Risk almayı sevmeyen ya da riskten kaçınan biri her zaman güvenli olanı riskli olana tercih eder
- Riski seven biri her zaman riskli olanı güvenli olana tercih eder
- Risk nötr biri için kesin olan ile riskli olan arasında net bir ayrım yoktur. Her ikisi arasında kayıtsızdır.

Risk tutumlarını etkileyen diğer bir faktör ise *varyanstır*. Alternatif iki olası durumdan standart sapması yüksek olan ile düşük olan arasında risk tutumu açısından ciddi farklılıklar olabilir. Yüksek standart sapma ortalama değerden uzak olmayı, düşük standart sapma ise ortalamaya yakın olmayı sağlamaktadır. Riskten kaçınan biri düşük standart sapmalı bir eylemi tercih ederken, riski seven biri yüksek standart sapmalı bir tercihte bulunacaktır.

Yukarıda yer alan Messi, Ronaldo ve Mbappe örneğini biraz farklılaştırıp, standart sapmanın risk tutumları üzerindeki etkisini anlamaya çalışalım.

Vaka:

Riskten kaçınan Messi iki alternatifle karşı karşıyadır:

1-Şirketini satmaması durumunda geçmiş yıllardaki bilançolara göre 600 000 Euro **ya da** 1 000 000 kazanma ihtimali bulunmaktadır.

2- Şirketini satmaması durumunda geçmiş yıllardaki bilançolara göre 700 000 Euro **ya da** 900 000 kazanma ihtimali bulunmaktadır.

Riski seven Mbappe iki alternatifle karşı karşıyadır:

1-Şirketini satmaması durumunda geçmiş yıllardaki bilançolara göre 600 000 Euro **ya da** 1 000 000 kazanma ihtimali bulunmaktadır.

2- Şirketini satmaması durumunda geçmiş yıllardaki bilançolara göre 700 000 Euro **ya da** 900 000 kazanma ihtimali bulunmaktadır.

İnceleme:

Riskten kaçınan Messi 1. ile 2. durum aynı beklenen değeri vermesine rağmen, daha düşük standart sapması olduğu için 2. durumu tercih edecektir. 2. durumdaki rakamlar beklenen değer olan 800 000 Euro'ya daha yakındır.

Riski seven Mbappe 1. ile 2. durum aynı beklenen değeri vermesine rağmen, daha yüksek standart sapması olduğu için 1. durumu tercih edecektir. 1. durumdaki rakamlar beklenen değer olan 800 000 Euro'ya daha uzaktır.

5.4.Anormallikler

Şu ana kadar bu üniteye yapılan açıklamalarda insanların risk karşısındaki tutumları ele alınmıştır. Heterojen risk tutumları olmasına rağmen bunlar standart bir şekilde 3 farklı risk kategorisiyle (riskten kaçınan, risk nötr, risk seven) açıklanmaya çalışılmıştır. Tüm bu kategorilere rağmen beklenen değer ya da fayda teorisinin açıklayamadığı durumlar bulunmaktadır. Bu açıklanamayan durumlara genel başlık olarak anormallikler demek doğru olacaktır. Psikoloji ve diğer bilimlerin de katkısıyla bu anormallikleri kısmen de olsa açıklamak mümkündür. Bu anormalliklerle ilgili en yaygın açıklama kayıp ve kazanç konusuyla ilgilidir.

Aynı büyüklükteki kayıplar, kazançlara göre daha fazla acı vermektedir. Bundan ötürü kayıptan kaçınma tavrı riskli durumlarda baskın olmaktadır. Deneysel çalışmalar da genel olarak insanların riskten kaçındığı yönünde bulgular sunmaktadır. Aynı miktardaki kaybın algısıyla kazancın algısı aynı olmamaktadır.

Vaka:

Basit bir soruya cevap vererek 500 000 TL değerinde bir araba kazandığınızı hayal edin. Ardından bu kazandığınız arabayla kaza yaptığınızı ve arabanın pert olduğunu aklınıza getirin. Bu durumdan nasıl etkilenirsiniz.

İnceleme:

Aslında bu örnekteki rakamsal olarak değerler hem kazanç için hem de kayıp için aynı büyüklükte olmasına rağmen psikolojik olarak arabanın pert olması negatif bir duygu olarak daha baskın olacaktır. Kazancın kaybedilmiş olması olumsuz duygu olarak ağır basacaktır.

Vaka:

%20 indirimle satılan ve fiyatı 200 TL olan bir ayakkabı almayı düşündünüz. Kasaya gittiğinizde indirim olmadığını öğreniyorsunuz. Bu durumu fiyatı 160 TL olan bir ayakkabının kasaya gittiğinizde 40 TL ek ücretle satıldığını öğrendiğiniz durumla karşılaştırınız.

İnceleme:

Yapılan deneysel ve gözleme dayalı çalışmalar ilk durumda ayakkabı almaya, ikinci durumda ise ayakkabı almaktan vazgeçmeye meyilli olunduğu göstermektedir. Genel olarak bireyler ek ücret ödemeye istekli değillerken, indirim vazgeçmeyi daha kolay kabul etmektedirler.

Anormallikleri açıklama noktasında Kahneman ve diğerleri (1986)'ın bilimsel çalışması da oldukça ilginçtir. Şimdi bu vakayı inceleyelim:

Vaka:

1-Az bir kâr yapan şirket, ekonomik durgunluğun ve işsizlik oranının arttığı ama enflasyonun olmadığı bir dönemde çalışanlarının maaşını %7 düşürüyor.

2-Benzer şartlarda ama enflasyonun % 12 olduğu ortamda, şirket çalışanlarının maaşını %5 artırıyor.

İnceleme:

Her iki durumda da reel olarak ücretler %7 düşmüş olmasına rağmen çalışanların %62'si 1. durumu haksızlık ya da çok büyük haksızlık olarak nitelendirmişlerdir. 1. durumda *kesin kayıp ile algılanan kazanç* mukayese edilerek, kesin kayıp daha baskın bir şekilde çalışanların duygularını etkilemiştir. Ekonomik rasyonalite ve hesaplamalar neticesinde her iki durum aynı olsa bile mantıksal bir düşünme yerine maaşlardaki azalış yani kayıp daha etkili olmuştur.

Bu tarz vaka örneklerinden anlaşıldığı gibi kayıp ve kazanç sadece matematiksel bir değer değil aynı zamanda olayın hangi şartlarda gerçekleştiği, nasıl anlaşıldığına bağlı olarak psikolojik bir öğeye dönüşebilmektedir.

Vaka:

Yapılan çalışmada 150 kişiye aşağıdaki alternatiflere göre tercihte bulunmaları istendi.

· 1.Karar

a-240 Dolar kesin kazanç

b-%25 ihtimalle 1000 Dolar kazanma, %75 ihtimalle hiçbir şey

· 2.Karar

c-750 Dolar kesin kayıp

d-%75 ihtimalle 1000 Dolar kaybetme, %25 ihtimalle hiçbir şey

Sonuç ve İnceleme:

1.kararda katılanların %84'ü a'yı yani kesin kazancı tercih ederken, 2. kararda ise katılanların % 87'si d'yi tercih etmiştir. Riskten kaçınma yaklaşımına göre 1. kararda çoğunluğun kesin kazancı tercih etmesi beklenen bir durumdur. 2.kararda ise beklenen değeri aynı olan iki alternatif arasında çoğunluğun d'yi tercih etmesi insanların kesin kayıptan kaçmak istediklerini göstermektedir.

Bu tarz vakalarda gerçek bir parasal teşviğin olmaması sadece kâğıt üzerinde birtakım rakamların yazması çalışma bulgularının güvenilirliği açısından eleştirilmiştir. Bu tarz çalışmaların gerçek ortamlarda ve parasal teşvik ya da cezalarla yapılması daha gerçekçi sonuçlar verecektir. İleriki aşamalarda benzer çalışmalar deneysel ortamda birtakım teşvikler verilerek gerçekleştirilmiş ve benzer anormalliklerin olduğu saptanmıştır.

Bölüm Özeti

Ortalama getirisi 50 olan bir oyunda, beklenen getirinin 50'nin altında ya da üstünde olması durumlarından hangisinin tercih edildiği kişinin riski sevip sevmediği şeklinde ölçülmektedir. Konuyla ilgili diğer bir görüş

ise risk kabulüdür. Herhangi bir oyun ya da karar verme durumunda kesin olan yerine kesin olmayan alternatifleri seçmek şeklinde ortaya çıkan risk kabulü, olası sonuçların yüksek getirilerine odaklanmaktadır. Risk konusuyla ilgili diğer bir görüş ise riski azalan duyarlılık ve algı üzerinden açıklamaktadır. Bu yaklaşım bir değer fonksiyonu üzerinden rakamları subjektif değerlere indirgemektedir. Bu bakış açısına göre olası getiri miktarları arttıkça insanların risk duyarlılıkları azalmaktadır. Bu 3 yaklaşımın yanı sıra kişilerin karakter analizi üzerinden de karar alma süreçleri incelenebilmektedir. Yapılan deneyler ve gerçekleştirilen gözlemler sonucunda entegre yaklaşımların karar alma süreçlerini daha başarılı bir şekilde açıkladığı tespit edilmiştir. Elde edilen bulgular insanların kesin ya da olası sonuçlar olsun kayıp ile kazanç arasında tutarlı tercihler yaptıklarını göstermektedir. Kayıp ve kazanç arasında nasıl bir tercih yapıldığıyla ilgili olarak bireylerin risk durumu genel olarak **üç şekilde ele alınmaktadır. Bunlar risk iştahsızlığı (risk almama), risk nötr ve risk iştahı (risk alma) şeklindedir.**

Tüketici davranışlarını inceleyen teorilere göre para, gelir, zenginlik, tüketim ya da finansal varlık seviyesini gösteren herhangi bir c pozitif sayısına bağlı \sqrt{c} , c , c^2 , $\ln(c)$ fayda fonksiyonlarının hepsi “çok olan daha iyidir” tercihini ifade etmektedir. Parasal olarak 10 8’den, zenginlik göstergesi olarak 2 1’den, finansal varlık olarak 20 19’dan daha iyidir. Ancak konuya beklenen fayda teorisi üzerinden yaklaşıldığında bu fonksiyonlar farklı anlamlar ifade etmektedir.

Risk türleri konvavlık kavramı kullanılarak ta açıklanabilir. Konkavlığın aşağı ya da yukarı yönlü olduğunun tespiti türev tekniği ile gerçekleştirilmektedir. Herhangi bir fonksiyonun 2. türevi alındığında, 2. türevinin işareti pozitif ise, konkavlık yukarı yönlüdür. Yani, X arttıkça eğim de artmaktadır. 2. türevin pozitif olması marjinal etkinin arttığına işaret etmektedir. 2. türevin işaretinin negatif olması ise konkavlığın aşağı yönlü olduğuna işaret eder ve marjinal etkinin azaldığı anlamına gelmektedir.

Heterojen risk tutumları olmasına rağmen bunlar standart bir şekilde 3 farklı risk kategorisiyle (riskten kaçınan, risk nötr, risk seven) açıklanmaya çalışılmıştır. Tüm bu kategorilere rağmen beklenen değer ya da fayda teorisinin açıklayamadığı durumlar bulunmaktadır. Bu açıklanamayan durumlara genel başlık olarak anormallikler demek doğru olacaktır. Psikoloji ve diğer bilimlerin de katkısıyla bu anormallikleri kısmen de olsa açıklamak mümkündür.

Kaynakça

Concina, L. (2014). Risk attitude & economics. FonCSI.

Krishnamurthy, P., Khare, A., Klenck, S. C., & Norton, P. J. (2015). Survival modeling of discontinuation from psychotherapy: A consumer decision-making perspective. *Journal of clinical psychology*, 71(3), 199-207.

Weatherson, B. (2008). Decision making with imprecise probabilities. *Ms., Dept. of Philosophy, University of Michigan*.

Weatherson, B. (2015). Lecture Notes on Decision Theory, <http://brian.weatherson.org/DTBook-15.pdf>, Ocak 2023.

Resnik, M. D. (1987). *Choices: An introduction to decision theory*. U of Minnesota Press.

North, D. W. (1968). A tutorial introduction to decision theory. *IEEE transactions on systems science and cybernetics*, 4(3), 200-210.

