

# Capítulo de libro del grupo de control (M-ECCI)

Sergio Andres Acosta Herrera  
Dayanis Andrea Suarez Rodriguez  
Omar Andres Castañeda Gómez  
Sergio Agustin Oñate Sierra

## **Director**

Ing. Jhon Fredy Bayona Navarro M.Sc.

Bogotá D.C.

9 de noviembre de 2014



# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>9</b>
1.1. Resumen . . . . .	9
1.2. Introducción . . . . .	10
1.3. Objetivos . . . . .	11
1.3.1. Objetivo general . . . . .	11
1.3.2. Objetivos específicos . . . . .	11
1.4. Estado del arte . . . . .	12
<b>2. Marco Teorico</b>	<b>13</b>
2.1. Introducción a Sistemas hidráulicos . . . . .	13
2.1.1. Variables . . . . .	13
2.1.2. Leyes de los Elementos . . . . .	14
2.1.3. Capacitancia . . . . .	14
2.1.4. Resistencia . . . . .	16
2.1.5. Fuentes . . . . .	20
2.1.6. Modelos Dinamicos de Sistemas Hidraulicos . . . . .	20
2.2. Modelamiento . . . . .	26
2.3. Linealización . . . . .	28
2.3.1. Características sistemas linealizados . . . . .	28
2.3.2. Serie de Taylor . . . . .	28
2.4. Identificación . . . . .	31
2.5. Control . . . . .	32
2.5.1. Uso de SISOTOOL Para diseño de controles . . . . .	32
<b>A. Tarjetas de circuitos impresos</b>	<b>37</b>
A.1. Historia . . . . .	37
A.2. Definición . . . . .	37
A.3. Normatividad para la construcción de tarjetas de circuitos impresos . . . . .	38
A.3.1. UNE 20-621-84/3 . . . . .	38
A.3.2. UNE 20-55-2753 . . . . .	38
A.4. Pautas básicas para la construcción de circuitos impresos . . . . .	39
A.5. Disposición De Componentes . . . . .	41
A.6. Diseño de Pistas . . . . .	42
A.7. Composición química . . . . .	43



# Lista de Tablas



## Lista de Figuras

2.1. Vaso cilíndrico. (a) Vertical. (b) Horizontal. . . . .	16
2.2. Capacitancia del recipiente. . . . .	16
2.3. simbolo de una válvula hidráulica. . . . .	17
2.4. (a) velocidad de flujo vs presión diferencial. (b) Interpretación de la resistencia hidráulica. . . . .	17
2.5. Dos válvulas en serie (b). Válvula equivalente. . . . .	19
A.1. Tipos de agujeros . . . . .	39
A.2. Pistas conductoras . . . . .	40
A.3. Tamaño de nudos . . . . .	41
A.4. Diseño de pistas . . . . .	41
A.5. Angulos oara el diseño de pistas . . . . .	42
A.6. Diseño de bifurcaciones entre pistas . . . . .	42
A.7. Separación entre pistas . . . . .	43
A.8. Separación entre componentes y pistas . . . . .	43
A.9. Placas de circuitos impresos LLC . . . . .	44
A.10.Placas de circuitos impresos SIMM . . . . .	44
A.11.Placas de circuitos impresos DIP . . . . .	44
A.12.Placas de circuitos impresos SIP . . . . .	44
A.13.Componentes en montaje de insercion . . . . .	45
A.14.Componentes en montaje superficial . . . . .	45
A.15.Componentes en montaje vertical . . . . .	45
A.16.Componentes en montaje Horizontal . . . . .	45
A.17.Pistas de alimentación . . . . .	46





# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Resumen

Con mayor eficiencia el nivel de tecnología en la actualidad estimula los parámetros que retroalimentan y contribuyen la necesidad del ser humano con aplicaciones que avanzan a gran escala de industria a industria de alta calidad, los sistemas hidráulicos son construidos y desarrollados especialmente para el mejoramiento de la dinámica de fluidos como: (químicos, gasolina, aceites, agua) entre otros. Sin embargo estos sistemas trabajan en conjunto para realizar un análisis integral tanto dinámico, termodinámico y mecánico en el cual la particularidad de cada uno hace parte de la potencia y control de un sistema. El análisis de los mismos se realiza en un laboratorio observando el estado estable y funcional del sistema mediante una simulación computarizada.

La simulación se ha convertido en una herramienta fundamental para el estudio de varios sistemas técnicos. En los sistemas hidráulicos la simulación hace un papel útil, lo cual verifica y que todos los mecanismos se accionan adecuadamente y no presenten eventos o fallas en el sistema; aunque las características específicas de los sistemas hidráulicos hacen difícil utilizar software de simulación de tipo general en el estudio.

Con frecuencia las universidades tienen herramientas y dispositivos inteligentes para obtener un análisis de investigación y desarrollo e innovación, esto permite que el estudiante requiera habilidades prácticas y capacidades a la hora de enfrentarse con un prototipo de estudio.

## 1.2. Introducción

Desde los inicios del tiempo y particularmente enmarcados dentro del contexto de procesos industriales, científicos de todo el mundo han trabajado para lograr que los procesos de manufactura, control automático, accionamiento sean cada vez más efectivos y más eficientes. Con esta meta se han desarrollado nuevos procesos para lograr alcanzar este mejoramiento continuo de un sistema hidráulico para proyectos en tratamiento de agua.

El diseño de los sistemas hidráulicos se basa en la interconexión de sistemas mecánicos a través de bombas, válvulas y pistones móviles, que ofrecen una automatización factible en el sistema. La utilidad de estos mecanismos hace que sea funcional y opere de una manera eficaz básicamente para generar distintas aplicaciones de procesos industriales, sin embargo el uso es producir energías limpias mediante recursos naturales. Este es un ejemplo de la rueda Pelton en donde interactúan los sistemas hidráulicos, mecánicos y elementos eléctricos, funciona por una turbina que es impulsada por el agua y se usa para conducir electricidad, también existen fluidos compresibles para la distribución de energía renovable tal como gases, aire, solar y calentamiento de la tierra.

En este artículo nos centraremos particularmente en la revolución de los procesos en sistemas hidráulicos comúnmente se presentan procesos químicos, sistemas de control automático, actuadores y motores de accionamiento.

Este análisis hace persuadir que generalmente estamos involucrados en modelos que ya están implementados y particularmente son modelos lineales por las condiciones de las variables a manejar.

## **1.3. Objetivos**

### **1.3.1. Objetivo general**

1. Diseñar e implementar un sistema de control que permita manipular el nivel de líquido de un tanque; compuesto por celda de carga, válvula proporcional, válvula on/off y variador, de modo que el nivel del mismo se establezca en un set point establecido.

### **1.3.2. Objetivos específicos**

1. Determinar la respuesta en voltaje de la señal de salida del indicador de nivel (celda de carga) en el tanque 1.
2. Desarrollar el modelamiento del sistema para la respuesta del nivel en el tanque 1.
3. Realizar la identificación del sistema del tanque 1 y verificar la controlabilidad del mismo.
4. Implementar un algoritmo en MATLAB que permita la conexión entre el pc y la planta por medio de la tarjeta de National Instruments NI USB 6008.
5. Implementar un controlador que permita mantener el nivel del tanque 1 en el set-point establecido por el usuario.

## 1.4. Estado del arte

El monitoreo de variables es de gran importancia en la industria y por esto es vital preparar a los estudiantes para asumir retos reales de un proceso, aun en el estudio de su carrera, por esta razón el desarrollo e implementación de plantas experimentales y plantas pilotos han tomado una gran fuerza en los últimos años tanto así que existen empresas dedicadas entre otras cosas a la fabricación y comercialización de estas plantas para universidades e institutos de educación superior.

De otro lado se han realizado un sin número de investigaciones alrededor del tema de monitoreo de variables en tanques de agua, ya sea nivel, temperatura o presión, las principales en la mayoría de procesos industriales, para este caso, los artículos y tesis han sido una gran fuente de información para alimentar el propio; algunos de los más importantes son:

John Freddy Caipa (2010), artículo, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, plantea el desarrollo e implementación de un sistema de control de tanques interconectados utilizando un servo-válvula como actuador y Matlab como software de programación.

Oscar Fernando Gil (2011), tesis, Universidad Tecnológica de Colombia, pretende construir un prototipo de un sistema de segundo orden medidor de nivel de dos tanques relacionados, aplicando teorías de control para hacer un sistema seguro, inteligente e independiente.

Diego Andrés Ochoa (2012), tesis, Escuela Superior Politécnica del Litoral (Ecuador), plantea la identificación y el diseño de un controlador para la temperatura de un tanque de agua.

## Capítulo 2

### Marco Teorico

#### 2.1. Introducción a Sistemas hidráulicos

Un sistema hidráulico es uno en el cual los líquidos, generalmente son considerados flujo incomprensible. Los sistemas hidráulicos comúnmente aparecen en procesos químicos, sistemas de control automático; y actuadores y motores de accionamiento para la fabricación de equipos. Estos sistemas son usualmente interconectados a sistemas mecánicos a través de bombas, válvulas, y pistones móviles. Una turbina es impulsada por agua y usada para accionar un generador eléctrico es un ejemplo de un sistema donde interactúan elementos hidráulicos, mecánicos y eléctricos. No discutiremos más sobre el tema general de sistemas fluidos, el cual podría incluir fluidos compresibles tales como gases y aire.

Un análisis exacto de sistemas hidráulicos no es usualmente factible por su naturaleza distribuida y el carácter no lineal de la resistencia al flujo. Para nuestro análisis dinámico, sin embargo, podemos obtener resultados satisfactorios debido al uso de elementos agrupados y linealizando los resultados no lineales de modelos matemáticos. Por otra parte el diseño de procesos químicos requiere un análisis más exacto donde los modelos estáticos son usados más que los dinámicos.

