

ón en función del volumen y el área de un líquido 4.117 Presión en función del volumen y el área de un líquido figure.4.1 índrico. (a) Cilindro vertical. (b) Cilindro horizontal. 4.218 Vaso cilíndrico. (a) Vertical. (b) Horizontal figure.4.2 álvula hidráulica. 4.419 símbolo de una válvula hidráulica figure.4.4 ón diferencial. (b) Interpretación de la resistencia hidráulica. 4.520 (a) velocidad de flujo vs presión diferencial. (b) Interpretación de la resistencia hidráulica figure.4.5 álvulas en serie (b). Válvula equivalente. 4.621 Dos válvulas en serie (b). Válvula equivalente figure.4.6 ón simbólica de la bomba. 4.722 Representación simbólica de la bomba figure.4.7 ípi- cas de la bomba centrífuga donde $\delta p = p_2 - p_1$ (a) para tres diferentes velocidades de la bomba ($\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$). (b) muestra la aproximación lineal. 4.823 Curvas típicas de la bomba centrífuga donde $\delta p = p_2 - p_1$ (a) para tres diferentes velocidades de la bomba ($\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$). (b) muestra la aproximación lineal figure.4.8 áulico para el ejemplo 3. 4.924 Sistema hidráulico para el ejemplo 3 figure.4.9 álvulas combinadas del Ejemplo 4. (b) curva de la bomba con la aproximación lineal. 4.1127 (a) Curvas de bombas y válvulas combinadas del Ejemplo 4. (b) curva de la bomba con la aproximación lineal figure.4.11 áulico con dos tanques considerando el Ejemplo 5. 4.1229 Sistema hidráulico con dos tanques considerando el Ejemplo 5 figure.4.12 ón de transferencia de la Planta. 4.1337 Función de transferencia de la Planta figure.4.13

Capítulo de libro del grupo de control (M-ECCI)

Dayanis Andrea Suarez Rodriguez
Sergio Andres Acosta Herrera
David Humberto Hernandez Balcazar

Director

Ing. Jhon Fredy Bayona Navarro M.Sc.

Bogotá D.C.

24 de noviembre de 2014

Tabla de Contenido

Resumen	7
1. Introducción	9
2. Justificación	11
2.1. Estado del arte	11
3. Objetivos	13
3.1. Objetivo general	13
3.2. Objetivos específicos	13
4. Marco Teorico	15
4.1. Introducción a Sistemas hidráulicos	15
4.2. Modelamiento	16
4.2.1. Variables	16
4.2.2. Leyes de los Elementos	16
4.2.3. Capacitancia	17
4.2.4. Resistencia	18
4.2.5. Fuentes	22
4.2.6. Modelos Dinamicos de Sistemas Hidraulicos	24
4.3. Linealización	31
4.3.1. Características Sistemas linealizados	31
4.3.2. Serie de Taylor	32
4.4. Control	34
4.4.1. Estructura de un Controlador PID	34
4.4.2. Uso de SISOTOOL Para Diseño de Controles	36
5. Diseño Metodologico	51
5.1. Procedimiento	51
5.1.1. Modelo Dinamico Planta M-ECCI	51
5.1.2. Linealización	53
5.1.3. Diseño de Controlador	54

Lista de Figuras

4.1. Presión en función del volumen y el área de un liquido	17
4.2. Vaso cilíndrico. (a) Vertical. (b) Horizontal.	18
4.3. Capacitancia del recipiente.	19
4.4. simbolo de una válvula hidráulica.	19
4.5. (a) velocidad de flujo vs presión diferencial. (b) Interpretación de la resistencia hidráulica.	20
4.6. Dos válvulas en serie (b). Válvula equivalente.	21
4.7. Representación simbólica de la bomba.	22
4.8. Curvas típicas de la bomba centrífuga donde $\delta p = p_2 - p_1$ (a) para tres diferentes velocidades de la bomba ($\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$). (b) muestra la aproximación lineal.	23
4.9. Sistema hidráulico para el ejemplo 3.	24
4.10. (a) Sistema para el Ejemplo 4. (b) Curva de la bomba	27
4.11. (a) Curvas de bombas y válvulas combinadas del Ejemplo 4. (b) curva de la bomba con la aproximación lineal.	27
4.12. Sistema hidráulico con dos tanques considerando el Ejemplo 5.	29
4.13. Función de transferencia de la Planta.	37
4.14. (a) Control and Estimation Tool Manager. (b) SISO design for SISO Design Task.	38
4.15. Control Architecture.	39
4.16. System Data.	39
4.17. Model Import.	40
4.18. SISO design for SISO Design Task.	41
4.19. LTI Viewer for SISO Design Task.	42
4.20. LTI Viewer for SISO Design Task.	43
4.21. LTI Viewer for SISO Design Task.	44
4.22. LTI Viewer for SISO Design Task.	45
4.23. LTI Viewer for SISO Design Task.	45
4.24. LTI Viewer for SISO Design Task.	46
4.25. LTI Viewer for SISO Design Task.	46
4.26. LTI Viewer for SISO Design Task.	47
4.27. LTI Viewer for SISO Design Task.	47
4.28. LTI Viewer for SISO Design Task.	48
4.29. LTI Viewer for SISO Design Task.	48