Yechiam, E., & Ert, E. (2011). Risk attitude in decision making: In search of trait-like constructs. *Topics in Cognitive Science*, 3(1), 166-186.

Ünite Soruları

Soru-1 :

Riskten kaçınan Ali'nin aşağıdaki alternatiflerden hangisini seçmesi beklenmektedir?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - ya 100 TL ya da 200 TL
- (•) - ya 120 TL ya da 180 TL
- (•) - ya 130 TL ya da 170 TL
- (•) - ya 140 TL ya da 160 TL
- (•) - ya 90 TL ya da 210 TL

Cevap-1 :

ya 140 TL ya da 160 TL

Soru-2 :

Risk iştahı yüksek olan Ali'nin aşağıdaki alternatiflerden hangisini seçmesi beklenmektedir.

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - ya 100 TL ya da 200 TL
- (•) - ya 120 TL ya da 180 TL
- (•) - ya 130 TL ya da 170 TL
- (•) - ya 140 TL ya da 160 TL
- (•) - ya 90 TL ya da 210 TL

Cevap-2 :

ya 90 TL ya da 210 TL

Soru-3 :

Farklı risk tutumlarında beklenen değeri aynı olan alternatifler arasında seçimi etkileyen faktör hangisidir?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - Medyan
- (•) - Minimum değer
- (•) - Standart sapma
- (•) - Ortalama değer
- (•) - Maksimum değer

Cevap-3 :

Standart sapma

Soru-4 :

Risk nötr davranışa sahip bir kişinin fayda fonksiyonu ne şekildedir?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - Doğrusal
- (•) - Konkav aşağı
- (•) - Üstel
- (•) - Logaritmik
- (•) - Azalarak artan

Cevap-4 :

Doğrusal

Soru-5 :

Risk almayı sevmeyen ya da riskten kaçınan biri her zaman olana tercih eder. Bu ifadede ile olan kısma ne gelmelidir?

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - yüksek getirisi olanı düşük getirisi
- (•) - düşük getirisi olanı yüksek getirisi
- (•) - riskli olanı güvensiz olana
- (•) - güvenli olanı yüksek getirisi
- (•) - güvenli olanı riskli

Cevap-5 :

güvenli olanı riskli

Soru-6 :

Tüketici davranışlarını inceleyen teorilere göre para, gelir, zenginlik, tüketim ya da finansal varlık seviyesini gösteren herhangi bir c pozitif sayısına bağlı , c , c^2 , $\ln(c)$ fayda fonksiyonları neyi ifade etmektedir.

(Çoktan Seçmeli)

- (•) - zenginlik parayla ölçülmez
- (•) - çok olan iyidir

(•) - az olan mutluluk getirmez

(•) - çok olan risklidir

(•) - riskli olan çok olur

Cevap-6 :

çok olan iyidir

Soru-7 :

Konkavlığın aşağıdan yukarıya ya da yukarıdan aşağıya değiştiği noktaya ne denir?

(Çoktan Seçmeli)

(•) - Kritik noktası

(•) - Düğüm noktası

(•) - Büküm noktası

(•) - Konkav noktası

(•) - Kavşak noktası

Cevap-7 :

Büküm noktası

6. KARAR DESTEK SİSTEMLERİ

Birlikte Düşünelim

- Karar destek sistemleri nedir ve nasıl çalışır?
- Bir finansal yatırım karar destek sistemi yardımıyla nasıl yapılır?
- Karar destek sistemleri hangi sektörlerde kullanılmaktadır?
- Algoritmik karar sistemleri nedir?
- Makineler nasıl yanlış karar alır?

Başlamadan Önce

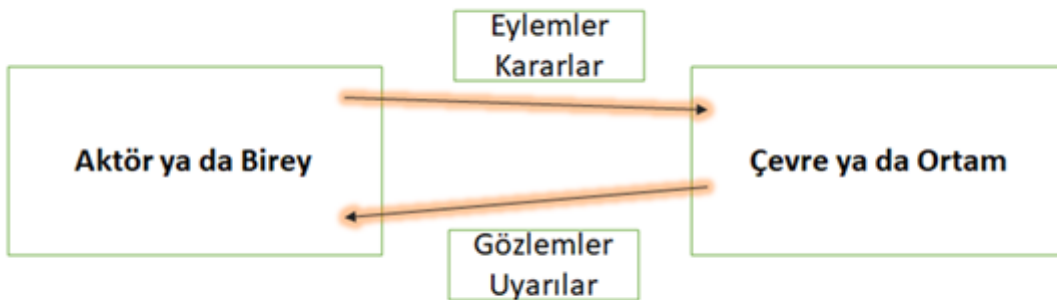
6. ünitenin odaklanacağı konu karar destek sistemleridir. Otomatik karar alma sistemleri tasarlamak ya da karar destek sistemleri geliştirmek için belirsizliğin çok iyi bir şekilde modellenerek istenilen hedeflerin gerçekleştirilmesi gerekmektedir. Karar destek sisteminin ne olduğuyla ilgili çeşitli tanımlamaların ardından birtakım örnekler verilecektir. Finansal Karar Destek Sistemi, Deprem Erken Uyarı Sistemi, Otomatik Sürüş vs. çeşitli karar destek sistemleri mevcuttur.

Bu ünite de karar destek sistemlerinin ardından algoritmalar konusunda birtakım tanımlamalar yapılacaktır. Algoritmaların karar destek sistemlerinde ne şekilde kullanıldığı anlatılacaktır. Yapay zekâ ve makine öğrenmesi kavramları üzerinden karar destek sistemlerinin ne gibi anormalliklere yol açabileceğiyle ilgili örnekler yer verilecektir.

6.1. Giriş

Şu ana kadar karar teorisi ve analizi perspektifinde ele alınan konularda belirsizliğin ve riskin önemli bir faktör olduğu ortaya konulmuştur. **Otomatik karar alma sistemleri tasarlamak ya da karar destek sistemleri geliştirmek için belirsizliğin çok iyi bir şekilde modellenerek istenilen hedeflerin gerçekleştirilmesi gerekmektedir.** Karar teorisine konu olan temaların hesaplanabilir şekilde ele alınması destek sistemlerinde arzu edilen çıktıların alınması açısından önemlidir.

Karar destek sistemlerinde genel olarak aşağıdaki şekilde bir şemayla karşı karşıya kalınmaktadır.



Şekil 6.1: Karar Destek Sistemi Şeması

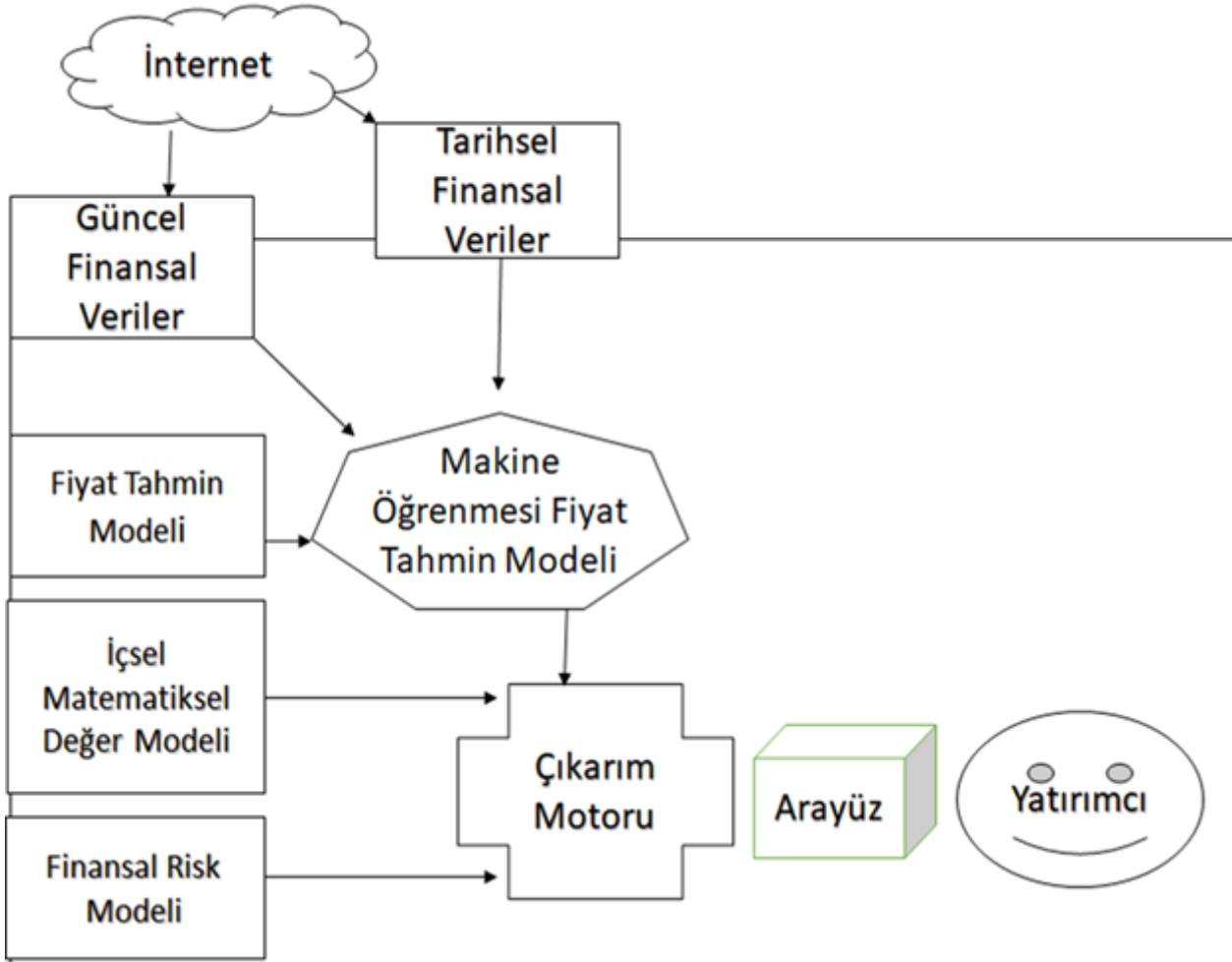
Aktör ya da birey amaçladığı işleri yapmak için bulunduğu ortamla etkileşim içerisinde. Sürekli bir gözlem akışı ve buna karşın aktörün eylem ve kararlar akışı mevcuttur. Ortamda başka aktörlerin bulunduğu durumlar etkileşimi arttığı için belirsizlik seviyesi de kaçınılmaz olarak etkilenmektedir. Yukarıdaki genel şemayı çok farklı uygulamalarla karar destek sistemleri için uygulamak mümkündür.

6.2. Çeşitli Karar Destek Sistemi Uygulamaları: FKDS ve SKDS

- Finansal Karar Destek Sistemi (FKDS)
- Deprem Erken Uyarı Sistemi
- Yangın Uyarı Sistemi
- Kanser Tespit Sistemi
- Şerit Takip Sistemi
- Otomatik Sürüş
- Uçak Çarpışma Önleme
- Kale Çizgisi Teknolojisi
- Otonom Metro Sistemleri
- Sürücü Karar Destek Sistemi (SKDS)

Örneğin, tasarrufları olan bir yatırımcının hangi finansal ürünleri tercih etmesi gerektiğiyle ilgili bir karar destek sistemini ele alalım. Tavsiye niteliğinde olacak bu sistemin geliştirilmesi için ilk etapta yatırımcıyla ve finansal yatırım ürünleriyle ilgili birtakım veriler gerekmektedir. Yatırımcıya ait veriler demografik, cinsiyet, yaş, eğitim, risk tutumu, özel durumlar şeklinde sıralanabilir. Finansal yatırım ürünleriyle ilgili ise altın, döviz kuru, hisse senetleri, bono/tahvil, vadeli işleme konu emtialar vs. bilgileri gerekmektedir.

Yukarıdaki şemaya benzer bir şekilde, yatırımcı ile finansal yatırım ürünleri karşılıklı bir şekilde birbirleriyle temas halindedir. Ürünlerin fiyatlarındaki azalış ve artışlar, yeni haberler, merkez bankası müdahaleleri, iktisadi durgunluk ihtimali, bilanço açıklanması çevreyle ilişkili gözlemler iken, yatırımcı yapacağı tercihler ise aktörün eylemlerini oluşturmaktadır. Finansal yatırım sistemini geliştirirken çevre ile aktör arasında aracı kurumlar; portföy şirketleri ya da bankalar mevcuttur. Bunlara ilişkin regülasyonlar, komisyon gelirleri vs. de geliştirilecek sistemde uygun bir şekilde mekanizmaya dahil edilmelidir.