En más casos, los sistemas hidráulicos operan con las variables restantes cerca de un punto de operación específico. Generalmente estamos interesados en los modelos que involucran variables incrementales. Este hecho es particularmente útil porque tales modelos son usualmente lineales, aunque el modelo expresado en las variables finales podría ser no lineal.

##### 2.1.1. Variables

Ya que los sistemas hidráulicos involucran el flujo y la acumulación del líquido, las variables usadas a describir su comportamiento dinámico son:

$w$ , Velocidad del flujo en metros cúbicos por segundo.

$v$ , Volumen en metros cúbicos.

$h$ , Altura del líquido en metros.

$p$ , Presión en newton por metro cuadrado.

A menos que se indique lo contrario, una presión será la presión absoluta. Además, algunas veces encontraremos conveniente expresar las presiones en términos de presiones manométricas. Una presión manométrica, que se denota por  $p^*$ , se define como la diferencia entre la presión absoluta y la presión atmosférica  $p_a$ :

$$p^* * (t) = p(t) - p_a \quad (2.1)$$

Una diferencia de presión, denotado por  $\Delta p$ , es la diferencia entre las presiones en dos puntos.

### 2.1.2. Leyes de los Elementos

Los sistemas hidráulicos presentan tres características típicas que pueden ser aproximadas por este grupo de elementos: capacidad, resistencia de flujo, e inercia.

En esta sección discutiremos los dos primeros. La inercia, que representa la energía cinética de una corriente de fluido en movimiento, suele ser insignificante, y no la consideraremos. Una breve discusión de las bombas centrífugas que actúan como fuentes hidráulicas aparece al final de esta sección.

### 2.1.3. Capacitancia

Cuando líquido está almacenado en un recipiente abierto, existe una relación algebraica entre el volumen del líquido la presión de la base del recipiente. Si el área de la sección transversal del recipiente es dada por una función  $A(h)$ , donde  $h$  es la altura del nivel de líquido por encima del fondo del recipiente, el volumen líquido  $v$  es la integral del área desde la base del recipiente a la parte superior del líquido. Por lo tanto,

$$v = \int_0^h A\lambda d\lambda \quad (2.2)$$

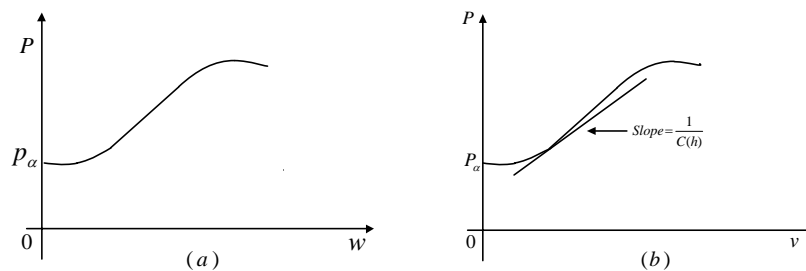
Donde  $\lambda$  es una variable ficticia de integración. Para un líquido de densidad  $\rho$  expresada en kilogramos por metro cúbico, la presión  $p$  absoluta y la altura del

líquido  $h$  están relacionadas por:

$$p = pgh + p_a \quad (2.3)$$

Donde  $g$  es la constante gravitacional  $9,807m/s^2$  y donde  $P_a$  es la presión atmosférica, que ha sido tomada como  $1,013 \times 10^5 N/m^2$

Las ecuaciones (1.2) y (1.3) implican que para cualquier geometría del recipiente, la densidad del líquido y la presión atmosférica, tienen una relación algebraica única entre la presión  $p$  y el volumen de líquido  $v$ . Una curva característica típica que describe esta relación se muestra en la figura.



Si la tangente para la curva presión vs volumen es dibujada en algún punto, como se muestra en la figura 1,1, entonces el recíproco de la pendiente es definido como la capacitancia hidráulica, expresada como  $C(h)$ .

### Ejemplo:

Considere un vaso formado por un cilindro circular de Radio  $R$  y Largo  $L$  que contiene un líquido de densidad  $p$  en unidades de kilogramo por metro cubico. Encuentre la capacitancia hidráulica del vaso cuando el cilindro es vertical, como se ve en la figura 2a. También evalúe la capacitancia cuando el cilindro esta sobre uno de sus lados, como se ve en la figura 2b.

### Solución

Para la configuración en la figura 1,2(a). El área de la sección transversal es  $\pi R^2$  y es independiente de la altura del líquido. Así que podemos usar (1.3), y la capacitancia hidráulica del recipiente es  $C_a = \pi \frac{R^2}{pg}$

Cuando el recipiente esta sobre uno de sus lados, como se muestra en la figura 2(b), el área de la sección transversal es una función de la altura del líquido  $h$ . Puede verificar que el ancho de la superficie del líquido es  $2\sqrt{(R^2 - (R - h)^2)}$  la cual es cero cuando  $h=0$  y  $h=2R$  y tiene el máximo valor de  $2R$  cuando  $h=R$ . usando (1.4), encontramos que la capacitancia es:

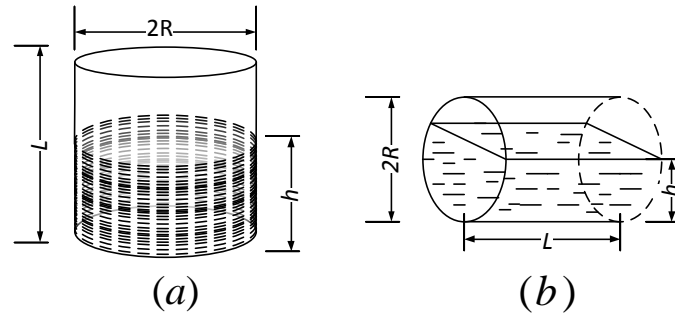


Fig. 2.1: Vaso cilíndrico. (a) Vertical. (b) Horizontal.

$$c_b = \frac{2L}{pg} \sqrt{R^2 - (R - h)^2} \quad (2.4)$$

Como se muestra en la figura 3.

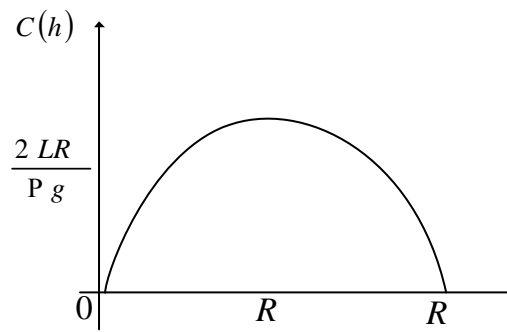


Fig. 2.2: Capacitancia del recipiente.

#### 2.1.4. Resistencia

Como liquido fluye a través de una tubería, allí hay poca presión del líquido a lo largo de la tubería. Del mismo modo ha poca presión si el líquido fluye a través de una válvula o en un orificio. En cambio la presión asociada con el flujo del líquido que resulta la disipación de energía y usualmente obedece a una relación algebraica no lineal entre la velocidad del flujo  $\omega$  la diferencia de presión  $\Delta p$ . El símbolo de la válvula se muestra en la figura (1.4). Esto también puede ser usado por otros elementos que disipan energía.

Un valor positivo de  $\omega$  indica que el líquido está fluyendo en la dirección de la flecha; un valor positivo de  $\Delta p$  (presión diferencial) indica que la presión en el punto marcado con + es más alta que la presión en el otro punto. La expresión.



$$w = k\sqrt{\Delta p} \quad (2.5)$$

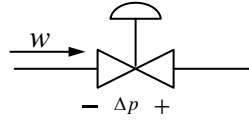


Fig. 2.3: símbolo de una válvula hidráulica.

Describe un orificio y una válvula y es una buena aproximación del flujo turbulento a través de las tuberías. Podemos tratar todas las situaciones de interés para nosotros, usando una ley de un elemento no lineal de la forma de (10). En esta ecuación,  $k$  es una constante que depende de las características de la tubería, válvula, u orificio. Una curva típica de la velocidad del flujo contra la presión diferencial como se muestra en la figura 1.5(a).

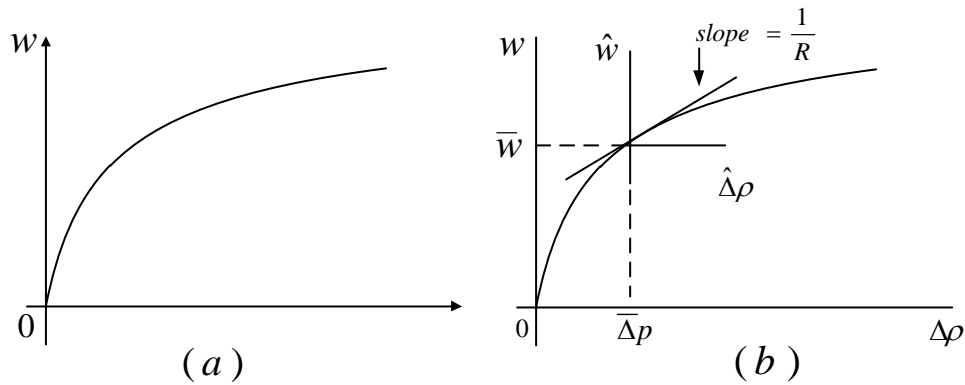


Fig. 2.4: (a) velocidad de flujo vs presión diferencial. (b) Interpretación de la resistencia hidráulica.

Ya que (10) es una relación no lineal, se debe linealizar alrededor un punto de operación a fin de desarrollar un modelo lineal de un sistema hidráulico. Si se dibuja la tangente a la curva de  $w$  versus  $\Delta p$  en el punto de operación, el recíproco de su pendiente es definido como la resistencia hidráulica  $R$ .

La figura 1.5 (b) ilustra la interpretación geométrica de la resistencia, la cual tiene unidades de newton-segundos por metro.

