Найти функцию $u = u(x_1, x_2) : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{C}$, которая удовлетворяет уравненям:

$$\Delta u + k_1^2 u = 0, x_2 \geq -h_1, \tag{1}$$

$$\Delta u + k_2^2 u = 0, x_2 < -h_1 \tag{2}$$

и граничным условиям: A на верхней границе, B между слоями и C на нижней границе, где

$$A_1 : u(x_1, 0) = q(x_1) = \delta(x_0 - x_1)$$

$$A_2 : \frac{\partial u(x_1, 0)}{\partial x_2} = q(x_1) = \delta(x_0 - x_1)$$

$$B_1 : u(x_1, -h_1 + 0) = u(x_1, -h_1 - 0), \mu_1 \frac{\partial u(x_1, -h_1 + 0)}{\partial x_2} = \mu_2 \frac{\partial u(x_1, -h_1 - 0)}{\partial x_2}$$

$$B_2 : \frac{\partial u(x_1, -h_1 + 0)}{\partial x_2} = \frac{\partial u(x_1, -h_1 - 0)}{\partial x_2} = 0$$

$$B_3 : \mu_1 \frac{\partial u(x_1, -h_1 + 0)}{\partial x_2} = \mu_2 \frac{\partial u(x_1, -h_1 - 0)}{\partial x_2} = \kappa \left(u(x_1, -h_1 - 0) - u(x_1, -h_1 + 0) \right)$$

$$B_4 : u(x_1, -h_1 + 0) - u(x_1, -h_1 - 0) = 0, u(x_1, -h_1) = \nu \left(\mu_1 \frac{\partial u(x_1, -h_1 + 0)}{\partial x_2} - \mu_2 \frac{\partial u(x_1, -h_1 - 0)}{\partial x_2} \right)$$

$$C_1 : u(x_1, -h_2) = 0$$

$$C_2 : \frac{\partial u(x_1, -h_2)}{\partial x_2} = 0$$

Здесь $\delta(x_0 - x_1) = \dfrac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\alpha(x_0 - x_1)} d\alpha$ — функция Дирака. Её образ Фурье — $e^{i\alpha x_0}$.

Ещё есть соотношения $k_i = \dfrac{\omega}{c_i}, c_i = \sqrt{\dfrac{\rho}{\mu_i}}$, их надо просто в программе зафиксировать, чтобы менять параметры и смотреть что получится, не надо их при самом решении раскрывать.

В итоге надо показать ему основные выкладки + сделать программу на любом языке, чтобы можно было быстро менять разные параметры типа h_1, h_2 и получать решение в виде графиков. Как я понял, надо на графиках показать, что граничные условия выполняются и сделать график самой функции u на какой-нибудь полосе $x_{\min} \leq x_1 \leq x_{\max}, 0 \geq x_2 \geq -h_1 - h_2$.

Также контур, по которому ведётся интегрирование, проходит через точки $K_0 = (0, 0), K_1 = (\dfrac{\min(k_1, k_2)}{4}, 0), K_2 = (\dfrac{\min(k_1, k_2)}{4}, -\delta i), K_3 = (\max(k_1, k_2) + 1, -\delta i), K_4 = (\max(k_1, k_2) + 1, 0), K_5 = (G, 0)$ в комплексной плоскости, где δ – маленькое число от 0.01 до 0.1 (надо на месте подбирать), G – достаточно большое число (до 10000), чтобы приблизить несобственный интеграл.