Şekil 6.2: Finansal Karar Destek Sistemi Örnek Şeması

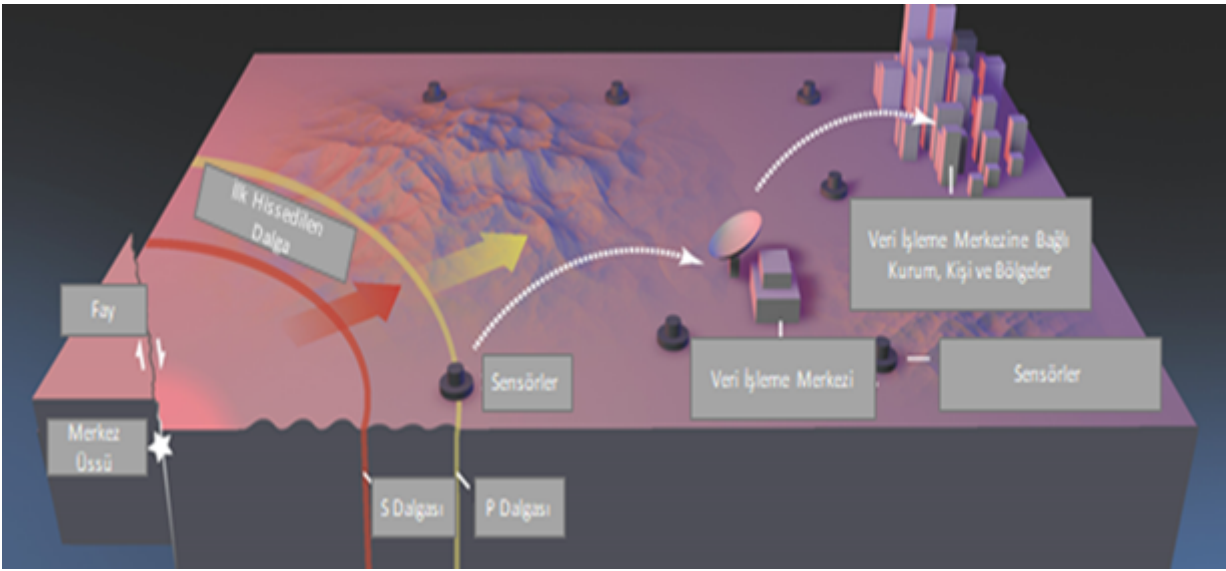
Yukarıdaki şemada temel bir finansal karar destek sisteminin bileşenleri gösterilmektedir. Finansal karar destek sistemi tarihsel ve güncel finansal veriler, fiyat tahmin modelleri, ürünlerin değerini içsel hesaplayan matematiksel modeller, ürün ya da makro seviyede riski ölçen model, makine öğrenmesiyle eğitilen fiyat tahmin modeli ve çıkarım motoru üzerinden yatırımcı ile buluşmaktadır.

İçsel matematiksel model piyasa değerinden bağımsız olarak temel analiz üzerinden ürünün değerinin hesaplanması için kullanılmaktadır. Getiri üzerinden ürün değeri çok yüksek getirili, yüksek getirili, düşük getirili, çok düşük getirili, getirisiz şeklinde adlandırılmaktadır. Makine öğrenmesi ise defter değeri, temettü, işlem başına getiri, vergi öncesi kâr, toplam öz sermaye borcu, aktif büyüme oranı vs. finansal değişkenler üzerinde çalışmaktadır. FKDS'nin beyni rolündeki çıkarım motoru ise gelen tüm veri akışlarını ve endeks hesaplamalarını kullanarak, birtakım mantıksal örüntüler vasıtasıyla finansal ürünleri yatırımcılara tavsiye etmektedir.

Bu tarz yatırım sistemlerinde riski seven bir yatırımcılara yüksek getiri potansiyeli olan finansal ürünler tavsiye edilirken, riskten kaçınan yatırımcılar için sabit getirili ürünlere yoğunlaşır. Derin bir finans bilgisi, borsa dinamiklerine hakim olmak, genel makroekonomik ve küresel iktisadi gelişmeleri yakından takip etmek, siyasi riskleri izlemek geliştirilecek finansal karar destek sistemin (FKDS) temel tamamlayıcıları olacaktır.

FKDS örneğinde görüldüğü gibi yatırımcının ya da aktörün karar alma sürecini tasarlamak için farklı yöntemler uygulamak mümkündür. Uygulamanın kullanılabilirliği, kullanıcının talepleri, tasarımcının karar alma sürecini tasarlaması, bütçe, otomasyona bırakılacak sorumluluklara göre çok fazla sayıda alternatifli destek sistemleri geliştirilebilir.

Deprem Erken Uyarı Sistemi ise finansal karar destek sisteminden biraz daha farklı çalışmaktadır. Yer altı ya da deniz altı sensörler üzerinden sismik dalgalar bir merkeze aktarılmaktadır. Bu merkezde belirli yöntemlerle işlenen dalga verileri belirli bir eşiği aştığı takdirde ilgili kurum, kişi ve bölgelere bilgi vermektedir. Bu bilgiler ışığında kurumlar ve kişiler



Şekil 6.3: Deprem Erken Uyarı Sistemi Görseli

Kaynak: California Deprem Uyarı Sistemi

çeşitli kararlar almaktadır. Deprem öncesi 10 sn'nin bile kritik öneme sahip olduğu düşünüldüğünde kurumların ve kişilerin önceden uyarılması, hangi bölgelerin etkileneceğinin bilinmesi aktörlerin daha soğukkanlı karar almalarını sağlayacaktır. Diğer önemli karar destek sistemi örneğini ise **akıllı sürücü asistanı** üzerinden vermek mümkündür. Sürücünün ve yol ortamının izlenerek karar desteği sağlayan bu sistem önceki iki sistemden oldukça farklıdır. Sürücü karar verme destek sistemi (SKDS) otonom araçların yol ve diğer araçların durumunu da dikkate alarak güvenli bir şekilde kullanılması açısından kritik öneme sahiptir.

Araçta bulunan sensörler ve kamera sistemleri ile yine araçta bulunan hız pedalı, fren pedalı, şanzıman, direksiyon simidi gibi kontrol sistemlerinin birbirlerine entegre olduğu bu sistem yol ve diğer araçların durumu da dikkate alındığından sürücü karar destek sistemi önceki örneklere göre daha karmaşıktır. Akıllı sürücü asistanı şeklinde de tanımlanabilen bu tarz karar destek sistemleri aşağıdaki bileşenlerden oluşmaktadır:

- Araç Sensör Sistemleri
- Araç Kontrol Sistemleri
- Sürücü Karar Destek Mekanizması
- Veri İşleme Programı
- Ön Veri İşleme Programı

Araç sensörleri seyir halinde trafik bilgilerini, aracın pozisyonunu, diğer araçların durumunu, yol durumunu vs. anlık bilgi olarak toplayarak Veri İşleme Programı üzerinden SKDS'ye iletmektedir. SKDS öğrenme tecrübesine dayalı olarak en uygun kararı kontrol sistemine göndermektedir. Bu sistemde çok sayıda öğrenme tecrübesinin kullanılarak, en optimal sürme kararının verilmesi gerekmektedir. SKDS otonom sürüş, araç takip, şerit değiştirme gibi kararlar alabilmektedir. Diğer araç ve yol bilgileri araçlar arası uzaklık, yol eğimi, şerit genişliği, araçlar arası göreceli hız vs. gibi ölçümler çeşitli fonksiyon ve regresyon modelleriyle elde edilmektedir. Bu sistemde kullanılan modeller makine öğrenmesi şeklinde çalıştırılarak, belirli parametreler üzerinden minimum risk yaklaşımıyla SKDS'ye aktarılmaktadır.

Sürüş kararını etki eden bazı parametreler ve ayarlar örnek olarak gösterilebilir. Sürüş modu sürücünün durumuna göre tespit edilmektedir. Sürücü sinirli, yorgun ya da normal olabilir. Araç yol konumu ve yol şartları bilgileri kullanılarak yol riski parametresi üç şekilde normal, düşük ve yüksek risk olarak ayarlanmaktadır. Görüş mesafesi sensör ve kameraların desteğiyle tespit edilmektedir. Hava ve yol şartları da

dikkate alınıp, SKDS gerek gördüğü taktirde sürücüyü mesaj vermektedir. Sürücü bu mesajı dikkate alır ya da almaz ve ona göre eyleme geçebilir.

SKDS çok hızlı bir şekilde gelişiyor olsa bile, sürücüler için bir karar destek sistemi olduğu unutulmamalıdır. Halen gerçek yol şartlarında öngörülemeyen birçok risk bu sistemler tarafından göz ardı edilebilmektedir. Özellikle diğer araçlar tarafından trafik kurallarına uyulmadığı durumlarda kaçınılmaz olarak başarısız kararlar alabilme potansiyeli yüksektir. SKDS'nin başarısı etrafındaki araçların otonom sürüşe geçmesiyle artmaktadır. SKDS'nin diğer zayıf tarafı riskli ortamlarda hangi kararı alacağını yeterince test edilmemiş olmasıdır. Risk sadece karar teorisinin değil, aynı zamanda karar destek sistemlerinin de en zayıf ve geliştirilmeye açık noktasıdır.

6.3. Algoritmik Karar Sistemleri (AKS)

Bir problemi ya da problemler setini çözmek için kullanılan prosedürlere algoritma denilmektedir. Bu prosedürler birtakım girdileri kullanarak çıktılar oluşturan kurallardır. Basit bir algoritma sayı kümesini girdi olarak alıp, o sayıları büyükten küçüğe ya da küçükten büyüye sıralayabilir. Basit algoritmalar birleştirilerek kompleks sorunların çözümünde kullanılmaktadır. Yukarıdaki karar destek sistemleri örnekleri, algoritmaların kullanıldığı karmaşık sistemlere örnek olarak verilebilir. Algoritmalar yazılımcı tarafından yazılabileceği gibi veriler kullanılarak otomatik bir şekilde makine öğrenmesi modelleriyle de oluşturulabilir.

Algoritmaların karar destek sistemlerinde kullanılmasına algoritmik karar sistemi denilmektedir. AKS'ler birtakım parametrelere ve makine öğrenmesi vasıtasıyla verilerle öğrenmeye dayanmaktadır. AKS'lerde çok çeşitli boyut ve nitelikte veriler kullanılmakta, yoğun ya da düşük seviyede insan katılımı söz konusu olmaktadır. Tam otomatik AKS'ler olduğu gibi yarı otomatik AKS'ler de mevcuttur. Tüm bu AKS'ler insanların karar alma süreçlerine direkt yardımcı olmayı amaçlamaktadır ya da direkt kararın kendisini alabilmektedir. Tam otonom metro sistemlerinde AKS'ler metronun durması, kalkması, kapıların açılması ve kapanması kararlarını alabilmektedir. Yarı otomatik AKS'ler ise örneğin, doktorların hastalık teşhisi koyma noktasında yardımcı olarak devreye girebilmektedir. *Yapay zekâ ve makine öğrenmesi AKS'ler de başvurulan yöntemlerdir.*

Net ve evrensel bir tanım olmamasına rağmen, yapay zekâyı makinelerin insana benzeme kapasitesi olarak görmek mümkündür. Güçlü ya da zayıf seviyelerine göre yapay zekâ birçok alanda insanların sergilediği zihinsel ve fiziksel performansı göstermeyi amaçlamaktadır. Fiziksel performans robotlar ya da belirli aletler kullanılarak gösterilirken, zihinsel performans ise karar alma süreçlerinde verilerin işlenmesi vasıtasıyla gerçekleştirilmektedir (DG, 2019). *Örneğin, bir kişiyi yüzünden tanıyıp, ona göre içeriye almak için kapıyı açan yapay zekâ hem zihinsel hem de fiziksel bir işlev görmektedir.*

Makine öğrenmesini, benzer şekilde çok sayıda farklı tanımı olmakla birlikte, bilgisayarların açıkça programlanmadan çıktı (hareket, karar, fikir, üretim) oluşturmaları şeklinde tanımlamak mümkündür. Bir yapay zekâ bileşeni olan makine öğrenmesi zaman içerisinde sistemlerin otomatik öğrenmesini sağlamaktadır. Bu öğrenme için çok sayıda gözlem ve büyük veriye ihtiyaç duyulmaktadır ki en doğru karar ya da eylem gerçekleştirilsin. Makine öğrenmesi başka algoritmalar üretmek için büyük veri kullanan algoritmadır. Başka bir ifadeyle, öğrenerek algoritma üreten bir algoritmadır. Örneğin, Amazon sitesinin ürün tavsiye algoritması müşterilerin profilinden yola çıkarak hangi ürünlerin ilgilerini çekeceğini/çektiğini öğrenmektedir. Bu öğrenmenin neticesinde müşterilere tavsiyelerde bulunmaktadır (DG, 2019). Makine öğrenmesi genel olarak 3'e ayrılmaktadır:

Denetimli Makine Öğrenmesi: Etiketlenmiş veriler kullanılarak modelin eğitilmesine dayanmaktadır. Örneğin, binlerce kâr resmi kullanılarak kâr görüntüsü modele öğretilir. Ardından kâr olarak etiketlenmeyen resimlerden hangilerini kâr olduğunu tespit eder. Ev fiyatlarını tahmin eden program da benzer şekildedir. Oda sayısı, kaçınca kat olduğu, bulunduğu bölge, bina yaşı vs. bilgileri girilen bir evin fiyatı diğer evlerin fiyatları ve özellikleri kullanılarak tahmin edilir.