Expandiendo (10) en la serie de Taylor alrededor del punto de operación dado.

$$w = \bar{w} + \frac{dw}{d\Delta p} \downarrow -\Delta p(\Delta p - \Delta p - \dots) \quad (2.6)$$

La variable incremental  $\bar{w}$  y  $\overline{\Delta p}$  son definidos por:

$$\hat{w} = w - \bar{w} \quad (2.7)$$

$$\overline{\Delta p} = \Delta p - \overline{\Delta p} \quad (2.8)$$

Y el segundo y primer término en la expansión son descartados. Así el modelo incremental se convierte

$$\hat{w} = \frac{1}{R} - \overline{\Delta p} \quad (2.9)$$

Donde

$$\frac{1}{R} = \frac{dw}{d\Delta p} \downarrow \overline{\Delta p} \quad (2.10)$$

Podemos también expresar la resistencia  $R$  en términos de  $\overline{\Delta p}$  ó  $\bar{w}$  llevarlo a la diferenciación requerida usando (10). Específicamente,

$$\frac{1}{R} = \frac{d}{d\Delta p} (k\Delta p_{\frac{1}{2}}) : \overline{\Delta p} \quad (2.11)$$

Entonces

$$R = \frac{k}{2\sqrt{\Delta p}} \quad (2.12)$$

Para expresar la resistencia en términos de  $\bar{w}$ , se observa de (10) que

$$\bar{w} = k\sqrt{\Delta p} \quad (2.13)$$

Sustituyendo (1.12) en (1.13) dada la ecuación alternativa por resistencia hidráulica como.

$$R = \frac{1}{2\bar{w}k} \quad (2.14)$$

Ya que los líquidos típicamente fluyen a través de redes compuestas de tuberías, válvulas y orificios, con frecuencia se debe combinar varias relaciones de la forma de (10) en una sola expresión equivalente. Usamos los modelos linealizados en muchos de nuestros análisis de los sistemas hidráulicos, es importante desarrollar reglas para combinar las resistencias de elementos linealizados que estén en configuración serie y paralelo. En el siguiente ejemplo, considere la relación del flujo versus la presión diferencial y la resistencia equivalente para dos válvulas en serie. La situación del flujo paralelo es tratada en uno de los problemas al final del capítulo.

### Ejemplo:

En la figura 5. Se muestra una configuración en serie de dos válvulas a través de las cuales fluye un líquido con una velocidad  $w$  y a través del cual la presión diferencial es  $\Delta p$ , una válvula equivalente se muestra figura 6. Las dos válvulas son.

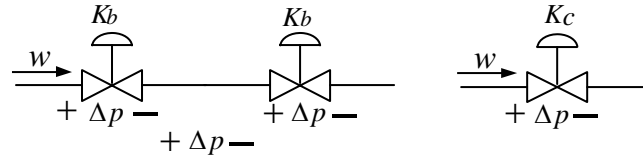


Fig. 2.5: Dos válvulas en serie (b). Válvula equivalente.

**Solución:**

Ya que las dos válvulas son conectadas en serie, tienen la misma velocidad de flujo  $\omega$ , y la presión diferencial total es  $\Delta p = \Delta p_a + \Delta p_b$ . Para determinar  $k_c$ , se escribe  $\Delta p$  en términos de  $\omega$  como:

$$\Delta p = \Delta p_a + \Delta p_b = \left( \frac{1}{k_a^2} + \frac{1}{k_b^2} \right) \omega^2 \quad (2.15)$$

Entonces al resolver para  $w$  en términos de  $\Delta p$ . Después de algunas manipulaciones, se encuentra que:

$$w = \left( \frac{k_a k_b}{\sqrt{k_a^2 + k_b^2}} \right) \quad (2.16)$$

Comparando (1.16) con (10) se ve que la válvula constante equivalente es

$$k_c = \frac{k_a k_b}{\sqrt{k_a^2 + k_b^2}} \quad (2.17)$$

Usando (1.15) para la resistencia de un modelo linealizado de una válvula equivalente. Se puede escribir:

$$R_c \frac{2\bar{\omega}}{k_c^2} = 2\bar{\omega} \left( \frac{1}{k_a^2} + \frac{1}{k_b^2} \right) \quad (2.18)$$

Sin embargo, para aplicar (1.15) a una válvula individual, vemos que estas resistencias son  $R_a = 2\bar{\omega}/k_a^2$  y  $R_b = 2\bar{\omega}/k_b^2$  respectivamente. Usando estas expresiones para  $R_a$  y  $R_b$ , se puede reescribir como:

$$R_c = R_a + R_b \quad (2.19)$$

La cual es idéntica al resultado para un circuito eléctrico lineal.

### 2.1.5. Fuentes

En la mayoría de los sistemas hidráulicos, la fuente de energía es una bomba que deriva su poder de un motor eléctrico. Consideraremos la bomba de tipo centrífuga moviéndose a velocidad constante, que es ampliamente utilizada en procesos químicos. La representación simbólica de una bomba se muestra en la Figura 2.7. Relaciones insumo - producto típicos para una bomba centrífuga siendo conducido a tres velocidades constantes diferentes se muestran en la figura 9. Curvas de la bomba de  $\Delta p$  versus  $\omega$ .

Se determinan experimentalmente en condiciones de estado estacionario y son bastante no lineal. Para incluir una bomba está impulsada a una velocidad constante en un modelo dinámico lineal, primero determinamos el punto de funcionamiento de la velocidad de la bomba en particular mediante el cálculo de los valores de  $p$  y  $\omega$ . Entonces nos encontramos con la pendiente de la tangente a la curva de la bomba en el punto de trabajo y definimos que sea  $-K$ , que tiene unidades de newton-segundo por metro. Habiendo Donde está, podemos expresar la diferencia de presión gradual  $p$  en términos de la tasa de flujo adicional  $\omega$  como:

$$\Delta p = -K\hat{\omega} \quad (2.20)$$

Donde la constante  $K$  es siempre positivo. La solución de la ecuación anterior para  $\omega$  produce:

$$\hat{\omega} = -\frac{1}{K}\widehat{\Delta p} \quad (2.21)$$

Figura 9 (b) Ilustra la relación de la aproximación linealizada a la curva de la bomba no lineal. Podemos escribir la expansión de la series de Taylor para una bomba accionada a una velocidad constante como:

$$\omega = \bar{\omega} + \frac{d\omega}{d\Delta p} \downarrow \frac{(\Delta p - \overline{\Delta p})}{\Delta p} + \dots \quad (2.22)$$

Donde el coeficiente  $\frac{d\omega}{d\Delta p} \downarrow \frac{1}{\Delta p}$  esta es la pendiente de la tangente a la curva de  $\omega$  versus  $\Delta p$ , medida en la operación punto, y tiene el valor  $-\frac{1}{K}$ . Para dejando caer los términos de la segunda y de orden superior en la expansión y el uso de las variables incrementales  $\omega$  frente  $\widehat{\Delta p}$ , obtenemos más la relación lineal de  $\hat{\omega} = -\frac{1}{K}\widehat{\Delta p}$ . La manera en cual una constante rápida de la bomba puede estar incorporada entre el modelo dinámico de un sistema hidráulico está ilustrado en el ejemplo 4 en la siguiente sección.

### 2.1.6. Modelos Dinamicos de Sistemas Hidraulicos

En esta sección, se aplican las leyes de los elementos presentados en la sección de sistemas hidráulicos se usan muchas técnicas de análisis desde el previo capitulo.

Vamos a desarrollar y analizar los modelos dinámicos para un solo recipiente con una válvula y una bomba. En cada caso, vamos a derivar el modelo no lineal y luego desarrollar y analizar un modelo linealizado.

### Ejemplo 3:

La Figura 10. Muestra un recipiente que recibe líquido a un caudal  $\omega_i(t)$  y pierde líquido a través de una válvula que obliga la no linealidad de relación flujo contra presión  $\omega_0 = k\sqrt{P_1 - P_a}$ . El área de la sección transversal es  $A$  y la densidad del líquido es  $\rho$ .

La derivada del modelo no lineal obliga para la presión absoluta  $\rho_1$  al fondo del recipiente. Luego desarrollar la versión linealizada que es válida en la vecindad de la operación punto, y encontrar la función de transferencia relacionado la transformación de la entrada incremental  $\omega_i(t)$  y la presión incremental  $\rho_1$ .

Teniendo desarrollado los modelos de sistemas en forma literal, determinar en forma numérica el punto de operación, la función de transferencia, y la respuesta a un aumento de función al paso del 10% en el caudal de entrada para los siguientes valores de parámetros:

$$\begin{aligned} A &= 2m^2 \\ \rho &= 1000 \frac{k}{m^3} \\ k &= 5,0 \times 10^{-5} \frac{m^4}{s} \times N^{\frac{1}{2}} \\ \bar{\omega}_i &= 6,0 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s} \end{aligned}$$

### Solución:

Tomando la presión  $p_1$  como la variable de estado, utilizamos  $p = \frac{1}{c} [w_{in}(t) - W_{out}(t)]$ , con  $C(h)$  sustituida por la constante.  $C = A/\rho g$ , a escribir

$$p = \frac{1}{c} [w_{in}(t) - W_{out}(t)] \quad (2.23)$$

Luego de reemplazar y sustituir las ecuaciones para el desarrollo del planteamiento del problema se encuentra el sistema de la función de transferencia  $H(s) = p_1(s)/w_i(s)$  es

$$H(s) = \frac{\frac{1}{C}}{s + \frac{1}{RC}} \quad (2.24)$$

Cual tiene un solo polo en  $S = -1/RC$ . Para el valor del parámetro especificado, el punto de operación dada se reduce a

$$P_1 = 1,013 \times 10^5 + \left( \frac{6,0 \times 10^{-3}}{5,0 \times 10^{-5}} \right)^2 = 1,157 \times 10^5 \frac{N}{m^2} \quad (2.25)$$

