Thubemembyw Bac!

Thubememby Bac!

Вам помог мой калькулятор?

помочь!

Заранее спасибо!

Расскажите своим друзьям об этом Калькуляторе и Вы тоже сможете мне

Вам помог мой калькулятор?

помочь!

Заранее спасибо!

Расскажите своим друзьям об этом

Калькуляторе и Вы тоже сможете мне



 $\mathbf{f}_{(x)}$ 

Вычисляем интеграл:  $sqrt(1-x^2)/(x-c)$ CLR + - × ÷ ^ √ ( ) Следующее выражение будет вычислено:

интегралы и первообразные функций онлайн —

О калькуляторе Справка Примеры Настройки

Калькулятор Интегралов позволяет вычислять

совершенно бесплатно! Наш Калькулятор позволяет проверить решение Ваших математических заданий. Он поможет вам с решением задачи показывая весь ход решения шаг за шагом. Поддерживаются все виды интегрирования включая специальные функции. Калькулятор Интегралов поддерживает вычисление определённых и неопределённых (первообразных функций) интегралов включая интегрирование функций с несколькими переменными. Кроме этого Вы можете проверить результат своего решения! Интерактивные графики помогут представить и лучше понять функции интегралов. Чтобы узнать больше о том как пользоваться Калькулятором Интегралов, загляните в раздел

Ну что ж, теперь - вперед! Успешного интегрирования!

"Справка" или ознакомьтесь с примерами.

Это не то, что Вы имели ввиду? Используйте скобки!

В случае необходимости, выберите переменную и

пределы интегрирования в разделе "Настройки". Результаты вычислений

Готово! Результат находится ниже. Чтобы не пропустить ничего важного, не забудьте прокрутить страницу вниз до самого конца.

= Проверка решения! = Экспортировать математическое выражение (например, в LaTeX) ИСХОДНАЯ ФУНКЦИЯ: f(x) =**Упростить** ПЕРВООБРАЗНАЯ ФУНКЦИЯ, ВЫЧИСЛЕННАЯ "ВРУЧНУЮ":  $\int f(x) \, \mathrm{d}x = F^\star(x) = 0$ 

"Ручное" интегрирование по шагам: Калькулятор находит первообразную функцию в максимально доступном виде. Может быть, что в связи с некоторыми упрощениями, это будет возможно только для некоторых частей функции. **₹**  $-2\sqrt{c^2-1}rctanigg(rac{c\sqrt{1-x^2}+x-c}{\sqrt{c^2-1}x}igg)-crcsin(x)+\sqrt{1-x^2}+C$ **Заметка:** Будем считать, что c>0,  $(c-1)\,(c+1)>$ 0,  $(c-1)\,(c+1)\,c^2>$ 0.

Скрыть шаги

Требуется вычислить:  $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x-c} \, \mathrm{d}x$ 

Сделаем тригонометрическую подстановку: Подстановка  $x=\sin(u)\longrightarrow u=rcsin(x)$ ,  $\mathrm{d}x=\cos(u)\,\mathrm{d}u$  (показать шаги):

 $=\int rac{\cos(u)\sqrt{1-\sin^2(u)}}{\sin(u)-c}\,\mathrm{d}u$ Упрощаем, используя  $1 - \sin^2(u) = \cos^2(u)$ :  $= \int \frac{\cos^2(u)}{\sin(u) - c} \, \mathrm{d}u$ 

... или выберите другой вариант:

Делаем гиперболическую замену

Подготовим к замене через <u>тангенс половинного углаtangent</u> (универсальная тригонометрическая подстановка):  $=\int rac{\left(1- an^2\left(rac{u}{2}
ight)
ight)^2}{\left( an^2\left(rac{u}{2}
ight)+1
ight)^2\left(rac{2 an\left(rac{u}{2}
ight)}{ an^2\left(rac{u}{2}
ight)+1}-c
ight)}\,\mathrm{d}u$ 

Подстановка  $v= an\Bigl(rac{u}{2}\Bigr)\longrightarrow \mathrm{d} u=rac{2}{\sec^2\left(rac{u}{2}
ight)}\,\mathrm{d} v$  (показать шаги)  $=rac{2}{v^2+1}\,\mathrm{d} v$ :  $=-2 \int rac{\left(v-1
ight)^2 \left(v+1
ight)^2}{\left(v^2+1
ight)^2 \left(cv^2-2v+c
ight)} \, \mathrm{d}v$ Теперь вычисляем:

 $\int \! rac{\left(v-1
ight)^2\!\left(v+1
ight)^2}{\left(v^2+1
ight)^2\left(cv^2-2v+c
ight)} \,\mathrm{d}v$ Разложим дробь на простейшие:  $=\int\left(rac{1-c^2}{cv^2-2v+c}+rac{c}{v^2+1}+rac{2v}{\left(v^2+1
ight)^2}
ight)\mathrm{d}v$ Применим линейность:  $= \left(1-c^2
ight) \int rac{1}{cv^2-2v+c} \, \mathrm{d}v + c \int rac{1}{v^2+1} \, \mathrm{d}v + 2 \int rac{v}{\left(v^2+1
ight)^2} \, \mathrm{d}v$ 

> $\int \frac{1}{cv^2 - 2v + c} \, \mathrm{d}v$ Выделим полный квадрат:  $=\int rac{1}{\left(\sqrt{c}v-rac{1}{\sqrt{c}}
> ight)^2+c-rac{1}{c}}\,\mathrm{d}v$ Подстановка  $w=rac{cv-1}{\sqrt{c}\sqrt{c-rac{1}{c}}} 
> ightarrow \mathrm{d}v = rac{\sqrt{c-rac{1}{c}}}{\sqrt{c}}\,\mathrm{d}w$  (показать шаги):  $= \int \frac{\sqrt{c}\sqrt{c - \frac{1}{c}}}{c(c - \frac{1}{c})w^2 + c^2 - 1} dw$

Теперь вычисляем:

Теперь вычисляем:  $\int \frac{1}{w^2 + 1} \, \mathrm{d}w$ Это известный табличный интеграл:  $= \arctan(w)$ Подставим уже вычисленные интегралы:  $egin{aligned} rac{1}{\sqrt{c}\sqrt{c-rac{1}{c}}} \int rac{1}{w^2+1} \,\mathrm{d}w \ &= rac{rctan(w)}{\sqrt{c}\sqrt{c-rac{1}{c}}} \end{aligned}$ 

 $=rac{1}{\sqrt{c}\sqrt{c-rac{1}{c}}}\!\int\!rac{1}{w^2+1}\,\mathrm{d}w$ 

Обратная замена  $w=rac{cv-1}{\sqrt{c}\sqrt{c-rac{1}{c}}}$ : Теперь вычисляем:

 $\int \frac{1}{v^2+1} \,\mathrm{d}v$ 

Используем предыдущий результат:

 $=\arctan(v)$ Теперь вычисляем:  $\int rac{v}{\left(v^2+1
ight)^2}\,\mathrm{d}v$  Подстановка  $w=v^2+1\longrightarrow \mathrm{d}v=rac{1}{2v}\,\mathrm{d}w$  (показать шаги):  $=\frac{1}{2}\int \frac{1}{w^2}\,\mathrm{d}w$ 

> $\int \frac{1}{w^2} dw$ Интеграл от степенной функции:  $\int \! w^{ ext{n}} \, \mathrm{d}w = rac{w^{ ext{n}+1}}{ ext{n}+1}$  при  $ext{n} = -2$ : Подставим уже вычисленные интегралы:

Теперь вычисляем:

 $\frac{1}{2}\int \frac{1}{w^2} \,\mathrm{d}w$ Обратная замена  $w=v^2+1$ :  $=-rac{1}{2\left( v^{2}+1
ight) }$ Подставим уже вычисленные интегралы:  $\left(1-c^2
ight)\int\!rac{1}{cv^2-2v+c}\,\mathrm{d}v + c\!\int\!rac{1}{v^2+1}\,\mathrm{d}v + 2\!\int\!rac{v}{\left(v^2+1
ight)^2}\,\mathrm{d}v$ 

 $=rac{\left(1-c^2
ight)rctanigg(rac{cv-1}{\sqrt{c}\sqrt{c-rac{1}{c}}}igg)}{\sqrt{c}\sqrt{c-rac{1}{c}}}+crctan(v)-rac{1}{v^2+1}$ Подставим уже вычисленные интегралы:  $-2\!\int\! rac{{{{\left( {v - 1} 
ight)}^2}{{{\left( {{v^2} + 1} 
ight)}^2}}}{{{{\left( {{v^2} + 1} 
ight)}^2}\left( {c{v^2} - 2v + c} 
ight)}}\, {\mathrm{d}}v$  $= -rac{2\left(1-c^2
ight) ext{arctan}igg(rac{cv-1}{\sqrt{c}\sqrt{c-rac{1}{c}}}igg)}{\sqrt{c}\sqrt{c-rac{1}{c}}} - 2c rctan(v) + rac{2}{v^2+1}$ Обратная замена  $v= an\Bigl(rac{u}{2}\Bigr)$ , используем:  $\arctan\left(\tan\left(\frac{u}{2}\right)\right) = \frac{u}{2}$  $=-cu+rac{2}{ an^2ig(rac{u}{2}ig)+1}-rac{2\left(1-c^2
ight)\mathrm{arctan}igg(rac{c anig(rac{u}{2}ig)-1}{\sqrt{c}\sqrt{c-rac{1}{c}}}igg)}{\sqrt{c}\sqrt{c}-rac{1}{c}}$ 