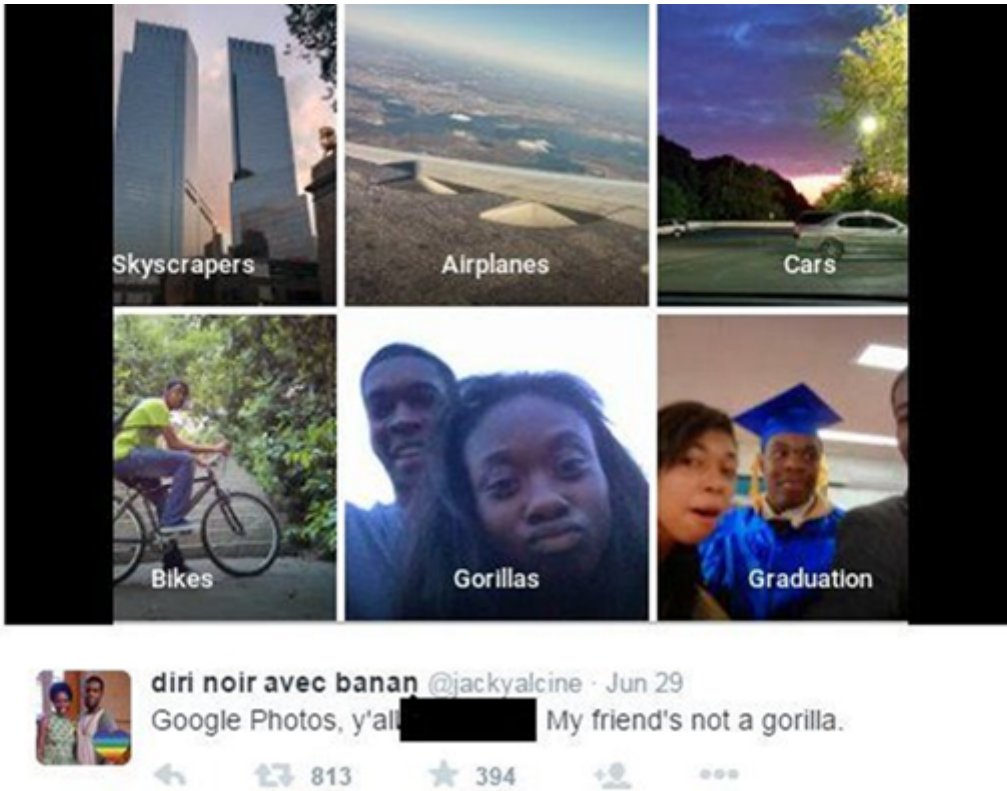
Denetimsiz Makine Öğrenmesi: Etiketlenmiş veri kullanmadan birtakım örüntüler ve yapılar kullanarak öğrenerek ilişkileri ortaya koyar. Örneğin, kedi ve elma resimlerinden oluşan büyük veri kullanılsın. Denetimsiz makine öğrenmesi resimdeki renk, şekil ve örüntülerden yola çıkarak kedileri ve elmaları ayıracaktır.

Güçlendirilmiş Makine Öğrenmesi: Geri bildirimler alarak sürekli güçlendirilen makine öğrenmesi biçimidir. Akıllı aktörün (bilgisayar programı) çevresiyle iletişime geçerek aldığı geri dönüşler neticesinde nasıl davranacağını öğrenmesi. Örnek, kişiselleştirilmiş video tavsiyesi. Ürün tavsiye eden algoritmalar. Go oyunu. Robot köpeğin el hareketleri neticesinde etrafından aldığı geri dönüşler sonucu hangi hareketi yapacağını öğrenmesi.

6.4. Algoritmik Karar Sistemlerinde Doğruluk Uyumsuzluğu

ABD Brooklyn’de yaşayan Jacky Alcine, 2015 yılında kendisinin ve arkadaşının resminin Google uygulamasında *gorilla* şeklinde etiketlendiğini fark etmiştir. Kendisi ve arkadaşı siyahi olan Jacky’in tespit ettiği bu hata Google’un görüntü sınıflandırması yapan algoritmasından kaynaklanmaktaydı. Makine öğrenmesi algoritmaları verilerdeki birtakım örüntüleri kullanarak öğrenmekte ve buna göre resimle ilgili etiketlemeler yapmaktadır. Özellikle verinin kısıtlı olduğu durumlarda gorilla örneğinde olduğu gibi hatalı tanımlamalar yapmaktadır. AKS’lerin doğruluk payı direkt öğrenme için kullanılan veri setlerinin büyüklüğüyle orantılıdır. Büyük öğrenme veri setleri düşük hatalara, küçük veriler ise kötü tahminlere yol açabilmektedir.

Toplumsal ya da iktisadi olsun fark etmez, temsil açısından az sayıda olan gruplar makine öğrenmesinin çalışma prensipleri gereği daha fazla hatalı tahminlere maruz kalabilmektedir. Nüfustaki azınlıklar açısından adil olmayan bu durum makine öğrenmesi açısından önemli bir risk faktörüdür. Yapılan çalışmalar özellikle siyahi tenli kadınların cinsiyetini belirleme noktasında makine öğrenmesinin yüksek oranda hatalar verdiğini göstermektedir. Açık tenli ve erkek olanlarda bu hata oldukça düşük seyrederken, siyahi tenlilerdeki bu şekilde yüksek hatalar (%34) öğrenme için kullanılan veri setlerinde azınlık olan grupların yeterince temsil edilmediğine işaret etmektedir.



Resim 6.1: Makine Öğrenmesi Hata Örneği

Yapılan yüz tanıma sistemi çalışmasında açık tenli erkeklerde hata payı %1 (385 foto arasında) iken, siyah tenli kadınlarda hata oranı % 34'e (271 foto arasında) yükselmektedir. Siyahi kadınlar arasında yüksek gibi görünen %34'lük hata payı, tüm nüfus dikkate alındığında %5'lere düşüyor olsa bile özellikle ırkçılık ve ayrımcılık perspektifinden ele alındığında ciddi yapısal bir sorun olarak karşımıza çıkmaktadır. Ayrımcılık ve ırkçılığa karşı geliştirilen algoritmalar bahse konu hata paylarını azaltmayı amaçlamaktadır.

Makine öğrenmesi modellerinde sık karşılaşılan hataları belirli kategoriler altında toplamak mümkündür. Bunlar;

- Veri toplama hatası
- Veri depolama hatası
- Ölçeklendirme hatası
- Yanlılık
- Varyans hatası
- Tesadüfi hata
- Model seçim hatası
- Etik hata
- Geri bildirim hatası

Yukarıda listelenen tarz hatalar makine öğrenmesinin çıkarımlarda doğruluk payının azalmasına yol açmaktadır. Örneğin, anket bilgilerinden oluşturulan veri setini kullanarak eğitilecek bir makine öğrenmesi modeli katılımcıların kasti yanlış bilgi vermesi neticesinde hatalı sonuçlar ortaya koyacaktır.

AKS'lerin yarı otomatik ya da tam otomatik olarak aldığı kararların sosyal, iktisadi, hukuki, psikolojik birçok tartışmayı da beraberinde getirdiği bir gerçektir. Almanya'da polisin dur ihtarına karşın durmayan içerisinde sürücüsü olan otonom araç yaklaşık 100 km sonra durdurulabilmiştir. Sürücüsünün uyuduğu fark edilen bu otonom aracın polisin dur ihtarını bir veri olarak işlememesi hukuk ve güvenlikle ilgili soruları tartışmaya açmıştır. Bu örnek AKS'lerde sadece bilgisayar programcılarının ya da mühendislerin değil çok disiplinli şekilde içerisinde sosyal bilimcilerin, hukukçuların da olacağı konunun etik sınırlarını da dikkate alacak şekilde analiz edilmesi gerekliliğini ortaya koymaktadır. Özel hayatın gizliliği, güvenlik, koruma, eşitlik gibi temel ilkeler AKS tasarımlarında hassas ve disiplinler arası bir şekilde ele alınmalıdır.

Bölüm Özeti

Şu ana kadar karar teorisi ve analizi perspektifinde ele alınan konularda belirsizliğin ve riskin önemli bir faktör olduğu ortaya konulmuştur. **Otomatik karar alma sistemleri tasarlamak ya da karar destek sistemleri geliştirmek için belirsizliğin çok iyi bir şekilde modellenerek istenilen hedeflerin gerçekleştirilmesi gerekmektedir.** Karar teorisine konu olan temaların hesaplanabilir şekilde ele alınması destek sistemlerinde arzu edilen çıktıların alınması açısından önemlidir. Aktör ya da birey amaçladığı işleri yapmak için bulunduğu ortamla etkileşim içerisinde. Sürekli bir gözlem akışı ve buna karşın aktörün eylem ve kararlar akışı mevcuttur. Ortamda başka aktörlerin bulunduğu durumlar etkileşimi arttığı için belirsizlik seviyesi de kaçınılmaz olarak etkilenmektedir.

Yatırımcının ya da aktörün karar alma sürecini tasarlamak için farklı yöntemler uygulamak mümkündür. Uygulamanın kullanılabilirliği, kullanıcının talepleri, tasarımcının karar alma sürecini tasarlaması, bütçe, otomasyona bırakılacak sorumluluklara göre çok fazla sayıda alternatifli destek sistemleri geliştirilebilir.

Bir problemi ya da problemler setini çözmek için kullanılan prosedürlere algoritma denilmektedir. Bu prosedürler birtakım girdileri kullanarak çıktılar oluşturan kurallardır. Basit bir algoritma sayı kümesini girdi olarak alıp, o sayıları büyükten küçüğe ya da küçükten büyüye sıralayabilir. Basit algoritmalar birleştirilerek kompleks sorunların çözümünde kullanılmaktadır. Algoritmaların karar destek sistemlerinde kullanılmasına algoritmik karar sistemi denilmektedir. AKS'ler birtakım parametrelere ve makine öğrenmesi vasıtasıyla verilerle öğrenmeye dayanmaktadır. AKS'lerde çok çeşitli boyut ve nitelikte veriler kullanılmakta, yoğun ya da düşük seviyede insan katılımı söz konusu olmaktadır.