La altura nominal del líquido es

$$h = \frac{1,440 \times 10^4}{1000 \times 9,807} = 1,468m \quad (2.26)$$

El valor numérico de la resistencia hidráulica y capacitancia son, respectivamente,

$$R = \frac{2 \times 60 \times 10^{-3}}{(50 \times 10^{-5})^2} = 4,80 \times 10^6 N \times S/m^5 \quad (2.27)$$

$$C = \frac{20}{1000 \times 9,807} = 2,039 \times 10^{-4} m^5/N \quad (2.28)$$

Sustituyendo este valor de R y C entre la ecuación anterior de la función de transferencia, se puede obtener la forma numérica de la función de transferencia como

$$H(s) = \frac{4904}{s + 1,0216 \times 10^{-3}} \quad (2.29)$$

Si  $\omega_i(s)$  es originalmente igual a este valor nominal de  $\bar{w}_i = 6,0 \times 10^{-3} m^3/s$  y sufre un 10 % aumento paso a la función, luego  $w_i(t) = [0,60 \times 10^{-3}] U(t) \frac{m^3}{s}$  y  $w_i(s) = [0,60 \times 10^{-3}] \left(\frac{1}{s}\right)$ . Tenemos.

$$P_1(s) = \frac{4904 \times 0,60 \times 10^{-3}}{s(s + 1,0216 \times 10^{-3})} = \frac{2,942}{s(s + 1,0216 \times 10^{-3})} \quad (2.30)$$

Del teorema del valor final, el estado estacionario de  $p_1$  es  $p_1(s)$  evaluado en  $s=0$ , a saber

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_1(t) = \frac{2942}{1,0216 \times 10^{-3}} = 2880 N/m^2 \quad (2.31)$$

La constante de tiempo del modelo linealizado es  $\tau = RC$ , cual se convierte en

$$\tau = (4,80 \times 10^6) (2,039 \times 10^{-4}) = 978,7s \quad (2.32)$$

Que es un poco más de 16 minutos. Tenemos la respuesta que la presión incremental es

$$P_1 = 2888 (1 - e) \dots falta \dots \quad (2.33)$$

El cambio en el nivel incremental es  $p_1/p$ , cual se convierte en

$$h = 0,2937 (1 - e) \dots falta \dots \quad (2.34)$$

A obtener la respuesta de la presión del caudal y el nivel de líquido, nos limitamos a añadir los valores nominales  $p_1 = 1,157 \times 10^5 \frac{N}{m^2}$  y  $h = 1,468m$  de las variables

incrementales. Es interesante observar que a causa de la válvula no lineal, el aumento del 10 % en los resultados de la velocidad de flujo en un aumento del 20 % tanto en la presión manométrica  $p_1 - p_a$  y la altura  $h$ .

#### Ejemplo 4:

Encontrar el modelo linealizado del sistema hidráulico mostrado en la Figura 11 (a) que consiste en una bomba centrífuga de velocidad constante la alimentación de un recipiente desde el cual fluye líquido a través de una tubería y válvula de obedecer a la relación  $\omega_0 = k\sqrt{P_1 - P_a}$ . La característica de la bomba de la velocidad  $W$  de la bomba especificada se muestra en la figura 12.11 (b).

#### Solución:

La condición equilibrada para el sistema corresponde a

$$\omega_i = \omega_0 \quad (2.35)$$

Donde  $\omega_i$  y  $\Delta p = p_1 - p_a$  debe ser uno de los puntos de la curva de la bomba en la Figura 11 (b), y donde  $\omega_o$  obedece a la relación de flujo no lineal.

$$\omega_o = K\sqrt{\Delta p} \quad (2.36)$$

Para determinar el punto de trabajo, nos encontramos con la solución de  $\omega_i = \omega_o$  gráficamente trazando la característica de la válvula  $\omega_o = K\sqrt{\Delta p}$  en la curva de la bomba. Hacer esto dada la Figura 12 (a), en el que el punto de trabajo es la intersección de la curva de la válvula y la curva de la bomba, designado como punto A en la figura, una vez que hemos localizado el punto de operación, podemos trazar la tangente a la curva de la bomba como se muestra en la figura 12 (b) y determinar su pendiente  $-K$  gráficamente.

Después de esta etapa preliminar, podemos utilizar  $p_1 = \frac{1}{c}(\omega_i - \omega_o)$  para escribir el modelo desde el sistema como:

$$p_1 = \frac{1}{c}(\omega_i - \omega_o) \quad (2.37)$$

Donde, de  $\hat{\omega} = \frac{1}{R}\widehat{\Delta P}$ , el caudal aproximado a través de la válvula es

$$\omega_0 = \bar{\omega}_0 + \frac{1}{R}\widehat{\Delta p} \quad (2.38)$$

Y donde, de  $\hat{\omega} = -\frac{1}{K}\widehat{\Delta p}$ , el caudal aproximado a través de la bomba es

$$\omega_i = \bar{\omega}_i - \frac{1}{k}\widehat{\Delta p} \quad (2.39)$$

Sustituyendo las ecuaciones anteriores entre el modelo del sistema, usando  $p_1 = \widehat{p}_1$  y  $\omega_i = \omega_o$ , y nada que  $\widehat{\Delta p} = p_1$  porque  $p_a$  es constante, se encuentra el modelo incremental es

$$P_1 = \frac{1}{c} \left( -\frac{1}{k} - \frac{1}{R} \right) P_1 \quad (2.40)$$

Cual se puede escribir como homogéneo de primer orden de la ecuación diferencial.

$$P_1 + \frac{1}{c} \left( \frac{1}{k} + \frac{1}{R} \right) P_1 = 0 \quad (2.41)$$

La ecuación anterior indica que la magnitud de la pendiente de la curva sobre la bomba en el punto de operación está entre la ecuación exactamente igual como la resistencia asociada con la válvula.

Luego, si se evalúa la resistencia equivalente  $R_{eq}$  se acuerda

$$R_{eq} = \frac{RK}{R + K} \quad (2.42)$$

La cual fue derivada por un recipiente y una sola válvula, excepto por la ausencia de un caudal de entrada.

### Ejemplo 5:

Las válvulas en el sistema hidráulico se muestra en la Figura 13 obedece el flujo de presión con la relación  $\omega_1 = K_1\sqrt{p_1} - P_2$  y  $\omega_2 = K_2\sqrt{p_2} - P_a$ . La presión atmosférica es  $p_a$ , y las capacitancias de los tanques son  $C_1$  y  $C_2$ .

Encuentre las ecuaciones que determine el punto de operación, y muestra como la curva de bomba es usada entonces. Un modelo derivado linealizado que es válido sobre el punto de operación.

### Solución:

Porque la bomba y los dos tanques son en serie que equilibra las condiciones, se define el punto de operación para los tres caudales sean iguales  $\omega_p$ ,  $\omega_1$  y  $\omega_2$ .

Los caudales a través de dos válvulas son dados por

$$\omega_1 = K_1\sqrt{p_1} - P_2 \quad (2.43)$$

$$\omega_2 = K_2\sqrt{p_2} - P_a \quad (2.44)$$

El caudal  $\omega_p$  que pasa a través de la bomba y la presión diferencial  $\Delta p_1 = p_1 - p_a$  corresponde más a un punto sobre la curva de la bomba.



$$\omega_p = k_{eq} \sqrt{\Delta p_1} \quad (2.45)$$

Donde,

$$K_{eq} = \frac{K_1 K_2}{\sqrt{k_1^2 + (k_2)^2}} \quad (2.46)$$

Graficando la ecuación anterior sobre la curva de la bomba como se muestra en la Figura 12(a) siendo las válvulas de  $\Delta p_1$  y  $\omega_p$ , de la cual se puede encontrar otro valor nominal.

Con esta información, se puede desarrollar el modelo incremental. Usando  $p = \frac{1}{c(n)} [\omega_{in}(t) - \omega_{out}(t)]$ ,  $\omega = \frac{1}{R} \Delta p$ , y  $\omega = -\frac{1}{K} \Delta p$ , se puede escribir el par de ecuaciones diferenciales.

$$p_1 = \frac{1}{C_1} \left[ -\frac{1}{K} P_1 - \frac{1}{R_1} (P_1 - P_2) \right] \quad (2.47)$$

$$p_2 = \frac{1}{C_2} \left[ -\frac{1}{R_1} (P_1 - P_2) - \frac{1}{R_2} P_2 \right] \quad (2.48)$$

Donde las resistencias de las válvulas son dadas por  $R_1 = \frac{2\omega_1}{(k_1)^2}$  y  $R_2 = \frac{2\omega_2}{(k_2)^2}$ , y donde  $-K$  es la pendiente de la curva de la bomba en el punto de operación. Como se indica en las ecuaciones anteriores, el modelo incremental no tiene entrada y por lo tanto puede responder solo a una condición inicial que no sea cero, que es  $p_1(0)$  diferente de cero y/o  $p_2$  diferente de cero.

En la práctica, puede haber corrientes líquidas adicionales que entran ya sea buque, o la velocidad de la bomba puede ser cambiada. También es posible para cualquiera de las dos válvulas que se abren o se cierran ligeramente. Tal cambio modificaría la respectiva resistencia hidráulica.

