

# 1 Лабораторная 1

Дана задача:

$$\frac{\partial K(t)}{\partial t} = L(t) + 3K(t), K(0) = 2, 0 \leq L < \infty, t \in [0, 2] \quad (1)$$

$$I(K, L) = \int_0^2 K(t) + L^2(t) dt - 2K(2) \rightarrow \min. \quad (2)$$

**Решение:**

Оптимальный процесс является решением вспомогательной задачи

$$H(K, L, p) = -(K + L^2) + p(L + 3K) \rightarrow \max_L, \quad (3)$$

то есть

$$\frac{\partial H}{\partial L} = -2L + p = 0 \Rightarrow L = \frac{p}{2}. \quad (4)$$

Сопряженная задача имеет вид:

$$\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial K} = 1 - 3p, \quad (5)$$

$$p(2) = -\frac{\partial(-2K(2))}{\partial K(2)} = 2. \quad (6)$$

Дифференциальное уравнение имеет решение  $p = C_1 \frac{e^{-3t}}{3} + \frac{1}{3}$ , причем  $p(2) = 2$ , поэтому  $C_1 = 5e^6$ , тогда

$$p(t) = \frac{1}{3} (5e^6 e^{-3t} + 1), \quad (7)$$

$$L(t) = \frac{1}{6} (5e^6 e^{-3t} + 1) > 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial K}{\partial t} = 3K + \frac{5}{6} e^{-3t+6} + \frac{1}{6} \Rightarrow K = \left( C_1 - \frac{ce^{-3t}}{3} - \frac{ke^{-6t}}{6} \right) e^{3t}, c = \frac{1}{6}, k = \frac{5e^6}{6}. \quad (9)$$

Из условия  $K(0) = 2$  находим  $C_1 = 2\frac{1}{18} + \frac{5e^6}{36}$ , откуда

$$K(t) = K = \left( 2\frac{1}{18} + \frac{5e^6}{36} - \frac{e^{-3t}}{18} - \frac{5e^6 e^{-6t}}{36} \right) e^{3t}. \quad (10)$$

# 2 Лабораторная 2