Makine öğrenmesini, benzer şekilde çok sayıda farklı tanımı olmakla birlikte, bilgisayarların açıkça programlanmadan çıktı (hareket, karar, fikir, üretim) oluşturmaları şeklinde tanımlamak mümkündür. Bir yapay zekâ bileşeni olan makine öğrenmesi zaman içerisinde sistemlerin otomatik öğrenmesini sağlamaktadır. AKS'lerin yarı otomatik ya da tam otomatik olarak aldığı kararların sosyal, iktisadi, hukuki,

psikolojik birçok tartışmayı da beraberinde getirdiği bir gerçektir. Almanya’da polisin dur ihtarına karşın durmayan içerisinde sürücüsü olan otonom araç yaklaşık 100 km sonra durdurulabilmiştir. Sürücüsünün uyuduğu fark edilen bu otonom aracın polisin dur ihtarını bir veri olarak işlememesi hukuk ve güvenlikle ilgili soruları tartışmaya açmıştır. Bu örnek AKS’lerde sadece bilgisayar programcılarının ya da mühendislerin değil çok disiplinli şekilde içerisinde sosyal bilimcilerin, hukukçuların da olacağı konunun etik sınırlarını da dikkate alacak şekilde analiz edilmesi gerekliliğini ortaya koymaktadır.

Kaynakça

DG, E. (2019). Understanding algorithmic decision-making: Opportunities and challenges.

Rigas, G., Koutlas, T., Katsis, C. D., Bougia, P., & Fotiadis, D. I. (2008, January). An intelligent decision support system for driver assistance based on vehicle, driver and road environment monitoring. In *7th European Congress and Exhibition on Intelligent Transport Systems and Services*.

Patalay, S., & Bandlamudi, M. R. (2021). Decision Support System for Stock Portfolio Selection Using Artificial Intelligence and Machine Learning. *Ingénierie des Systèmes d Inf.*, 26(1), 87-93.

Alçık, H. A. (2011). Deprem Erken Uyarı Sistemleri. *Türkiye Jeofizik Bülteni*, 68, 50-66.

7. OYUN TEORİSİ VE STRATEJİ

Birlikte Düşünelim

- Oyun teorisi nedir?
- Strateji nedir?
- Bir oyun nasıl kurgulanır?
- Baskın strateji neden önemlidir?
- Oyun teorisinde denge kavramı nedir ve neden önemlidir?

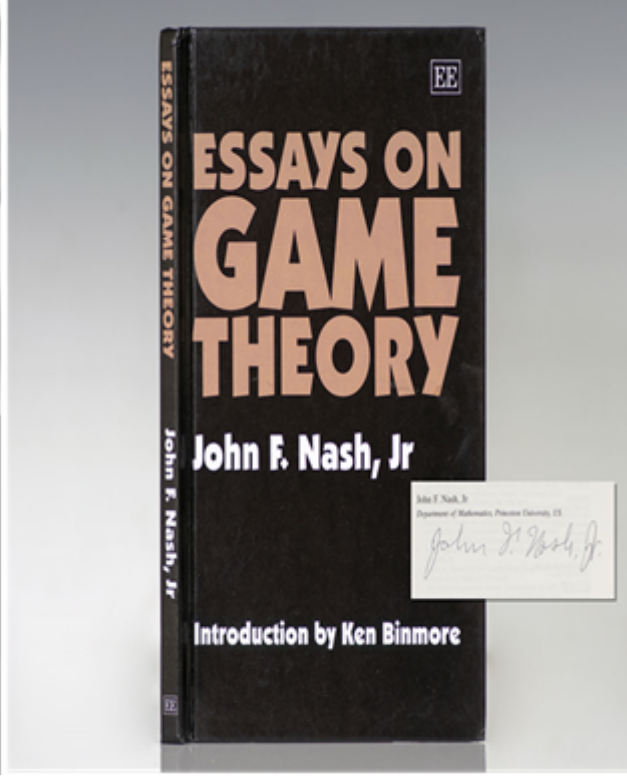
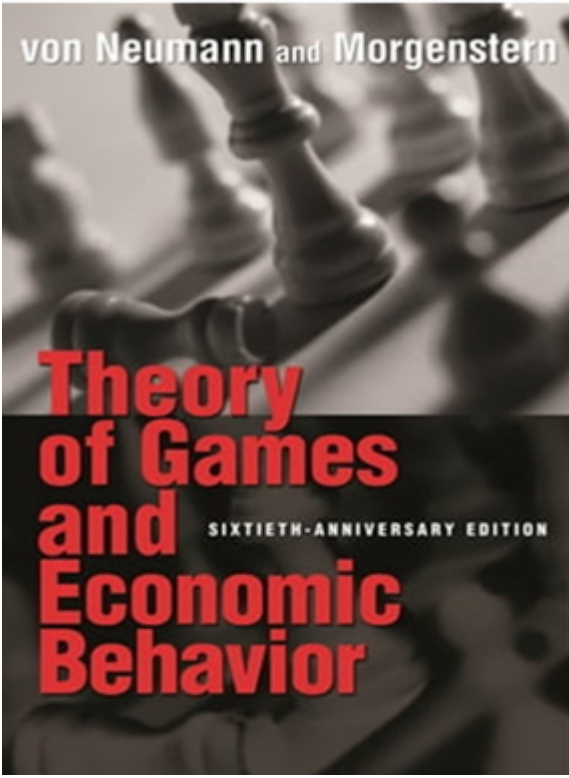
Başlamadan Önce

Bu ünitenin konusu oyun teorisi ve strateji üzerine odaklanmıştır. Öncelikle oyun teorisinin tarihsel gelişiminden bahsedilecek ve ardından oyun teorisinin tanımı yapılacaktır. İnteraktif durumları analiz eden oyun teorisinde en az iki birey ya da kurum ya da ülke bulunmaktadır. İkidenden fazla oyuncunun bulunduğu kurgular da mevcuttur. Üniteye altın top oyunu üzerinden kurgunun nasıl yapıldığı daha net anlaşılacaktır.

Oyun teorisile ilgili işbirlikçi ve işbirlikçi olmayan oyunlar tanıtıldıktan sonra strateji kavramı tartışılacaktır. Farklı strateji türleri incelenecek, baskın ve zayıf stratejinin ne olduğu çeşitli oyun örnekleri üzerinden anlatılacaktır. Oyun teorisinin en önemli kavramı dengedir. Ünite dengenin tanımı ve dengenin nasıl tespit edildiğinin uygulanmasıyla sona erecektir.

7.1. Giriş

Oyun teorisile ilgili ilk modern çalışmalar 20. yy’ın başına gitmektedir. Matematikçi Ernst Zermelo (1913) ve John von Neumann (1928)’in çalışmaları bu alandaki ilkler arasındadır. 1944 yılında Neumann ve Morgenstern tarafından yayınlanan “Oyun Teorisi ve Ekonomik Davranış^[1]” adlı kitap bu alanda çığır açmıştır. John Nash’in oyun teorisile ilgili makalelerden oluşan 1951 yılındaki çalışması, bu alanın popüleritesini artmıştır.



Oyun teorisin alanında bu gelişmeler ekonomi ve finansla ilgili branşlar üzerinde doğrudan etkili olmuştur. Endüstriyel Organizasyon, Uluslararası Ticaret, Uluslararası Finans, Çalışma Ekonomisinde başlayan gelişmeler felsefe, psikoloji gibi hemen hemen sosyal bilimlerin tüm alanlarında kendisini hissettirmiş, mantık, matematik ve bilgisayar bilimi de bu gelişmelerden payını almıştır. 1994 ile 2020 arası dönemde oyun teorisindeki çalışmalarından ötürü aralarında Nash, Aumann, Schelling gibi bilim insanlarının da olduğu çok sayıda kişiye ekonomi alanında Nobel ödülü verilmiştir. Benzer dönemlerde oyun teorisinin yaklaşımları gerçek durumlara da uygulanarak bir yönüyle test edilmiştir. Özellikle kamu ihalelerinde kullanılan çeşitli oyun teorisince geliştirilen stratejiler arzu edilen kamu menfaatini sağlamıştır.

Oyun teorisinin temel noktası interaktifliktir. *Oyun teorisi analizinde, interaktif ortamda oyuncuların kararlarının birbirlerini etkileme durumu vardır.* Aumann (1985) oyun teorisini şu şekilde tanımlamaktadır:

“Özetlemek gerekirse, oyun ve ekonomi teorisi rasyonel insanın interaktif davranışlarıyla ilgilenmektedir. Rasyonel insan, her zaman belirli bir amaç ve mantık içerisinde hareket eden, iyi tanımlanmış hedefleri olan yalnızca bu hedeflere mümkün olduğunca yaklaşma arzusuyla motive edilmiştir, ve bunu yapmak için gereken hesaplama yeteneğine sahiptir”

Oyun teorisi genel hatlarıyla ikiye ayrılmaktadır.

· İşbirlikçi Oyun Teorisi

Bu oyun teorisi çeşidinde oyuncular birbirleriyle iletişim kurabilirler, koalisyon yapabilirler, birtakım sözleşmeler imzalayabilirler.

· İşbirlikçi Olmayan Oyun Teorisi

Bu oyun teorisi modelinde oyuncular birbirleriyle iletişime geçememektedir. İletişime geçilse bile bağlayıcı sözleşme imzalamamaktadırlar.

Bu farklı oyun teorisi modeliyle seçmen davranışları, siyasi parti etkinlikleri ve metinleri, firma davranışları, fiyat ve tüketim miktarı kararları, hukukun bağlayıcılığı ve piyasa müdahalesi gibi çok çeşitli konular analiz edilmektedir.

7.2. Oyun Kurgusu

İnteraktif durumları analiz eden oyun teorisinde en az iki birey ya da kurum ya da ülke bulunmaktadır. İki den fazla oyuncunun bulunduğu kurgular da mevcuttur. Aşağıda yer alan **altın top** oyunu üzerinden kurgunun nasıl yapıldığı daha net anlaşılacaktır.

Tablo 7.1: Oyun Tablosu

		HAYDAR	
		İkiye Böl	Çal
ADNAN	İkiye Böl	Adnan 100000 TL; Haydar 100000 TL	Adnan 0 TL; Haydar 200000 TL
	Çal	Adnan 200000 TL; Haydar 0 TL	Adnan 0 TL; Haydar 0 TL

Yukarıdaki altın top oyununda iki aktör yani oyuncu bulunmaktadır. İki top bulunan bu oyunda, bir topun üzerinde ikiye böl diğer topun üzerinde çal yazmaktadır. Eş zamanlı olarak çal ya da ikiye böl kararı verecek olan Adnan ve Haydar'ın elde edeceği getiriler kutucukların içerisinde yazmaktadır. Adnan'ın kararları satır şeklinde, Haydar'ın kararları ise sütun şeklinde gösterilmektedir. Kutularda yer alan soldaki getiriler satırdaki oyuncu, sağdaki getiriler ise sütundaki oyuncu için geçerlidir. Böyle bir oyunda rasyonel bir aktör olarak Adnan ve Haydar eş zamanlı olarak nasıl davranırlar, hangi kararı alırlar?

Böyle bir oyunda Adnan'ın ya da Haydar'ın hangi getiriyi elde edeceği tek başlarına karar verecekleri bir durum değil çünkü bir oyuncunun diğerinin üzerinde kontrol gücü bulunmuyor. Oyuncuların diğerinin kararı üzerinde etki gücü olmasa bile, hangi kararı vereceğiyle ilgili çeşitli tahminleri olabilir.

- Eğer Haydar “çal” seçerse, Adnan'ın ne seçtiğinin önemi yok çünkü her durumda da 0 TL elde edecektir.
- Eğer Haydar “böl” seçerse, Adnan'ın iki alternatifi var ya 100000 TL ya da 200000 TL elde edecek.

Böyle bir argümantasyon durumunda Adnan'ın kendini düşünen ve açgözlü biri olduğu varsayılırsa “çal” seçeceği iddia edilebilir. Tüm olası alternatifleri aşağıdaki şekilde listeleyelim:

A1: Adnan 100000 TL; Haydar 100000 TL

A2: Adnan 0 TL; Haydar 200000 TL

A3: Adnan 200000 TL; Haydar 0 TL

A4: Adnan 0 TL; Haydar 0 TL

Alternatifler arasında eğer ki, Adnan kendini düşünen ve açgözlü biriyse şöyle bir tercih sıralamasında bulunacaktır. $A3 > A1 > A2 \sim A4$. Adnan'ın cömert ve karşı tarafı da düşünen bir karakteri olduğu varsayıldığında tercihlerinin ise $A1 > A3 > A2 > A4$ şeklinde olması beklenebilir. Adnan 0 TL elde edeceği durumda, Haydar'ı düşünerek A3'ü A4'e bile tercih edebilir. Cömert ve adil bir karar alma ile bencil ve açgözlü karar alma durumlarında tercihlerle ilgili analiz yapmak zorlaşmaktadır. Burada oyuncuların rasyonel olduğu varsayımı direkt kendileri için en iyi olanı seçmek şeklinde algılanmaktadır ama bazı durumlarda tersi de gerçekleşebilmektedir.