En la ausencia de una entrada, se puede transformar la ecuación anterior a encontrar la transformada de Laplace de la respuesta cero de entrada. Haciendo esto, se encuentra que después se ve:

$$\left[ C_1 s + \left( \frac{1}{K} + \frac{1}{R_1} \right) \right] P_1(s) = \frac{1}{R_1} P_2(s) + C_1 P_1(0) \quad (2.49)$$

$$\left[ C_1 s + \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right] P_2(s) = \frac{1}{R_1} P_1(s) + C_2 P_2(0) \quad (2.50)$$

Se puede encontrar cualquiera de las dos presiones  $p_1$  o  $p_2$  para combinarlas en estas dos ecuaciones entre una singular transformada. La correspondiente transformada inversa producirá la respuesta de entrada cero en términos  $p_1$  y  $p_2$ . El denominador de cualquiera de las dos  $p_1$  y  $p_2$  estará la característica del polinomio del sistema, el cual, como se puede verificar, es:

$$s^2 + \left[ \frac{1}{C_2} \left( \frac{1}{K} + \frac{1}{R_1} \right) + \frac{1}{C_2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right] s + \frac{1}{C_1 C_2} \left( \frac{1}{K R_1} + \frac{1}{K R_2} + \frac{1}{R_1 R_2} \right) \quad (2.51)$$

## 2.2. Modelamiento

$$A \frac{dh(t)}{dt} = q_i - q_o \quad (2.52)$$

Teniendo en cuenta que

$$q_o = \frac{h}{R} \quad (2.53)$$

Ya que el nivel del tanque es la variable monitoreada se convierte en derivable. Se reemplaza (1) en (2)

$$A \frac{dh(t)}{dt} = q_i - \frac{h}{R} \quad (2.54)$$

Se tiene en cuenta que  $h$ ,  $Q_{in}$  son variables dependientes de  $(t)$

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{q_i - \frac{h}{R}}{A} \quad (2.55)$$

Separando variables derivables y no derivables

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{Rq_i - h}{AR} \quad (2.56)$$

Evaluyendo en estado estable,  $t = 0$

$$\frac{\overline{dh(0)}}{dt} = \frac{R\overline{q_i(0)} - \overline{h(0)}}{AR} \quad (2.57)$$

Operando (resta) (4)-(5) de las variables

$$ARd \left[ \frac{h(t) - \overline{h(0)}}{dt} \right] = R \left[ q_i(t) - \overline{q_i(0)} \right] - \left[ h(t) - \overline{h(0)} \right] \quad (2.58)$$

Realizando cambio de variable

$$Q_{in} = q_i(t) - \overline{q_i(0)} \quad (2.59)$$

$$H = h(t) - \overline{h(0)} \quad (2.60)$$

$$A \frac{RdH}{dt} = RQ_{in}(t) - H(t) \quad (2.61)$$

Se separan las variables de nivel a un lado de la ecuación

$$A \frac{RdH}{dt} + H(t) = RQ_{in}(t) \quad (2.62)$$

Realizando segundo cambio de variable en la ecuación 7

$$\begin{aligned}\tau &= AR \\ K &= R\end{aligned}$$

$$\frac{\tau dH}{dt} + H(t) = KQ_{in}(t) \quad (2.63)$$

Se aplica transformada de Laplace para derivada de primer orden en la ecuación 8

$$\tau sH(s) + H(s) = kQ_{in}(s) \quad (2.64)$$

Se factorizan terminos de altura  $H$

$$H(s) [\tau s + 1] = kQ_{in}(s) \quad (2.65)$$

$H(s)$  equivale a la salida del sistema y  $Q_{in}(s)$  a la entrada ya que el modelo de función de transferencia es  $G = out/in$ , se tiene que

$$\frac{H(s)}{Q_{in}(s)} = \frac{k}{\tau s + 1} \quad (2.66)$$

(Modelo de función de transferencia de primer orden)

Para realizar el modelo específico del tanque, es necesario realizar el cambio de variable inverso a la ecuación (8) aplicando la ecuación (11)

$$\frac{H(s)}{Q_{in}(s)} = \frac{R}{AR + 1} \quad (2.67)$$

## 2.3. Linealización

Un sistema no lineal se define siempre y cuando no se aplique el principio de superposición, es decir, la respuesta a dos entradas no puede calcularse tomando cada una de ellas independientemente y luego sumarlas, debido a esto se usa la linealización.

La linealización es un método matemático por el cual se aproxima un sistema no lineal a uno más sencillo de analizar con una solución general del comportamiento del proceso y alrededor de un punto de operación cualquiera  $(x_s, u_s)$ .

Así pues, una función lineal es una aproximación de la función original, que se representa trazando una línea tangente al punto de operación, que se puede interpretar con la siguiente figura:

De este modo, la función linealizada solo es válida en el interior de la región representada por el círculo alrededor del punto negro en la figura 2.

$$\begin{aligned} f(x, u) &= 0 \\ f(x_s, u_s) &= 0 \\ f(x, u) &= f(x_s, u_s) + \frac{\partial f}{\partial x}(x - x_s) + \frac{\partial f}{\partial u}(u - u_s) + \dots \\ \frac{\partial f}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial f}{\partial u}\Delta u &= 0 \end{aligned}$$

### 2.3.1. Características sistemas linealizados

1. La ecuación linealizada no es única, depende del punto alrededor del cual se haya linealizado.
2. Las variables de la ecuación linealizada están dadas por incrementos con referencia al punto de operación.
3. Es más sencillo linealizar las ecuaciones término a término.
4. Diferencias de comportamiento entre el modelo linealizado y el real
5. Forma de la función a linealizar.
6. Las diferencias aumentan al alejarse del punto de equilibrio

### 2.3.2. Serie de Taylor

Para linealizar un sistema existen varios métodos tales como logaritmación, cambio de variable, series de Taylor y mínimos cuadrados, sin embargo uno muy común y el cual se utilizara en este caso son las series de Taylor, que se expresan como una suma infinita de los términos de una función.

Una función infinitamente derivable en un intervalo puede representarse como un polinomio a partir de sus derivadas evaluadas en un punto “a” de dicho intervalo.

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} f^n(a) \frac{(x-a)^n}{n!}$$

### Ejemplo 1:

$$f^0(x) = f(x) = e^x$$

1. Definir las derivadas de la función.

$$\begin{aligned} f^1(x) &= f'(x) = e^x \\ f^2(x) &= f''(x) = e^x \\ f^3(x) &= f'''(x) = e^x \end{aligned}$$

2. Definir un punto de operación “a”.

$$a=0$$

3. Definir los valores para “n” desde 0 hasta 3, hay que tener en cuenta que “n” puede llegar a valer  $\infty$ , sin embargo, entre mayor sea, más pequeño es el valor del término y por tanto es despreciable para el resultado final de la ecuación. El valor de “n” también depende del número de derivaciones que pueda llegar a tener una ecuación determinada.

$$n=0$$

$$\begin{aligned} f^0(0) \frac{(x-0)^0}{0!} &= f^0(0) \frac{1}{1} = f^0(0) \\ f^0(0) &= f(0) = e^0 = 1 \\ &\text{Primer término de la serie} \end{aligned}$$

$$n=1$$

$$\begin{aligned} f^1(0) \frac{(x-0)^1}{1!} &= f^1(0) \frac{x}{1} = x \cdot f^1(0) \\ x \cdot f^1(0) &= x \cdot f'(0) = x \cdot e^0 = x \\ &\text{Segundo término de la serie} \end{aligned}$$

$$n=2$$

$$\begin{aligned} f^2(0) \frac{(x-0)^2}{2!} &= f^2(0) \frac{x^2}{2} = \frac{x^2 \cdot f^2(0)}{2} \\ \frac{x^2 \cdot f^2(0)}{2} &= \frac{x^2 \cdot f''(0)}{2} = \frac{x^2}{2} \cdot e^0 = \frac{x^2}{2} \\ &\text{Tercer término de la serie} \end{aligned}$$

$$n=3$$

$$f^3(0) \frac{(x-0)^3}{3!} = f^3(0) \frac{x^3}{6} = \frac{x^3 \cdot f^2(0)}{6}$$

$$\frac{x^3 \cdot f^3(0)}{6} = \frac{x^3 \cdot f'''(0)}{6} = \frac{x^3}{6} \cdot e^0 = \frac{x^3}{6}$$

*Cuarto término de la serie*

4. La serie de Taylor para  $f(x) = e^x$  es:

$$1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots$$

### Ejemplo 2:

Considere el siguiente sistema:

Variables de desviación

$$\Delta h = h - h_0$$

$$\Delta q = q - q_0$$

$$A \frac{dh}{dt} - q + k\sqrt{h} = 0$$

## **2.4. Identificación**

## 2.5. Control

### 2.5.1. Uso de SISOTOOL Para diseño de controles

Sisotool es una poderosa herramienta de MATLAB que facilita en gran medida el diseño de controles. En sisotool se trabaja de forma gráfica, usando el método del LGR (lugar geométrico de las raíces). Sisotool puede mostrar en tiempo real las variaciones de la respuesta del sistema generadas por los cambios que el usuario realice en el LGR, y es esto lo que lo hace tan práctico para el diseño de controles. Para ejecutar sisotool basta con llamarlo desde la línea de comando de MATLAB escribiendo *"sisotool"*.

Lo primero que se debe hacer antes de empezar a utilizar sisotool es definir la planta a controlar. Para esto se debe tener un modelo de la planta, es decir su función de transferencia. Si no se tiene el modelo de la planta es imposible utilizar sisotool para el diseño de un controlador para esta.

Una vez se tiene el modelo de la planta se procede a realizar su definición en MATLAB. Esta se hace con la función *"tf"*. Por ejemplo, digamos que vamos a definir la siguiente planta:

Primero debemos definir un vector con los coeficientes del numerador y otro con los coeficientes del denominador. Los vectores deben empezar por el coeficiente que multiplica a  $s$  con mayor exponente hasta llegar al coeficiente que multiplica a  $s$  con potencia cero, es decir el que no multiplica a ningún  $s$ . Si al polinomio de  $s$  le hace falta alguna potencia de  $s$  quiere decir que el coeficiente para esa potencia de  $s$  es igual a cero, por ejemplo; el vector de coeficientes para el polinomio  $s^4 + 2s^2 + s$  debe ser  $[10210]$ . Entonces la definición de la planta mencionada quedaría como sigue:

$$\begin{aligned} num &= [1]; \\ den &= [0,035690,14491]; \\ G &= tf(num, den); \end{aligned}$$

Al ejecutar estos comandos se crea en el Workspace de Matlab una función de transferencia de la planta con el nombre *"G"*, Por que  $G$  fue el nombre que le dimos al ejecutar la función *"tf"*. Ahora se procede a ejecutar *sisotool*, si no se había realizado con anterioridad. Ejecutamos *"sisotool"* en la línea de comandos de MATLAB y se abren dos ventanas. Una se llama *Control and Estimation Tool Manager* y la otra *SISO design for SISO Design Task*. A continuación se muestran imágenes de las ventanas emergentes. Si no se abren ventanas parecidas a estas, probablemente estés utilizando una versión antigua de *Sisotool*.