4.30. LTI Viewer for SISO Design Task.	49
--	----

Resumen

El presente documento describe el análisis y diseño de un prototipo de sistema de tanques acoplados al cual se aplican técnicas de control. El sistema es desarrollado teniendo en cuenta aspectos de seguridad, estándares industriales y parámetros interdisciplinarios requeridos para un módulo de laboratorio.

Se muestran fundamentos teóricos básicos de la lógica de control, así como de diseño para un prototipo de sistema de entrenamiento para el control de nivel de tanques acoplados. Proporciona procedimientos en los cuales se aplican diversas técnicas de control al sistema de entrenamiento diseñado. Además brinda los procedimientos necesarios que facilitan el diseño de controladores. Se compara el desempeño del controlador frente al sistema no controlado determinando ventajas e inconvenientes que presenta el sistema de control.

Finalmente se detallan las conclusiones obtenidas en el desarrollo del proyecto y se brindan recomendaciones para la obtención de mejores resultados tanto para el desarrollo de prácticas de laboratorio como para la implementación del sistema de entrenamiento.

Capítulo 1

Introducción

Desde los inicios del tiempo y particularmente enmarcados dentro del contexto de procesos industriales, científicos de todo el mundo han trabajado para lograr que los procesos de manufactura, control automático y accionamiento sean cada vez más efectivos y más eficientes. Con esta meta se han desarrollado nuevos procesos para lograr alcanzar este mejoramiento continuo de un sistema hidráulico para proyectos con manipulación de líquidos.

El diseño de los sistemas hidráulicos se basa en la interconexión de sistemas mecánicos a través de bombas, válvulas y pistones móviles, que ofrecen una automatización factible en el sistema. La utilidad de estos mecanismos hace que sea funcional y opere de una manera eficaz básicamente para generar distintas aplicaciones de procesos industriales, sin embargo el uso es producir energías limpias mediante recursos naturales.

Con mayor eficiencia el nivel de tecnología en la actualidad estimula los parámetros que retroalimentan y contribuyen la necesidad del ser humano con aplicaciones que avanzan a gran escala de industria a industria de alta calidad, los sistemas hidráulicos son construidos y desarrollados especialmente para el mejoramiento de la dinámica de fluidos como: químicos, combustible, aceites, agua, entre otros. Sin embargo estos sistemas trabajan en conjunto para realizar un análisis integral tanto dinámico, termodinámico y mecánico en el cual la particularidad de cada uno hace parte de la potencia y control de un sistema. El análisis de los mismos se realiza en un laboratorio observando el estado estable y funcional del sistema mediante una simulación computarizada.

La simulación se ha convertido en una herramienta fundamental para el estudio de varios sistemas técnicos. En los sistemas hidráulicos la simulación juega un papel útil, verifica que todos los mecanismos se accionen adecuadamente y no presenten fallas en el sistema real; aunque las características específicas de los sistemas hidráulicos hacen difícil utilizar software de simulación de tipo general en el estudio.

Con frecuencia las universidades tienen herramientas y dispositivos inteligentes

para obtener un análisis de investigación y desarrollo e innovación, esto permite que el estudiante requiera habilidades prácticas y capacidades a la hora de enfrentarse con un prototipo de estudio.

Capítulo 2

Justificación

Para comprender de mejor manera las características de las técnicas de control es importante el desarrollo de una aplicación que además de simular un proceso industrial, permita analizar diferentes tipos de controladores.

Es por esto que se ha escogido realizar un sistema de entrenamiento para el cual se pueda diseñar un sistema de control puesto que los laboratorios de la universidad no poseen módulos de ese tipo, que permitan simular procesos industriales con interacción de fluidos.

2.1. Estado del arte

El monitoreo de variables es de gran importancia en la industria y por esto es vital preparar a los estudiantes para asumir retos reales de un proceso, aun en el estudio de su carrera, por esta razón el desarrollo e implementación de plantas experimentales y plantas piloto han tomado una gran fuerza en los últimos años tanto así que existen empresas dedicadas, entre otras cosas, a la fabricación y comercialización de estas plantas para universidades e institutos de educación superior.

El modelamiento matemático ha llegado a ser la principal herramienta de la teoría de control para poder resolver problemas, presentando alternativas para obtener la respuesta adecuada de un sistema ante diferentes escenarios. Es así como se aplica la lógica de control.