Oyun kurgusuyla ilgili önemli bir kavram ise stratejidir. Basit bir oyun teorisinde oyuncunun kararlar kümesi **stratejileri oluşturmaktadır**. Oyun teorisindeki kurguyu aşağıdaki şekilde tanımlamak mümkündür.

Tanım: Stratejik bir oyun teorisi kurgusu 4 temel bileşenden oluşmaktadır. $\{O, S, G, f\}$.

$O = \{1, 2, 3, \dots, n\}$: Oyuncu kümesi $n \geq 2$.

$S=\{S_1, S_2, S_3, \dots S_n\}$: Her bir oyuncu için strateji kümesi ya da strateji profili

G: Getiriler kümesi

$f: S \rightarrow G$; $f(s) \in G$. Her bir strateji için getiri belirleyen fonksiyon.

Altın top oyununu oyun teorisi tanımına indirgeyecek olursak;

$O=\{1, 2\}$: (1 Adnan; 2 Haydar)

$S=\{S_1, S_2, S_3, S_4\}$: (Böl, Böl); (Böl, Çal); (Çal, Böl); (Çal, Çal)

$G=\{(100000,100000), (0,200000), (200000,0), (0,0)\}$

$f: S \rightarrow G$; $f(s) \in G$

$S_1 = (100000,100000)$

$S_2 = (0,200000)$

$S_3 = (200000,0)$

$S_4 = (0,0)$

Adnan ile Haydar'ın getiriler dikkate alınarak yapacakları olası sıralamaları ordinal fayda teorisi kullanarak farklı sayısal getirilerle ifade etmek mümkündür. Başka bir ifadeyle, altın top oyunundaki getirileri değiştirerek çok sayıda indirgenmiş oyunlar bulmak mümkündür. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, stratejiler ve onlarla ilişkili getirilerin sıralamasının değiştirilmemesidir. $S_1 > S_3 > S_2 > S_4$ ($A1 > A3 > A2 > A4$) şeklinde olan strateji sıralamalarını aşağıdaki gibi de ifade etmek mümkündür.

Tablo 7.2: Strateji Tablosu

Stratejiler→	$S1 > S3 > S2 > S4$			
Getiriler→	$G=\{(100000,100000), (200000,0), (0,200000), (0,0)\}$			
Fayda Fonk.↓				
Adnan	8	6	4	2
Haydar	6	4	8	4

Stratejiler arasındaki sıralamayı bozmayacak şekilde getiriler, fayda fonksiyonunda farklı şekilde ölçümlenebilir. Örneğin, $(100000,100000)$ şeklindeki getiriler Adnan'ın fayda fonksiyonunda 5, Haydar'ın fayda fonksiyonunda da 5 olarak ifade edilebilir.

Aynı oyun çerçevesi olsa bile oyuncuların motivasyonları ve hedefleri farklı olduğu için davranışları ve tercih ettikleri strateji de değişecektir. Altın top oyununda bu sefer bencil ve açgözlü olan Adnan'ın strateji sıralamasını kullanarak indirgenmiş yeni bir oyun elde edelim. $S_3 > S_1 > S_2 \sim S_4$.

Tablo 7.3: Strateji Tablosu

Stratejiler→	$S3 > S1 > S2 \sim S4$
Getiriler→	$G=\{(200000,0), (100000,100000), (0,200000), (0,0)\}$
Fayda Fonk.↓	
Adnan	8 6 4 4
Haydar	4 6 8 4

Tablo 7.4: Oyun Tablosu

		HAYDAR	
		İkiye Böl	Çal
ADNAN	İkiye Böl	6 ; 6	4 ; 8
	Çal	8 ; 4	4 ; 4

Görüldüğü gibi aynı oyun kurgusu, iki farklı oyuncunun farklı motivasyonları ve hedefleriyle değişik şekilde indirgenebiliyor. Motivasyonları farklı olan oyuncular strateji sıralamasını da farklılaştırabilmektedir.

İndirgenmiş bu son oyunda Ali için çalmak en iyi stratejiyken, indirgenmiş ilk oyunda bölmek en iyi stratejidir.

7.3. Güçlü ve Zayıf Baskın (Dominant) Strateji

Karşılıklı en az iki oyuncu olduğu durumlarda da ilk ünitelerde işlenen baskın tercih ya da karar kavramı kullanılmaktadır. Oyun teorisi çerçevesinde baskın ya da dominant strateji olarak adlandırılan bu durum, en az iki oyuncu olduğu için analiz açısından ilk ünitelerden farklılaşmaktadır. Baskın ya da dominant stratejinin belirlenmesinin temelinde oyuncuların getirilerinin kıyaslanması yatmaktadır.

Aşağıdaki 2 oyunculu ve 3 stratejili oyunda baskın stratejiyi bulmaya çalışalım.

Tablo 7.5: Oyun Tablosu

		Haydar		
		A	B	C
Adnan	A	6 ; 2	1 ; 1	1 ; 3
	B	0 ; 4	3 ; 3	4 ; 5
	C	7 ; 5	5 ; 4	5 ; 6

Adnan açısından baskın yani dominant strateji C'dir çünkü Haydar hangi stratejiyi seçerse seçsin, ondan bağımsız olarak, C'deki her durum A ve B'den iyidir. Haydar için ise baskın strateji C'dir. Adnan hangi

stratejiyi takip ederse etsin Haydar için en iyi getiriler C stratejisindedir. Daha detaylı bir şekilde Adnan açısından baskın stratejinin nasıl bulunduğuna bakalım.

- Eğer Haydar A'yı seçerse, Adnan C'yi seçer çünkü 7 getirisi 6 ve 0 getirisinden yüksektir.
- Eğer Haydar B'yi seçerse, Adnan C'yi seçer çünkü 5 getirisi 1 ve 3 getirisinden yüksektir.
- Eğer Haydar C'yi seçerse, Adnan C'yi seçer çünkü 5 getirisi 1 ve 4 getirisinden yüksektir.

Görüldüğü gibi karşı oyuncunun tüm kombinasyonlarında Adnan açısından C en yüksek getiri sağlamaktadır ve bu nedenle C baskın stratejidir.

Haydar açısından baskın stratejinin nasıl belirlendiğine detaylı bir şekilde bakmak gerekirse;

- Eğer Adnan A'yı seçerse, Haydar C'yi seçer çünkü 3 getirisi 2 ve 1 getirisinden yüksektir.
- Eğer Adnan B'yi seçerse, Haydar C'yi seçer çünkü 5 getirisi 4 ve 3 getirisinden yüksektir.
- Eğer Adnan C'yi seçerse, Haydar C'yi seçer çünkü 6 getirisi 5 ve 4 getirisinden yüksektir.

Tanım:

$O=\{1, 2, 3, \dots, n\}$: Oyuncu kümesi $n \geq 2$.

$S=\{S_1, S_2, S_3, \dots, S_n\}$: Her bir oyuncu için strateji kümesi ya da strateji profili

G: Getiriler kümesi

$f: S \rightarrow G$; $f(s) \in G$. Her bir strateji için getiri belirleyen fonksiyon.

$\{O, S, G, f\}$ şeklindeki stratejik bir oyun kurgusunda, **eğer ki tüm durumlarda $f(s_i) > f(s_{-i})$ ise, S_i baskın stratejidir.**

Tanım üzerinden geçmek gerekirse, 10 farklı strateji olsun. 3. strateji S_3 'ün getirisi, $f(S_3)$, S_3 dışındaki tüm getirilerden, $f(S_{-3})$, yüksekse 3. strateji baskın olarak tanımlanır.

Eğer ki tüm durumlarda $f(s_i) \geq f(s_{-i})$ ise, S_i zayıf baskın stratejidir. Zayıf baskın stratejide getirilerin birbirine eşit olması durumu da dikkate alınmaktadır.

Tablo 7.6: Oyun Tablosu

		Haydar		
		A	B	C
Adnan	A	6 ; 2	1 ; 4	1 ; 3
	B	0 ; 4	3 ; 4	4 ; 3
	C	6 ; 5	5 ; 7	5 ; 6

Bu sefer aynı oyun farklı getirilerle kurgulandığında Adnan için C zayıf baskın, Haydar için ise B zayıf baskın strateji olmaktadır. Adnan açısından C, Haydar'ın ne yaptığından bağımsız zayıf baskındır çünkü Haydar'ın A'yı seçmesi durumunda Adnan B ile C arasında kayıtsız kalır, diğer durumlarda C'yi seçer. Haydar açısından B zayıf baskındır çünkü Adnan B'yi tercih ederse Haydar A ile B arasında kayıtsız kalır ama diğer tüm durumlarda B'yi seçer.

7.4. Güçlü ve Zayıf Baskın (Dominant) Strateji Dengesi

Denge kavramı oyun teorisi açısından oldukça kritik bir öneme ve işleve sahiptir. Denge, oyunun hangi getiriler elde edilerek sonuçlanacağı hakkında bize fikir vermektedir. Dengeye nasıl ulaşılacağı, dengenin ne şekilde sürdürüleceği, karşı tarafın hamleleri neticesinde dengenin nasıl etkileneceği vs. cevaplanması gereken önemli sorulardır. Her iki oyuncunun baskın stratejisi mevcutsa, otomatik olarak dengenin de baskın strateji dengesi olması gerekmektedir. Eğer ki, oyunculardan birinin stratejisi zayıf baskın ise denge de zayıf baskın strateji dengesi olmaktadır.

Tablo 7.7: Oyun Tablosu

		Haydar		
		A	B	C
Adnan	A	6 ; 2	1 ; 1	1 ; 3
	B	0 ; 4	3 ; 3	4 ; 5
	C	7 ; 5	5 ; 4	5 ; 6

Yukarıdaki örnekte Adnan için C baskın strateji, Haydar için de yine benzer şekilde C baskın stratejidir. Bu oyunun dengesi (C, C)'dir ve bu denge baskın strateji dengesi olarak adlandırılmaktadır.

Aşağıdaki örnekte ise Adnan için bu sefer C zayıf baskın, Haydar için ise B zayıf baskın stratejidir. Oyunun dengesi (C, B)'dir ve bu denge zayıf baskın strateji dengesidir.

		Haydar		
		A	B	C
Adnan	A	6 ; 2	1 ; 4	1 ; 3
	B	0 ; 4	3 ; 4	4 ; 3
	C	6 ; 5	5 ; 7	5 ; 6

Bölüm Özeti

Oyun teorisiyle ilgili ilk modern çalışmalar 20. yy'ın başına gitmektedir. Matematikçi Ernst Zermelo (1913) ve John von Neumann (1928)'in çalışmaları bu alandaki ilkler arasındadır. 1944 yılında Neumann ve Morgenstern tarafından yayınlanan Oyun Teorisi ve Ekonomik Davranış adlı kitap bu alanda çığır açmıştır. John Nash'ın oyun teorisiyle ilgili makalelerden oluşan 1951 yılındaki çalışması, bu alanın popüleritesini artmıştır. Oyun teorisinin temel noktası interaktifliktir. *Oyun teorisi analizinde, interaktif ortamda oyuncuların kararlarının birbirlerini etkileme durumu vardır.*

Oyun teorisi genel hatlarıyla ikiye ayrılmaktadır; İşbirlikçi Oyun Teorisi ve İşbirlikçi Olmayan Oyun Teorisi. Oyun kurgusuyla ilgili önemli bir kavram ise stratejidir. Basit bir oyun teorisinde oyuncunun kararlar kümesi

stratejileri oluşturmaktadır. Denge kavramı oyun teorisi açısından oldukça kritik bir öneme ve işleve sahiptir. Denge, oyunun hangi getiriler elde edilerek sonuçlanacağı hakkında bize fikir vermektedir. Dengeye nasıl ulaşılacağı, dengenin ne şekilde sürdürüleceği, karşı tarafın hamleleri neticesinde dengenin nasıl etkileneceği vs. cevaplanması gereken önemli sorulardır. Her iki oyuncunun baskın stratejisi mevcutsa, otomatik olarak dengenin de baskın strateji dengesi olması gerekmektedir. Eğer ki, oyunculardan birinin stratejisi zayıf baskın ise denge de zayıf baskın strateji dengesi olmaktadır.