En *Control and Estimation Tool Manager* se escoge la arquitectura de control a utilizar. En la pestaña *Architecture*, al dar clic en el botón *Control Architecture* se despliega una ventana que muestra una lista de las arquitecturas disponibles.



Para este ejemplo se ha seleccionado la primera de la lista, que se muestra en la imagen a continuación.

Después de seleccionar la arquitectura, se importa la función de transferencia de  $G(s)$  desde la ventana "*SISO Desing for SISO Desing Task*", con la opción "*importar*" del menú "*File*". AL dar clic en "*importar*" Se despliega una ventana en donde se muestra una lista de los sistemas de la arquitectura seleccionada, en este caso  $G$ ,  $H$ ,  $C$  y  $F$  que por defecto tienen el valor de "1". La imagen de esta ventana se muestra a continuación.

Se selecciona " $G$ " que corresponde a la planta y se presiona "*Browser*". Entonces aparece otra ventana que muestra una lista de las funciones de transferencia que se encuentran en el *WorkSpace* y en donde debe estar la función " $G$ " definida anteriormente y que corresponde a nuestra planta. La imagen de la nueva ventana es la que sigue.

Ahora se selecciona nuestra planta es decir " $G$ " se presiona "*import*", se cierra esta ventana y por último se presiona "*OK*" en la ventana anterior. Habiendo hecho esto, las gráficas de la ventana "*SISO design for SISO Design Task*" se debieron modificar, esta ventana debió quedar como la siguiente imagen. Bueno si es que importaron la misma planta de este ejemplo.

La gráfica en la parte superior izquierda de esta ventana es la gráfica del  $LGR$ . las líneas azules de esta gráfica es el  $LGR$  y los puntos rosados representan la posición actual de los polos del sistema a lazo cerrado. En la arquitectura que se escogió y en general  $C$  es el compensador, y es este sobre el que se enfoca el diseño. Es decir necesitamos encontrar un compensador que haga que el sistema funcione como se desea.

Entonces ¿Como se desea que funcione el sistema? pues eso solo lo sabe el que quiere diseñar el control. Para este ejemplo lo que vamos a hacer es mejorar la respuesta transitoria del sistema, es decir la respuesta del sistema a un escalón. En primer lugar debemos conocer la respuesta del sistema a lazo abierto, es decir de nuestra planta. Para esto utilizamos la herramienta "*Response to step command*" de *sisotool* que se encuentra en el menú "*Analysis*" de la ventana "*SISO design for SISO Design Task*". Al ejecutar esto se abre una ventana en la que aparecen dos gráficas. Esta ventana es la que se muestra mas abajo.

La gráfica de color Azul es la respuesta del sistema a lazo cerrado y la la gráfica de color verde es la señal de salida del compensador. Para ver la respuesta de la planta se da un clic derecho sobre la gráfica, se selecciona "*Systems*" y después "*PlantG*". Así como se muestra en la imagen a continuación.

Entonces aparece una tercera gráfica, de color azul pero con una línea disconti-

nua. Esta es la respuesta transitoria de nuestra planta. y nos sirve como referencia para determinar si la respuesta transitoria del sistema a lazo cerrado ha mejorado o no.

Ahora regresamos a la ventana de trabajo, la ventana en donde aparece el *LGR*. Los puntos rosados en el *LGR* vuelvo a repetir por si ya se nos había olvidado, representan la posición actual de los polos del sistema a lazo cerrado. Estos puntos solo pueden estar sobre la linea de color azul es decir sobre el *LGR*. Por lo que si se desea poner los polos en una determinada posición, el *LGR* debe pasar por ahí. Esto es muy importante ahora veremos por que.

De todo esto surge la pregunta, ¿En donde debo poner los polos para obtener la respuesta deseada?. Pues bien para responder a esto Sisotool ofrece la posibilidad de incluir unos requerimientos de diseño en la gráfica del *LGR*. Esto quiero decir que al especificar los requerimientos del diseño, sisotool traza una gráfica sobre el *LGR* que proporciona una idea de donde deben estar los polos para que el sistema funcione como se desea. Con esto surge otra pregunta. ¿Que polos deben estar en los puntos que me indica Sisotool? pues deben ser los polos dominantes.

Los polos dominantes son aquellos que más intervienen en la respuesta de un sistema. Aunque la respuesta de un sistema no está completamente determinada por los polos dominantes, puede hallarse una muy buena aproximación de esta hallando la respuesta solo a partir de la contribución de estos polos. Como regla general se toman como polos dominantes aquellos que están más cerca al origen, pues son los que más influyen en la respuesta.

Bien ahora agreguemos los requerimientos del diseño. Para este ejemplo vamos a agregar dos requerimientos de diseño. el tiempo de asentamiento o "*Settling time*" y el porcentaje de sobrepaso o "*Percent Overshoot*". Para agregar un nuevo requerimiento de diseño se da un clic derecho sobre la gráfica del *LGR* y se selecciona "*Design Requirements*" y luego "*New*". Así como se muestra en la imagen de abajo.

Los requerimientos que se van a agregar son:

$$\begin{aligned}\text{Settling time} &= 0.75 \\ \text{Percent Overshoot} &= 5\end{aligned}$$

Despues de agregar estos requerimientos de diseño la gráfica del *LGR* queda como sigue:

Al agregar el "*Settling time*" se dibuja una línea vertical y al agregar el "*Percent Overshoot*" se dibujan dos líneas simétricas sobre el eje real que parten desde el origen con un determinado Angulo y que interceptan la línea dibujada por el "*Settling time*". Entonces para que se cumplan los requerimientos del diseño los polos dominantes del sistema se deben encontrar en estos puntos de intersección o muy cerca

de ellos. Pero ¿Como muevo los polos hacia estos puntos si la linea del *LGR* no pasa por ahí?. Bueno aquí viene lo complicado del proceso de diseño.

El proceso de diseño del compensador mediante el método LGR consiste en agregar polos o ceros al compensador para modificar el *LGR* de tal forma que este pase por los puntos determinados en donde deben estar los polos dominantes para obtener la respuesta deseada. Después de que esto se consigue, se arrastran los polos hasta estos puntos, y entonces la gráfica de la respuesta del sistema debe coincidir con la respuesta deseada. Pero puede que esto no ocurra, y seguramente se debe a que los polos que se ubican en estos puntos no son los dominantes.

Para poder predecir los cambios que sufre el *LGR* al agregar un polo o un cero se debe tener un buen conocimiento de la forma en que se dibuja el *LGR*. Si no posee este conocimiento se recomienda leer las secciones 6,1, 6,2 y 6,3 del capítulo 6 del libro *Ingeniería de Control Moderna de Ogata*.

Las opciones para agregar o quitar polos o ceros están donde indica la imagen de abajo.

Ahora si, podemos empezar con el diseño. Para poder correr los polos hacia la izquierda agregamos un cero en el eje real. movemos este cero hasta que el *LGR* pase por los puntos indicados y arrastramos los polos hasta estos puntos. Después de hacer esto la gráfica del *LGR* ha debido de que dar como sigue.

Y la gráfica de la respuesta del sistema que se muestra con la linea azul continua ha debido quedar como sigue.

En esta imagen se puede apreciar que efectivamente el tiempo de asentamiento de la respuesta del sistema a lazo cerrado ahora se encuentra alrededor de 0,75 segundos. aunque no es tan claro que se halla cumplido con el requerimiento del porcentaje de sobrepaso. Como se dijo antes al especificar los requerimientos del diseño, *sisotool* traza una gráfica sobre el *LGR* que proporciona una idea de donde deben estar los polos para que el sistema funcione como se desea. Es decir solo da una aproximación.

Bueno, seguimos con el diseño. Se logra cumplir con el requerimiento de tiempo de asentamiento pero se genera otro problema y es el gran error en estado estacionario que posee ahora el sistema a lazo cerrado. La salida debe asentarse en un valor de 1 pero lo está haciendo en un valor aproximadamente de 0,45. Ahora para corregir el error en estado estacionario se agrega un integrador, es decir un polo en el origen. El *LGR* queda como sigue.

Y la gráfica de la respuesta del sistema así.

Tal como se ve, ahora no hay error en estado estacionario pero todo lo demás está

peor. Y la gráfica del  $LGR$  se modifico totalmente. Pero no hay que preocuparse, la gráfica del  $LGR$  puede restablecerse a una forma muy parecida a la anterior agregando un cero en el eje real entre el cero que se había agregado antes y el polo en el origen que se agregó ahora. Ya que esto obliga a que la parte del  $LGR$  que empieza desde el polo en el origen llegue solo hasta el nuevo cero que se agregó. haciendo esto que los polos complejos conjugados que existían originalmente vuelvan a interactuar de la misma forma que antes con el primer cero que se agregó. Al agregar el nuevo cero el  $LGR$  queda así:

Como ahora el polo que esta mas cerca al origen fue el que se agregó. Ya los otros dos polos complejos conjugados no son los dominantes, por lo que las gráficas de los requerimientos de diseño ya no nos ayudan mucho.

Como regla general un sistema es mas estable entre más alejados del origen se encuentren sus polos. Así que corramos los polos a la izquierda para ver el resultado.