Обратная замена  $u = \arcsin(x)$ , используем:

 $\tan\left(\frac{\arcsin(x)}{2}\right) = \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x}$  $2\left(1-c^2
ight)rctanigg(rac{rac{c(1-\sqrt{1-x^2})}{x}-1}{\sqrt{c}\sqrt{c-rac{1}{c}}}igg)} - crcsin(x) + rac{2}{rac{\left(1-\sqrt{1-x^2}
ight)^2}{2}+1}$ Задача решена:  $=-rac{2\left(1-c^2
ight)rctan\left(rac{rac{c\left(1-\sqrt{1-x^2}
ight)}{x}-1}{\sqrt{c}\sqrt{c-rac{1}{c}}}
ight)}{\sqrt{c}\sqrt{c-rac{1}{c}}}-crcsin(x)+rac{2}{rac{\left(1-\sqrt{1-x^2}
ight)^2}{2}+1}$ 

Перепишем/упростим:  $c=-2\sqrt{c^2-1}rctanigg(rac{c\sqrt{1-x^2}+x-c}{\sqrt{c^2-1}x}igg)-crcsin(x)+\sqrt{1-x^2}+C$ ПЕРВООБРАЗНАЯ ФУНКЦИЯ, ВЫЧИСЛЕННАЯ МАКСИМОЙ:  $\int f(x) \, \mathrm{d}x = F(x) = 0$  $rac{c^2 \arcsin \left(rac{cx}{|x-c|}-rac{1}{|x-c|}
ight)}{\sqrt{c^2-1}} - rac{rcsin \left(rac{cx}{|x-c|}-rac{1}{|x-c|}
ight)}{\sqrt{c^2-1}} - c rcsin(x) + \sqrt{1-x^2} + C$ 

Упростим/перепишем: **3**/**S**  $rac{\left(c^2-1
ight) rcsin \left(rac{cx}{|x-c|}-rac{1}{|x-c|}
ight)-c\sqrt{c^2-1}rcsin(x)+\sqrt{c^2-1}\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{c^2-1}}+C$ **Заметка:** Будем считать, что  $(c-1)\,(c+1)\,{>}0.$ 

**Упростить** ОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ: Заметка: Если вы хотите найти определённый интеграл, зайдите в "Настройки" выше. Введите нижний и верхний пределы интегрирования, затем повторите вычисление.

Ознакомьтесь с определениями: C,  $\arcsin$ ,  $\cos$ ,  $\sec$ ,  $\sin$ ,  $\tan$ 

Интерактивный график функции:

Калькулятор Интегралов.

Для навигации используйте мышку или сенсорный экран. Тащите, чтобы сдвинуть, используйте колесико мышки или двухпальцевый метод масштабирования для увеличения и уменьшения. Активные графики: ightharpoonup F(x) $ightharpoonup F^{\star}(x)$ Введите значения переменных: C = 0c = 1Таблица значений: x =

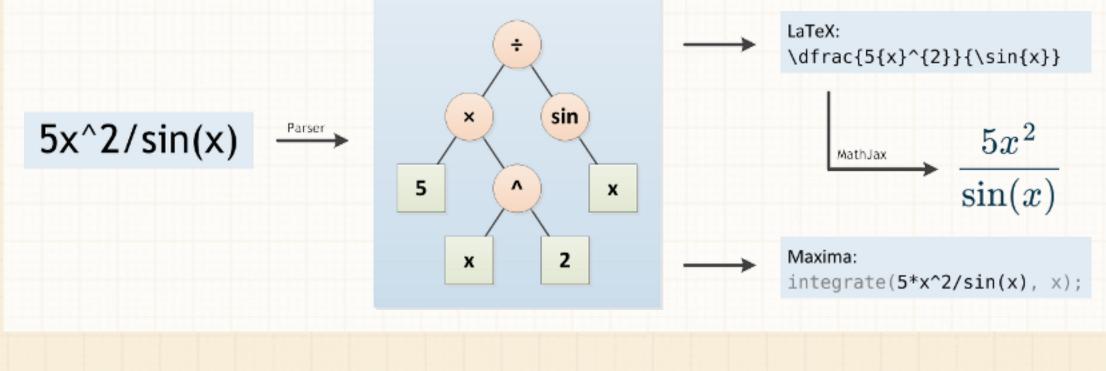
f(x) = F(x) =  $F^{\star}(x)$  = Режим увеличения:

-2.5 2.5 **Маркер находится на:** <u>0</u>, 0 Нажмите на значение х координаты, чтобы получить значения у координаты в таблице справа. Как работает Калькулятор Интегралов

Сначала синтаксический анализатор (парсер) анализирует исходное математическое выражение. Он преобразует его в форму более удобную для компьютера, а именно в форму дерева (см. картинку ниже). В процессе такого преобразования, Интегральный Калькулятор должен соблюдать порядок операций с учетом их приоритета. Так же, как и то, что в математических выражениях знак умножения часто опускается, например, мы обычно пишем "5х" вместо "5\*х". Калькулятор Интегралов должен уметь понимать такие случаи и сам добавлять знак умножения. Па́рсер написан на <u>JavaScript</u>, и основывается на <u>алгоритме сортировочной станции</u>, поэтому может исполняться прямо в браузере. Это дает возможность генерировать удобочитаемое выражение на ходу,

Для тех кому интересны технические подробности, в этой части рассказывается как устроен и работает

преобразуя получающееся дерево в код для <u>LaTeX</u> (Ла́тех). С помощью <u>MathJax</u> происходит генерация картинки и ее отображение в браузере. По нажатию кнопки "=", Калькулятор Интегралов отправляет математическое выражение вместе с параметрами (переменной интегрирования и пределами интегрирования) на сервер, где оно анализируется еще раз. В этот раз выражение преобразуется в форму которая будет понятна системе компьютерной алгебры Махіта (Максима).



Ма́ксима вычисляет интеграл математической функции. Результат Ма́ксимы снова преобразуется в Ла́тех а затем показывается пользователю. Первообразная вычисляется с помощью <u>алгоритма Ри́ша</u>, который достаточно замысловат для понимания человеком. Именно поэтому задача показывать промежуточные шаги решения интегралов является такой сложной.

Для того чтобы всё-таки показать пошаговое решение, Калькулятор Интегралов использует такие же методы, которыми бы воспользовался человек. Алгоритм, который это осуществляет, разрабатывался в течении нескольких лет и был написан на собственном языке программирования Максимы. Программа содержит более чем 16000 строк кода. Если интегрируемое выражение совпадает по форме с уже известным, алгоритм применяет заранее определённые правила для решения интеграла (например, метод неопределённых коэффициентов для рациональных функций, тригонометрическую подстановку в интегралах с квадратным корнем из квадратичной функции или интегрирование по частям для продуктов определенных функций). Если же оно не совпадает с уже известным, тогда алгоритм пробует разные подстановки и преобразования пока интеграл не будет решен или пока не закончится отведённое для этого время или же пока не кончатся все возможные варианты. С одной стороны, у Калькулятора нет математической интуиции, которая бы очень помогла в поисках первообразной, но зато, с другой стороны, Калькулятор в состоянии перепробовать большое количество разных вариантов за очень короткое время. Такое пошаговое вычисление первообразной по правилам, зачастую, более компактно и элегантно чем вычисленное Максимой.

Еще один режим работы "Проверка решения" должен решить сложную задачу по определению являются ли

два математических выражения равными друг другу. Разница между выражениями вычисляется и

отдельно. Управление жестами для мобильных устройств сделано на основе <u>hammer.js</u>.

<u>пишите мне на e-mail</u>.

упрощается с помощью Максимы настолько, насколько это возможно. К примеру, это может быть переписывание тригонометрических/гиперболических функций в их экспоненциальные формы. Если удается упростить разницу до нуля - задача выполнена. В противном случае, применяется вероятностный алгоритм, который вычисляет и сравнивает оба выражения в случайно выбранных местах. В случае с первообразной, вся процедура повторяется для каждой производной, т.к. первообразная может отличаться константой. Интерактивные графики функций вычисляются в браузере и отрисовываются на <u>Canvas</u> ("Холст") из HTML5. Для каждой математической функции, которая должна быть отрисована, Калькулятор создает функцию JavaScript, которая затем вычисляется с шагом, необходимым для правильного отображения графика. Все сингулярности (например полюса) функции обнаруживаются в процессе отрисовки и обрабатываются

ПЕРЕВОД САЙТА: TIMUR SAITOV КОНТАКТЫ И ПОЛИТИКА КОНФИДЕНЦИАЛЬНОСТИ

Если у Вас есть вопросы или пожелания, а так же идеи как улучшить Калькулятор Интегралов, пожалуйста