Kaynakça

Bonanno, G., & Dégrement, C. (2014). Logic and game theory. In *Johan van Benthem on Logic and Information Dynamics* (pp. 421-449). Springer, Cham.

Bonanno, G. (2018), Game Theory, 2th Edition, Kindle Direct Publishing, [Game Theory textbook \(ucdavis.edu\)](https://www.amazon.com/Game-Theory-2nd-Edition-Giovanni-Bonanno/dp/B07K111111).

Resnik, M. D. (1987). *Choices: An introduction to decision theory*. U of Minnesota Press.

[1] Theory of Games and Economic Behaviour

8. NASH DENGESİ, MAHKUMLAR AÇMAZI VE OYUN TÜRLERİ

Birlikte Düşünelim

- Mahkumlar açmazının konusu nedir? Neden açmaz olarak adlandırılmaktadır?
- Baskın strateji olmaması durumunda oyuncular hangi kararı nasıl almaktadır?
- Nash dengesi nedir, hangi fonksiyona sahiptir?

Başlamadan Önce

Karar teorisi ve analizi kitabının son ünitesi oldukça popüler olan mahkumlar açmazı konusuyla başlamaktadır. İki kişi için daha iyi bir sonuç varken, iş birliği yapamadıkları ya da birbirlerine güvenmedikleri için daha kötü olan sonuca razı olma durumudur, bu açmaz. Ünite ardından ikinci fiyat müzayedesine konusuna geçiş yapmaktadır. Bu tarz oyun türlerinin neden tercih edildiği ve ne gibi sonuçlar verdiğinin tartışılacaktır.

Yinelenen silme işlemi ve Nash dengesi konularıyla ünite sona erecektir. Baskın ya da zayıf baskın olmadığı durumlarda başvurulacak bir yöntem olan silme işlemi oyunculara hangi stratejiyi takip etmeleri konusunda fikir vermektedir. Yinelenen silme işleminin ardından eğer ki baskın bir strateji yoksa, oyunun sonucunu Nash'in yöntemiyle bulmak mümkündür. Bu sonuca literatürde Nash dengesi denilmektedir.

8.1. Mahkumlar Açmazı

Karar alma ve oyun teorisi alanındaki en popüler oyunlardan bir tanesi mahkumlar açmazı (ikilemi) ya da mahkumlar paradoksu diye adlandırılmaktadır. Gerçek yaşanmış bir olaydan esinlenilerek modellenen bu oyun önemli bulgular ortaya koymaktadır: *İki rasyonel insanın kararları bazı durumlarda en optimal getiri ya da fayda ile sonuçlanamayabilmektedir.*

Mahkumlar açmazı **işbirliği durumunda iki taraf için de en optimal sonuç varken, oyuncular birbirlerine güvenmediği için daha kötüye razı olma durumunu** net bir şekilde göstermektedir. Bu paradoks oyuncular

arasında işbirliği yapmanın ve bu işbirliğini sürdürmenin elde edilecek sonuçları nasıl etkilediğini de net bir şekilde ortaya koymaktadır. Mahkumlar açmazı aşağıdaki şekilde işleyen bir kurguya sahiptir.

İki suçluyu yakalayıp, göz altına alan polis bu kişileri iki ayrı hücrede tutmaktadır. Bu şekilde bu iki suçlunun birbirleriyle iletişime geçme şansı ortadan kaldırılmıştır. Polisin elinde konuyla ilgili yeterli delil olmadığı için mahkumların suçu itiraf etmeleri kritik öneme sahiptir. Polis iki ayrı hücrede birbirlerini görmeyen iki suçluya çeşitli sorular sormaktadır. Potansiyel suçlular ise sessiz kalma ya da arkadaşını suçlama şeklinde iki alternatife sahiptirler.

- Eğer ki ikisi de sessiz kalmayı tercih ederse, 1'er yıl hapiste kalacaklar.
- Eğer ki ikisi de karşılıklı birbirlerini suçlarsa, 3'er yıl hapiste kalacaklar.
- Eğer ki biri sessiz kalır ve diğeri arkadaşını suçlarsa, sessiz kalan 5 yıl itiraf bulunan ise serbest kalacaktır.

Oyun aşağıdaki şekilde temsil edilebilir.

Tablo 8.1: Mahkumlar Açmazı Oyun Örneği

		Murat	
		Sessiz Kal	İtiraf Et
Atakan	Sessiz Kal	1 ; 1	5 ; 0
	İtiraf Et	0 ; 5	3 ; 3

Atakan açısından sessiz kalarak, Murat'ın da sessiz kalacağını düşünerek 1 yıl hapis yatması en iyi durumken, benzer şekilde Murat için de sessiz kalıp Atakan'ın da sessiz kalacağını düşünerek 1 yıl hapis yatması en iyi senaryodur. Ancak mahkumlar açmazı senaryosunda suçlu olan kişi arkadaşının kararını bilmemektedir. Böyle kurgularda itiraf etmek daha rasyonel görünmektedir çünkü karşı tarafın itiraf edip, kendisinin sessiz kalması durumunda itiraf eden serbest kalacak, sessiz kalan 5 yıl hapis yatacaktır. Tüm bu senaryolar altında itiraf etmek her iki suçlu açısından tercih edilen strateji olmaktadır.

Her iki suçlunun itiraf etmesi durumunda oyunun dengesi (3, 3) ile bitmekte ve Atakan ile Murat 3'er yıl hapis yatmayı göze almaktadırlar. Normal şartlarda her ikisinin de sessiz kalarak (1, 1) dengesiyle, 1'er yıl hapiste yatması daha optimal bir durum olsa da, işbirliğinin olmaması nedeniyle suçluların kendi çıkarlarını düşünmeleri onları 3'er yıl hapis yatmaya razı etmiştir. Mahkumlar açmazının yukarıdaki örneğinde, Atakan ve Murat için itiraf etmek baskın yani dominant stratejidir ve elde edilen (3, 3) dengesi güçlü baskın strateji dengesidir. Ancak bu güçlü baskın strateji dengesi en optimal sonucu vermemektedir.

8.2. İkinci Fiyat Müzayedesı

Oyun teorisi açısından diğer ilginç bir kurgu örneği ikinci fiyat müzayedesı olarak verilebilir. Bu müzayede kurgusunda diğer katılımcıların fiyat teklifleri bilinmeden kapalı zarf içerisinde fiyatlar iletilmektedir. Kazanan teklif sahibi en yüksek fiyatı verendir. Bu oyunda ilginç olan şey kazananın verdiği teklifi değil de, ikinci en yüksek teklifi ödemesidir. Eşit teklif verilmesi durumunda eşitlik bozma kuralları uygulanarak kazanan belirlenir ancak bu durumda verilen en yüksek teklif ödenir çünkü en yüksek teklif ikinci tekliftir aynı zamanda. Bu konuyu bir örnek üzerinde açıklamaya çalışalım.

Büyük bir arazide altın araması yapmak isteyen firmalar kamunun düzenlediği ihaleye fiyat teklifi vermektedirler. İkinci fiyat ihalesi şeklinde kurgulanan arazi kullanım hakkını devretme işleminde teklifler 20 milyon TL'lik aralıklarla verilmektedir. Eşitlik olması durumunda ise eşitliği bozmak için yazı tura atılmaktadır. İki büyük firmanın bu ihaleyle ilgilendiğini varsayalım. A firmasının yaptığı saha çalışmaları

neticesinde bölgede 200 milyon TL civarında bir altın değeri hesapladığını düşünelim. A firmasının bu ihale sonucunda elde edeceği kâr 500 milyon TL eksi ihaleye vereceği bedeldir. Eğer ki ihaleyi kazanamazsa herhangi bir kârı söz konusu olmayacaktır.

Firma B'nin 180 milyon TL ve üzeri fiyat teklifleri vermesi durumunda A firması açısından daha yüksek teklif vermenin bir rasyonel tarafı bulunmamaktadır çünkü yaptırdığı çalışmaya göre bölgede 200 milyon TL değerinde altın bulunmaktadır. Böyle bir ikinci fiyat ihalesi kurgusunda aşağıdaki şekilde bir tablo ile karşı karşıya kalınmaktadır. Aşağıdaki ihale kurgusunda eşitlik durumunda yazı tura atıldığında kazananın B firması olduğu kabul edilmektedir.

		Firma B														
	Milyon	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300
Firma A	20	0	0													
	40	180	0													
	60	180	160	0												
	80	180	160	140	0											
	100	180	160	140	120	0										
	120	180	160	140	120	100	0									
	140	180	160	140	120	100	80	0								
	160	180	160	140	120	100	80	60	0							
	180	180	160	140	120	100	80	60	40	0						
	200	180	160	140	120	100	80	60	40	20	0					
	220	180	160	140	120	100	80	60	40	20	0	0				
	240	180	160	140	120	100	80	60	40	20	0	-20	0			
	260	180	160	140	120	100	80	60	40	20	0	-20	-40	0		
	280	180	160	140	120	100	80	60	40	20	0	-20	-40	-60	0	
	300	180	160	140	120	100	80	60	40	20	0	-20	-40	-60	-80	0

Tablo 8.2: İkinci Fiyat Müzayedesini Örneği

Yukarıdaki oyun kurgusu, firma A'nın değerini 200 milyon TL olarak biçtiği sahanın kullanım ihalesini kazanması durumunda kaç milyon TL kazanç elde edeceğini göstermektedir. Örneğin, hem firma A hem de firma B aynı fiyatı teklif ettiğinde, eşitlik bozma kuralı gereği yazı tura sonucu ihaleyi firma B kazanacağı için firma A'nın kazancı 0 TL olmaktadır.

Firma A'nın 80 milyon TL'lik teklifi karşısında firma B'nin 20 milyon TL'lik teklifi olursa firma A'nın kazancı **(ikinci fiyat kuralı gereği 20 milyon TL ödeyeceğinden sahanın değeri eksi ihale bedeli olan 20 milyon TL)** 180 milyon TL olacaktır. Firma A'nın 160 milyon TL'lik teklifi karşısında kapalı zarfla firma B'nin 120 milyon TL teklif etmesi durumunda kazanan firma A olacaktır. Firma A'nın bu durumdaki kazancı ise 80 milyon TL olacaktır. Bunun sebebi 200 milyon TL değerindeki altın sahasının işletmesini 120 milyon TL ödeyerek elde edecek olmasıdır.

Firma A'nın altın sahasının değeri olan 200 milyon TL'nin üzerindeki tekliflerinde firma B'nin teklifinin yüksek ya da düşük olmasına göre kâr ya da zarar söz konusu olabilir. Örneğin, firma A'nın 240 milyon TL'lik teklifi karşısında firma B'nin 180 milyon teklif etmesi durumunda firma A'nın kazancı ikinci fiyat müzayedesini nedeniyle 20 milyon TL olmaktadır. Firma A'nın aynı 240 milyon TL'lik kapalı zarf teklifine firma B'nin 220 TL teklif etmesi durumunda ise A'nın 20 milyon TL zararı söz konusudur. Firma A açısından altın sahasının değerinin üzerindeki teklifler ancak firma B'nin bu değer altında teklif vermesi koşuluyla kârlı hale gelmektedir. O nedenle bu tarz ihalelerde firmalar karşı firmaların fiyat teklifleriyle ilgili farklı senaryolar üzerinde çalışarak çıkabilecekleri en üst fiyat teklifine karar vermektedirler.

İkinci fiyat müzayedesinin en önemli özelliği kazanan en yüksek teklif sahibine ikinci fiyatı ödeterek bir nevi piyasa değerinde ihaleyi kazandın duygusu vermesidir. Kapalı zarf usulü olduğu için çok yüksek abartılı teklif verme riski ortadan kalkmakta ve hesaplanan piyasa değerine yakın bir ihale bedeli ödenmektedir. Bu oyun türünün farklı versiyonları bulunmaktadır. İlk etapta kapalı başlayan tekliflerin açılmasının ardından açık müzayedeye başlanması ya da açık müzayede sonrası en yüksek iki fiyat teklifi verenlerin kapalı teklifle son kez fiyat vermelerinin teşvik edilmesi gibi. Bu tarz ihalelerle birlikte çeşitli yazılımlar ve paketler kullanılarak programlanabilir ihaleler de kurgulanabilmektedir. Durum, zaman, ihtiyaç, katılım teşviği vs faktörler dikkate alınarak esnek ve teknolojiye dayalı ihaleler düzenlenebilmektedir.