Mientras movemos los polos hacia la izquierda llega un punto en el que se obtiene la siguiente gráfica de la respuesta del sistema.

Como se puede ver, esta respuesta es bastante mejor de lo que teníamos planeado diseñar. pero también pueden ocurrir casos en los que no logramos llegar siquiera a los objetivos planteados inicialmente. Si se siguen moviendo los polos a la izquierda la respuesta seguirá mejorando, pero cuando hacemos eso estamos aumentando la ganancia del compensador, y no se podrá implementar un compensador que tenga una ganancia muy elevada.

Para ver como quedó la función de transferencia del compensador se selecciona la opción *Edit Compensator* del menú *designs* que aparece en la siguiente imagen.

Y se abre una ventana donde se muestra la ecuación del compensador que se debe utilizar para conseguir la respuesta a la que se ha llegado. Tal como en la siguiente imagen.

## Apéndice A

### Tarjetas de circuitos impresos

#### A.1. Historia

El inventor de los circuitos impresos fue el ingeniero austriaco Paul Eisler (1907-1995) que fabrico el primer circuito impreso alrededor de 1936 como parte de un radio, alrededor de 1943 los estadounidenses iniciaron el uso de esta tecnología para la fabricación de radios usados en la segunda guerra mundial, en 1948 se hizo la liberación de la invención tecnológica para que tuviese fines comerciales, pero su mayor impacto fue su fabricación en serie y el proceso de auto-montaje que fue desarrollado por la armada de los estados unidos en 1950.. Cuando las tarjetas fueron desarrolladas cada componente electrónico tenía pines de cobre o latón de varios milímetros de longitud, y el circuito impreso tenía orificios taladrados para cada pin del componente. Los pines de los componentes atravesaban los orificios y eran soldados a las pistas del circuito impreso. Este método de ensamblaje es llamado through-hole. En 1949, Moe Abramson y Stanilus F. Danko, de la armada de los estados Unidos desarrollaron el proceso de autoensamblaje, en donde las pines de los componentes eran insertadas en una lámina de cobre con el patrón de interconexión, y luego eran soldadas.

#### A.2. Definición

Una tarjeta de circuito impreso es una superficie conformada por una base de material no conductor y unas pistas o caminos de interconexión de material conductor, estas tarjetas son usadas para interconectar y sostener elementos electrónicos y mecánicos. Los caminos o pistas son generalmente de cobre muestras que la base se fabrica de diferentes resinas de fibra de vidrio.

## A.3. Normatividad para la construcción de tarjetas de circuitos impresos

### A.3.1. UNE 20-621-84/3

Esta norma define los espesores de material aislante para las placas que poseen una o más capas.

0.2, 0.5, 0.7, 0.8, 1.0, 1.2, 1.5, 1.6, 2.0, 2.4, 3.2, 6.4 mm

Las placas que comúnmente se usan para tarjetas de una y dos caras conductoras son las de 2mm, mientras que para las tarjetas multicapas el espesor depende del número de capas que tenga y de las hojas de unión entre la misma, los espesores más comunes para tarjetas multicapas son 18, 35, 70 ó 105  $\mu\text{m}$ .

En esta misma norma se menciona la forma de interconectar los componentes a las capas conductoras, estas interconexiones pueden ser de diferentes tipos como lo son:

1. Agujeros sin metalizar con nudos.
2. Agujeros metalizados con nudos.
3. Agujeros metalizados sin nudos
4. Nudos sin agujeros (montajes superficiales)

El diámetro de los agujeros depende del componente a usar, pero en esta norma se indican los diámetros y la tolerancia de los distintos tipos de agujeros.

Esta misma norma también define en uno de sus capítulos el tamaño de las pistas conductoras pues es dependiente de la corriente eléctrica que va a circular por esta. Las siguientes graficas presentan las resistencias de las pistas de cobre para diversos espesores de conductores en función de la anchura de la pista

El ancho de la pista se calcula según las especificaciones de corriente que valla a manejar la tarjeta y teniendo en cuenta la siguiente formula:

$$Ancho = \frac{Area}{L * 1,378} \quad (A.1)$$

### A.3.2. UNE 20-55-2753

Esta norma define el tamaño del nudo de soldadura el cual es dependiente del diámetro del agujero y su forma, a continuación se muestra la Tabla nominal de nudos y agujeros.

Agujeros no metalizados		Agujeros metalizados	
Ø nominal del agujero (mm)	Tolerancia (mm)	Ø nominal (mm)	Ø mínimo (mm)
0,4	$\pm 0,05$	0,4	0,35
0,5		0,5	0,45
0,6		0,6	0,55
0,8		0,8	0,75
0,9		0,9	0,85
1,0	$\pm 0,1$	1,0	0,9
1,3		1,3	1,2
1,6		1,6	1,5
2,0		2,0	1,9

Fig. A.1: Tipos de agujeros

## A.4. Pautas básicas para la construcción de circuitos impresos

1. Hacer el diseño lo mas sencillo posible, cuanto mas cortas las pistas y mejor sea la distribución de los componentes el resultado será mejor.
2. Realizar el diseño en una hoja cuadriculada de una décima de pulga, y hacer coincidir las pistas conductoras con las líneas de la cuadrícula o hacerlas mismas con Angulo de 45 grados
3. Cuando se necesite una curva no deben emplearse ángulos de 90 grados, sino angulos de 135 grados.
4. Para realizar bifurcaciones en una pista conductora, se contemplara realizar triángulos suavizados.
5. Para conocer el ancho de la pista se debe tener en cuenta el flujo de corriente eléctrica que circulara por la misma.
  - a) 1 mm pueden soportar hasta un amperio (1A) de intensidad de corriente
  - b) 4.5 mm pueden soportar hasta 10 amperios (10A) de flujo de intensidad de corriente.
  - c) Las pistas más comunes son las de 2 mm que pueden soportar un promedio de dos amperios (2A) y dependiendo del aspersor podrá 0soportar hasta cinco amperios (5A).

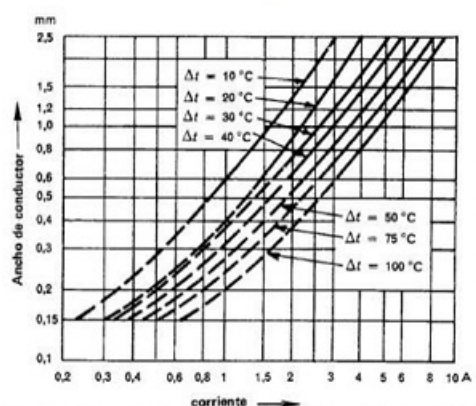
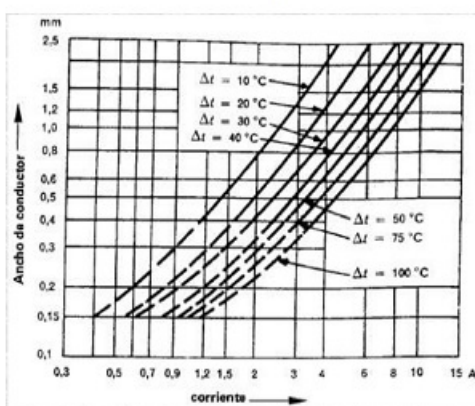
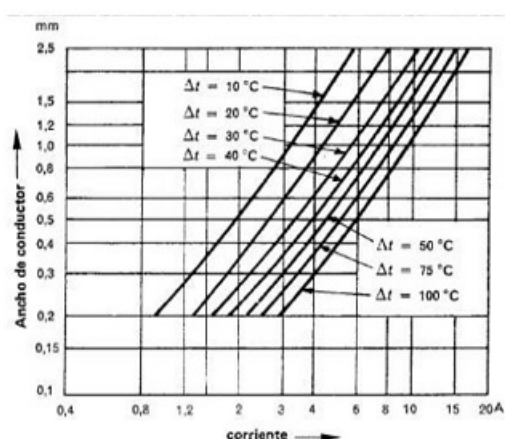
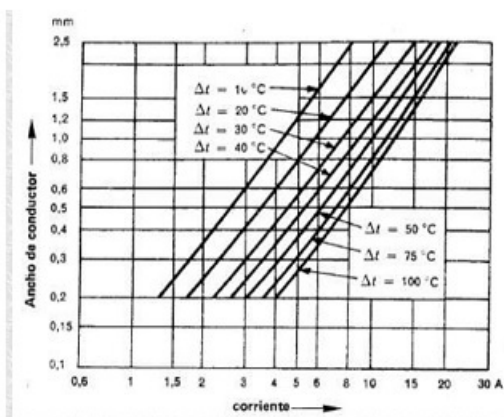
Pista Conductora de 18  $\mu\text{m}$ Pista Conductora de 35  $\mu\text{m}$ Pista Conductora de 70  $\mu\text{m}$ Pista Conductora de 105  $\mu\text{m}$ 

Fig. A.2: Pistas conductoras

6. La separación entre pistas maneja un estar de 0.8mm pero en diseños complejos se podrá usar una distancia de 0.4mm. cuando se calcule la distancia entre pistas se considerara la tensión eléctrica que habrá entre ellas. La distancia entre bordes y pistas será de aproximadamente 5mm
7. Todos los componentes se pondrán en paralelos a la a los bordes y no se pondrán pistas entre los bordes de la placa
  - a) No se pondrán pistas entre dos terminales del cuerpo y componentes activos.
  - b) Se debe dejar una décima de pulgada entre el cuerpo del componente y el punto de soldadura correspondiendo en el orificio de la placa.
8. En algunas placas de circuitos impresos se pueden usar componentes de tipo SMT que son tarjetas de circuitos impresos pequeñas que se conectan a una



$\varnothing$ nominal del agujero (mm)	$\varnothing$ mínimo del nodo (mm)
0,6	1,8
0,8	2,3
1,0	2,5
1,3	2,8
1,6	3,1
2,0	3,5

Fig. A.3: Tamaño de nudos

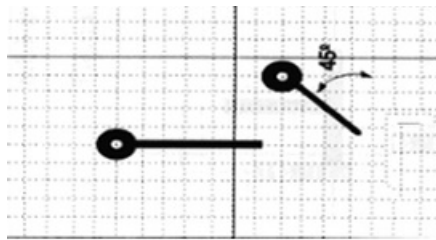


Fig. A.4: Diseño de pistas

tarjeta mayor, existen 4 tipos las cuales son:

- a) LLC
- b) SIMM
- c) DIPM
- d) SIP

## A.5. Disposición De Componentes

Para la disposición de los componentes se debe tener en cuenta que hay dos tipos los cuales son:

1. Componentes de inserción (TDH). En estos componentes se insertan los terminales en los nodos de la placa para posterior soldadura.
2. • Componentes de montaje superficial (SMD). Son usados para montajes de alta densidad de componentes

De acuerdo al tipo de componente y al tipo de rejillas o agujeros que posea la placa se podrán usar dos tipos de Montaje horizontal o vertical, el montaje que se seleccione podrá proporcionar mayor comodidad a la hora de interconectar y soldar todos los componentes.