La Universidad ECCI en los últimos años ha adquirido equipos y software especializados que facilitan el desarrollo e implementación de este tipo de controladores, permitiendo a los alumnos implementar escenarios cercanos a los encontrados en la industria.

Capítulo 3

Objetivos

3.1. Objetivo general

1. Diseñar un sistema de control de un sistema de entrenamiento para control de nivel de líquidos de tanques acoplados.

3.2. Objetivos específicos

1. Obtener el modelo matemático para la respuesta del nivel del sistema.
2. Diseñar un controlador que permita mantener el nivel del sistema en el set-point establecido por el usuario.
3. Evaluar el comportamiento dinámico del nivel en la planta, de acuerdo al flujo de entrada.

Capítulo 4

Marco Teorico

4.1. Introducción a Sistemas hidráulicos

Un sistema hidráulico es uno en el cual los líquidos, generalmente son considerados flujo incomprensible. Los sistemas hidráulicos comúnmente aparecen en procesos químicos, sistemas de control automático; y actuadores y motores de accionamiento para la fabricación de equipos. Estos sistemas son usualmente interconectados a sistemas mecánicos a través de bombas, válvulas, y pistones móviles. Una turbina es impulsada por agua y usada para accionar un generador eléctrico es un ejemplo de un sistema donde interactúan elementos hidráulicos, mecánicos y eléctricos. No discutiremos más sobre el tema general de sistemas fluidos, el cual podría incluir fluidos compresibles tales como gases y aire.

Un análisis exacto de sistemas hidráulicos no es usualmente factible por su naturaleza distribuida y el carácter no lineal de la resistencia al flujo. Para nuestro análisis dinámico, sin embargo, podemos obtener resultados satisfactorios debido al uso de elementos agrupados y linealizando los resultados no lineales de modelos matemáticos. Por otra parte el diseño de procesos químicos requiere un análisis más exacto donde los modelos estáticos son usados más que los dinámicos.

En más casos, los sistemas hidráulicos operan con las variables restantes cerca de un punto de operación específico. Generalmente estamos interesados en los modelos que involucran variables incrementales. Este hecho es particularmente útil porque tales modelos son usualmente lineales, aunque el modelo expresado en las variables finales podría ser no lineal.

4.2. Modelamiento

Un modelo matematico es simplemente una imitacion de la realidad, con el cual se busca usualmente ganar perspicacia sobre el comportamiento de sistemas, probandolos, controlandolos u optimizandolos. En el proceso de construccion de modelos, el principal objetivo es dar una equivalencia matematica a un problema de la vida real para luego resolver y finalmente interpretar. En los problemas de ingenieria, se busca capturar esto en forma de ecuaciones, haciendo enfasis en aspectos especificos y omitiendo aquellos que aunque hagan parte de la realidad, su contribucion en ella sea minima para simplificar el modelo y su solucion.

4.2.1. Variables

Ya que los sistemas hidráulicos involucran el flujo y la acumulación del líquido, las variables usadas a describir su comportamiento dinámico son:

w , Velocidad del flujo en metros cúbicos por segundo.

v , Volumen en metros cúbicos.

h , Altura del líquido en metros.

p , Presión en newton por metro cuadrado.

A menos que se indique lo contrario, una presión será la presión absoluta. Además, algunas veces encontraremos conveniente expresar las presiones en términos de presiones manométricas. Una presión manométrica, que se denota por p^* , se define como la diferencia entre la presión absoluta y la presión atmosférica p_a :

$$p^* * (t) = p(t) - p_a \quad (4.1)$$

Una diferencia de presión, denotado por Δp , es la diferencia entre las presiones en dos puntos.

4.2.2. Leyes de los Elementos

Los sistemas hidráulicos presentan tres características típicas que pueden ser aproximadas por este grupo de elementos: capacidad, resistencia de flujo, e inercia. En esta sección se discutirán los dos primeros. La inercia, que representa la energía cinética de una corriente de fluido en movimiento, suele ser insignificante, y no la consideraremos.

4.2.3. Capacitancia

Cuando un líquido está almacenado en un recipiente abierto, existe una relación algebraica entre el volumen del líquido la presión de la base del recipiente. Si el área de la sección transversal del recipiente es dada por una función $A(h)$, donde h es la altura del nivel de líquido por encima del fondo del recipiente, el volumen líquido v es la integral del área desde la base del recipiente a la parte superior del líquido. Por lo tanto,

$$v = \int_0^h A \lambda d\lambda \quad (4.2)$$

Donde λ es una variable ficticia de integración. Para un líquido de densidad p expresada en kilogramos por metro cúbico, la presión p absoluta y la altura del líquido h están relacionadas por:

$$p = pgh + p_a \quad (4.3)$$

Donde g es la constante gravitacional $9,807m/s^2$ y donde P_a es la presión atmosférica, que ha sido tomada como $1,013 \times 10^5 N/m^2$

$$C = \frac{A}{pg} \quad (4.4)$$

Las ecuaciones (2.2) y (2.3) implican que para cualquier geometría del recipiente, la densidad del líquido y la presión atmosférica, tienen una relación algebraica única entre la presión p y el volumen de líquido v . Una curva característica típica que describe esta relación se muestra en la Figura 4.1.