8.3. Yinelenen (Tekrarlanan) Silme İşlemi

Herhangi bir oyunda baskın ya da zayıf baskın strateji mevcutsa, oyuncu o stratejiyi seçer. Baskın strateji mevcutken, oyuncunun başka stratejiler seçmesi durumunda kesin olarak oyuncu en optimal sonuçtan daha düşük bir getiri ya da fayda elde eder. Oyuncunun güçlü baskın ya da zayıf baskın dışındaki seçimleri diğer oyuncunun ne yaptığından bağımsız bir şekilde kötü getiriyle sonuçlanır. Baskın bir strateji olmaması durumunda oyuncunun hangi stratejiyi seçmesi gerektiği oyun teorisi açısından anlamlı bir soru olmaktadır.

Baskın strateji olmaması durumunda *yinelenen ya da tekrarlanan silme yöntemine* başvurarak hangi stratejinin seçileceğine karar vermek mümkündür. Aşağıdaki oyun kurgusu üzerinden tekrarlanan silme yönteminin nasıl uygulandığını görmek mümkündür.

Tablo 8.3: Oyun Örneği

		MURAT			
		<i>e</i>	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>m</i>
ATAKAN	A	10 ; 7	8 ; 8	8 ; 5	7 ; 4
	B	9 ; 8	10 ; 7	4 ; 6	9 ; 5
	C	9 ; 4	7 ; 6	10 ; 5	8 ; 4
	D	6 ; 4	6 ; 7	7 ; 7	10 ; 5

Murat açısından *l* stratejisi *m* stratejisine göre güçlü baskın olduğundan ötürü *m* stratejisini tercih etmeyeceği söylenebilir. Rasyonel bir oyuncunun *l* stratejisi varken, *m* stratejisini seçmesini beklemeyiz. Atakan da benzer şekilde Murat'ın *m* stratejisini seçeceğini düşünmeyecektir. Bu durumda *m* stratejisi oyundan silinecek ve oyun aşağıdaki forma indirgenmiş olacaktır.

Tablo 8.4: Oyun Örneği

		MURAT		
		<i>e</i>	<i>k</i>	<i>l</i>
ATAKAN	A	10 ; 7	8 ; 8	8 ; 5
	B	9 ; 8	10 ; 7	4 ; 6
	C	9 ; 4	7 ; 6	10 ; 5
	D	6 ; 4	6 ; 7	7 ; 7

Benzer silme işlemi bu sefer Atakan için yapılacaktır. Atakan açısından C stratejisi D'ye göre güçlü baskındır ve bu nedenle rasyonel olan Atakan'ın D'yi tercih etmeyecektir ve bu düşünce Murat'ın aklına yatacağıdır. Murat Atakan'ın D stratejisini seçmesini beklememektedir. Bu nedenle D stratejisinin silinmesi gerekmektedir. Oyun aşağıdaki şekle indirgenmiş olacaktır.

Tablo 8.5: Oyun Örneği

		MURAT		
		<i>e</i>	<i>k</i>	<i>l</i>
ATAKAN	A	10 ; 7	8 ; 8	8 ; 5
	B	9 ; 8	10 ; 7	4 ; 6
	C	9 ; 4	7 ; 6	10 ; 5

Tekrarlanan silme işlemi sonucunda Murat açısından *k* stratejisi *l* stratejisine göre güçlü baskındır. *k* stratejisi sırasıyla 8, 7 ve 6 getiri alternatifleri verirken, *l* ise 5, 6 ve 5 getirileri vermektedir ve bu nedenle *k* *l*'ye güçlü baskındır. Bu durumda Atakan'da Murat'ın *l* stratejisini seçeceğini düşünmemektedir. Tekrarlanan silmenin 3. aşamasında *l* stratejisinin de silinmesi gerekmektedir. Oyun aşağıdaki şekle indirgenmiş olacaktır.

Tablo 8.6: Oyun Örneği

		MURAT	
		<i>e</i>	<i>k</i>
ATAKAN	A	10 ; 7	8 ; 8
	B	9 ; 8	10 ; 7
	C	9 ; 4	7 ; 6

Atakan açısından A stratejisi C stratejisine göre güçlü baskındır. Bu nedenle C'nin silinmesi gerekmektedir. Tekrarlanan silme yönteminin 4. aşamasının ardından oyun aşağıdaki şekle indirgenmiş olacaktır.

Tablo 8.7: Oyun Örneği

		MURAT	
		<i>e</i>	<i>k</i>
ATAKAN	A	10 ; 7	8 ; 8
	B	9 ; 8	10 ; 7

Her oyuncu için 4 farklı stratejiden oluşan başlangıç oyun kurgusu tekrarlanan silme yönteminin ardından 2×2 boyutuna indirgenmiştir. Bu silme ve indirgeme işleminde baskın olmayan stratejilerin silinme sırası ve hangi oyuncudan başlanması gerektiği önemli değildir. En son indirgenen 2×2 boyutundaki bu oyunda hem Atakan hem Murat için güçlü ya da zayıf baskın strateji bulunmamaktadır. Böyle bir durumda oyunun dengesi var mıdır?

8.4. Nash Dengesi

Yinelenen silme işlemi sonucu güçlü ya da zayıf baskın stratejisi olmayan oyunların sonucu Nash'ın denge yaklaşımıyla bulunmaktadır. Genel bir yaklaşım olan Nash dengesi yöntemiyle oyunun sonucunu bulmak mümkündür. İki oyunculu ve iki stratejili bir oyunun Nash dengesini bulmak için aşağıdaki işlemler sırasıyla takip edilmelidir:

- 1. Oyuncunun ilk stratejisini seçmesi durumunda 2. Oyuncunun buna karşı en iyi getiri tercihi hangisi olur, işaretleyiniz.
- 1. Oyuncunun ikinci stratejisini seçmesi durumunda 2. Oyuncunun buna karşı en iyi getiri tercihi hangisi olur, işaretleyiniz.
- 2. Oyuncunun ilk stratejisini seçmesi durumunda 1. Oyuncunun buna karşı en iyi getiri tercihi hangisi olur, işaretleyiniz.
- 2. Oyuncunun ikinci stratejisini seçmesi durumunda 1. Oyuncunun buna karşı en iyi getiri tercihi hangisi olur, işaretleyiniz.

Tüm bu işaretlemelerden sonra iki getirinin beraberce işaretlenmiş olduğu kutu, oyunun Nash dengesi olmaktadır. Aşağıdaki oyun kurgusunu kullanarak Nash dengesini bulalım. Bu oyunda ne Atakan ne Murat için baskın bir strateji olmadığı için baskın strateji dengesi de yoktur. Yukarıda adım adım açıklanan işlemleri uygulayalım.

- Eğer ki Atakan A stratejisini seçerse, Murat 8 getirisi elde etmek ister, 8'i işaretleyiniz.
- Eğer ki Atakan B stratejisini seçerse, Murat 8 getirisini elde etmek ister, 8'i işaretleyiniz.
- Eğer ki Murat e stratejisini seçerse, Atakan 10 getirisini elde etmek ister, 10'u işaretleyiniz.
- Eğer ki Murat k stratejisini seçerse, Atakan 10 getirisini elde etmek ister, 10'u işaretleyiniz.

Tablo 8.8: Oyun Örneği

		MURAT	
		e	k
ATAKAN	A	<u>10</u> ; 7	8 ; <u>8</u>
	B	9 ; <u>8</u>	<u>10</u> ; 7

Yukarıdaki adımlar sırayla yapıldıktan sonra görülmektedir ki, tek bir kutuda yan yana işaretlenmiş herhangi bir getiri ikilisi bulunmamaktadır. Bu nedenle yukarıdaki oyunun Nash dengesi bulunmamaktadır.

Mahkumlar açmazında kullanılan oyun kurgusuna tekrardan Nash dengesini bulmak için bakalım.

- Atakan sessiz kalırsa, Murat 0'ı yani serbest kalmayı tercih eder, 0'ı işaretleyiniz.
- Atakan itiraf ederse, Murat 3 yıl hapse kalmayı tercih eder, 3'ü işaretleyiniz.
- Murat sessiz kalırsa, Atakan 0'ı yani serbest kalmayı tercih eder, 0'ı işaretleyiniz.
- Murat itiraf ederse, Atakan 3 yıl hapse kalmayı tercih eder, 3'ü işaretleyiniz.

Uygulanan adımlar neticesinde oyunun dengesi aşağıdaki tabloda görüldüğü gibi (3;3) noktasıdır ve bu nokta Nash dengesidir.

Tablo 8.9: Nash Dengesi Örneği

		MURAT	
		Sessiz Kal	İtiraf Et
ATAKAN	Sessiz Kal	1 ; 1	5 ; <u>0</u>
	İtiraf Et	<u>0</u> ; 5	<u>3</u> ; <u>3</u>

Bölüm Özeti

Karar alma ve oyun teorisi alanındaki en popüler oyunlardan bir tanesi mahkumlar açmazı (ikilemi) ya da mahkumlar paradoksu diye adlandırılmaktadır. Gerçek yaşanmış bir olaydan esinlenilerek modellenen bu oyun önemli bulgular ortaya koymaktadır: *İki rasyonel insanın kararları bazı durumlarda en optimal getiri ya da fayda ile sonuçlanamayabilmektedir.* Mahkumlar açmazı ***işbirliği durumunda iki taraf için de en optimal sonuç varken, oyuncular birbirlerine güvenmediği için daha kötüye razı olma durumunu*** net bir şekilde göstermektedir.

Oyun teorisi açısından diğer ilginç bir kurgu örneği ikinci fiyat müzayedesini olarak verilebilir. Bu müzayede kurgusunda diğer katılımcıların fiyat teklifleri bilinmeden kapalı zarf içerisinde fiyatlar iletilmektedir. Kazan teklif sahibi en yüksek fiyatı verendir. Bu oyunda ilginç olan şey kazananın verdiği teklifi değil de, ikinci en yüksek teklifi ödemesidir. Eşit teklif verilmesi durumunda eşitlik bozma kuralları uygulanarak kazanan belirlenir ancak bu durumda verilen en yüksek teklif ödenir çünkü en yüksek teklif ikinci tekliftir aynı zamanda.

Oyuncunun güçlü baskın ya da zayıf baskın dışındaki seçimleri diğer oyuncunun ne yaptığından bağımsız bir şekilde kötü getiriyle sonuçlanır. Baskın bir strateji olmaması durumunda oyuncunun hangi stratejiyi seçmesi gerektiği oyun teorisi açısından anlamlı bir soru olmaktadır. Baskın strateji olmaması durumunda ***yinelenen ya da tekrarlanan silme yöntemine*** başvurarak hangi stratejinin seçileceğine karar vermek mümkündür.

Yinelenen silme işlemi sonucu güçlü ya da zayıf baskın stratejisi olmayan oyunların sonucu Nash'ın denge yaklaşımıyla bulunmaktadır. Genel bir yaklaşım olan Nash dengesi yöntemiyle oyunun sonucunu bulmak mümkündür.

Kaynakça

Bonanno, G., & Dégremont, C. (2014). Logic and game theory. In *Johan van Benthem on Logic and Information Dynamics* (pp. 421-449). Springer, Cham.

Bonanno, G. (2018), Game Theory, 2th Edition, Kindle Direct Publishing, [Game Theory textbook \(ucdavis.edu\)](https://www.amazon.com/Game-Theory-2nd-Edition-Giovanni-Bonanno/dp/B07K111111).

Weatherson, B. (2008). Decision making with imprecise probabilities. *Ms., Dept. of Philosophy, University of Michigan*.

Weatherson, B. (2015). Lecture Notes on Decision Theory, <http://brian.weatherson.org/DTBook-15.pdf>, Ocak 2023.

Resnik, M. D. (1987). *Choices: An introduction to decision theory*. U of Minnesota Press.

North, D. W. (1968). A tutorial introduction to decision theory. *IEEE transactions on systems science and cybernetics*, 4(3), 200-210.