Fig. A.5: Angulos para el diseño de pistas

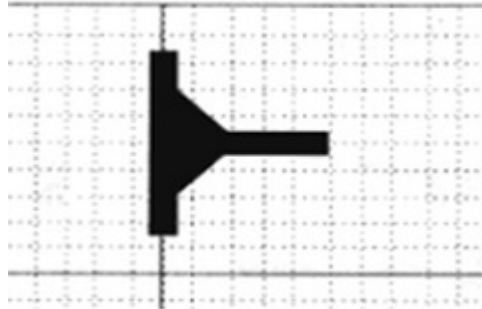


Fig. A.6: Diseño de bifurcaciones entre pistas

1. Montaje Vertical
2. Montaje Horizontal

Una de las prácticas más recomendadas es la separación de componentes analógicos de los digitales para evitar problemas de tamaño, vibración y resonancia entre los mismo por esta razón se recomienda usar clips de fijación,

Para la disposición de los componentes en la placa, estos deben ser fijados de forma paralela a los ejes X y Y, pues se debe permitir la identificación de su código, nomenclatura, valor, etc.

## A.6. Diseño de Pistas

En todos los circuitos de alimentación están presentes los componentes RLC y sus corrientes y tensiones parasitas que tienden a desestabilizar la alimentación del circuito.

Cuando el circuito se comporta de forma inestable se dice que hay bucles de corriente (corriente de retorno) , para mediar esto y que el circuito de alimentación no se comporte de forma tan inestable es muy importante que el camino de o trazado de retorno sea directo

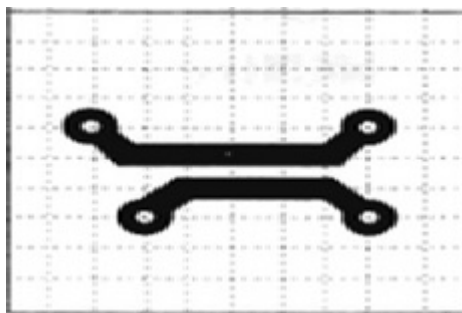


Fig. A.7: Separación entre pistas

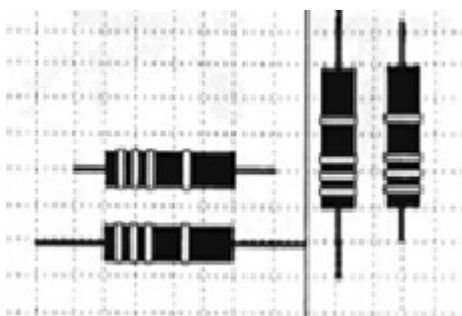


Fig. A.8: Separación entre componentes y pistas

componentes análogos de los digitales pues se deben usar dos pistas de masa o tierra totalmente independientes para cada circuito,

Se debe tratar de que el trazado de pistas cubra al menos el 50 por ciento de la superficie total de la placa e interconecte todos los componentes necesarios para el correcto funcionamiento.

## A.7. Composición química

El atacado químico es el proceso por el cual pasa el diseño de las pistas y componentes a la placa, este se puede producir mediante cloruro férrico ( $\text{Cl}_3\text{Fe}$ ) o ácido clorhídrico ( $\text{ClH}$ ) y agua oxigenada ( $\text{H}_2\text{O}_2$ ). Este atacado responde a las siguientes reacciones:

El cloruro férrico se puede adquirir en el mercado especializado en componentes electrónicos, se presenta ya diluido o en forma de sólido granulado. El ácido clorhídrico y el agua oxigenada se pueden adquirir en diversos comercios y la proporción para la mezcla que realizaremos cada vez que lo vayamos a utilizar (no es reutilizable como el cloruro férrico) es la siguiente:

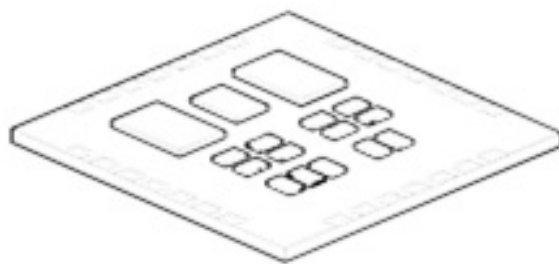


Fig. A.9: Placas de circuitos impresos LLC

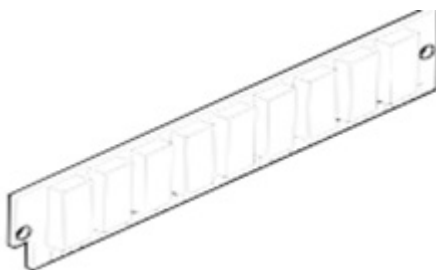


Fig. A.10: Placas de circuitos impresos SIMM

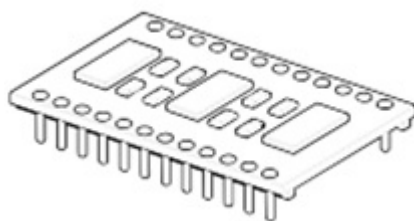


Fig. A.11: Placas de circuitos impresos DIP

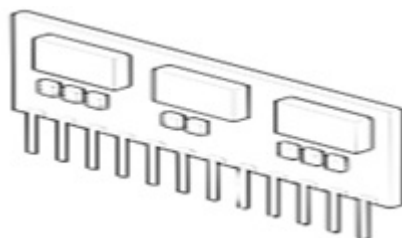


Fig. A.12: Placas de circuitos impresos SIP

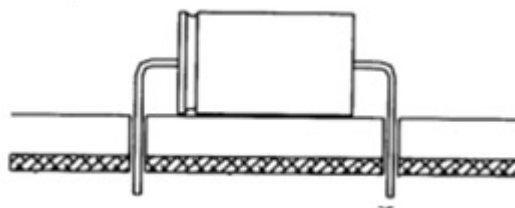


Fig. A.13: Componentes en montaje de insercion

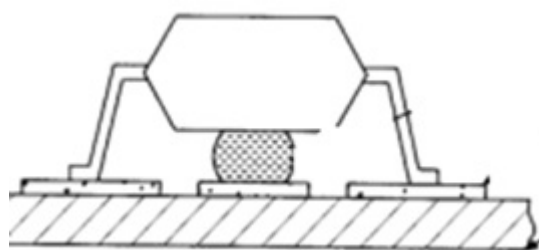


Fig. A.14: Componentes en montaje superficial

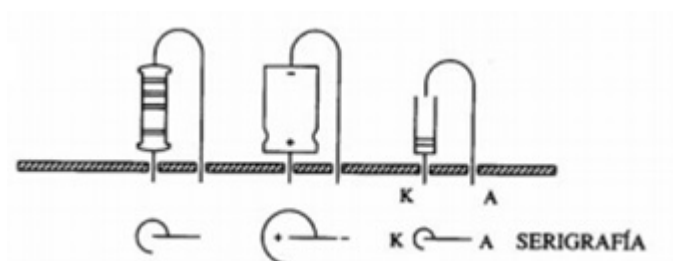


Fig. A.15: Componentes en montaje vertical

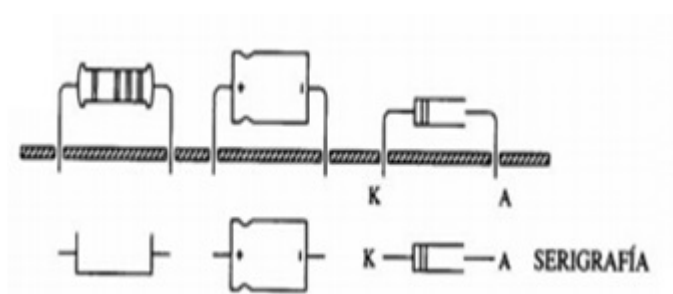


Fig. A.16: Componentes en montaje Horizontal

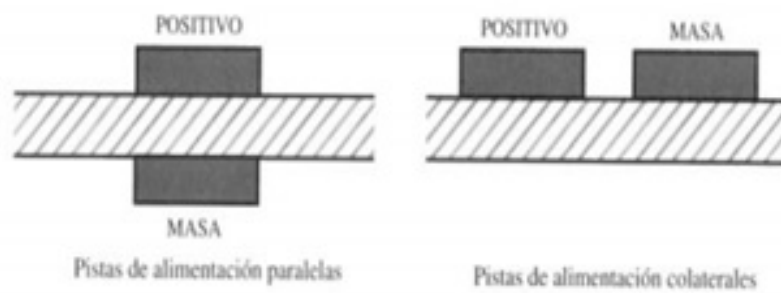


Fig. A.17: Pistas de alimentación

## Bibliografía

- [1] Pepino, “los 10 mandamientos,” *ASB*, 2014.