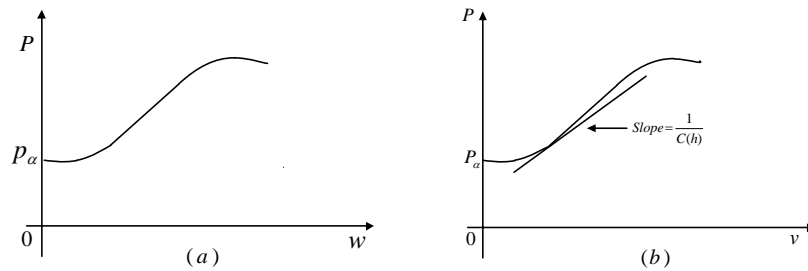


Fig. 4.1: Presión en función del volumen y el área de un líquido

Si la tangente para la curva presión vs volumen es dibujada en algún punto, como se muestra en la figura 1 (b), entonces el recíproco de la pendiente es definido como la capacitancia hidráulica, expresada como $C(h)$.

$$Ch = \frac{Ah}{pg} \quad (4.5)$$

Ejemplo 1:

Considere un vaso formado por un cilindro circular de Radio R y Largo L que contiene un líquido de densidad p en unidades de kilogramo por metro cubico. Encuentre la capacitancia hidráulica del vaso cuando el cilindro es vertical, como se ve en la figura 2a. También evalúe la capacitancia cuando el cilindro esta sobre uno de sus lados, como se ve en la Figura 4.2(b).

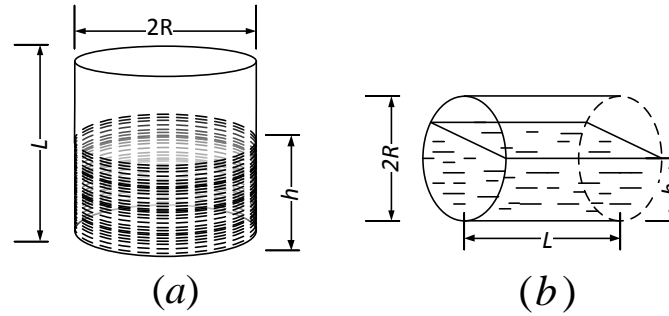


Fig. 4.2: Vaso cilíndrico. (a) Vertical. (b) Horizontal.

Solución

Para la configuración en la *Fig. 4.2(a)*. El área de la sección transversal es πR^2 y es independiente de la altura del líquido. Así que se puede usar $C = \frac{A}{pg}$, y la capacitancia hidráulica del recipiente es $C_a = \pi \frac{R^2}{pg}$

Cuando el recipiente esta sobre uno de sus lados, como se muestra en la Figura 4.2(b), el área de la sección transversal es una función de la altura del liquido h . Puede verificar que el ancho de la superficie del líquido es $2\sqrt{(R^2) - (R-h)^2}$ la cual es cero cuando $h=0$ y $h=2R$ y tiene el máximo valor de $2R$ cuando $h=R$. usando $Ch = \frac{Ah}{pg}$, encontramos que la capacitancia es:

$$c_b = \frac{2L}{pg} \sqrt{R^2 - (R-h)^2} \quad (4.6)$$

Como se muestra en la figura 3.

4.2.4. Resistencia

Como el liquido fluye a través de una tubería, allí hay poca presión del líquido a lo largo de la tubería. Del mismo modo hay poca presión si el líquido fluye a través de una válvula o en un orificio. En cambio la presión asociada con el flujo del líquido que resulta la disipación de energía y usualmente obedece a una relación algebraica no lineal entre la velocidad del flujo ω y la diferencia de presión Δp . El símbolo de la

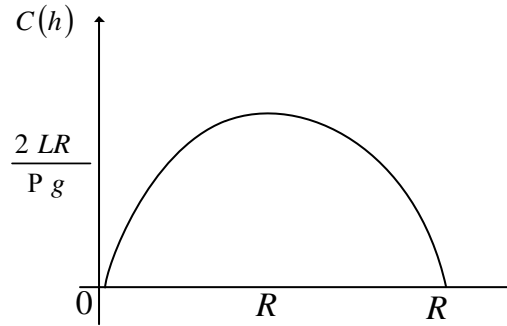


Fig. 4.3: Capacitancia del recipiente.

válvula se muestra en la figura 4. Esto también puede ser usado por otros elementos que disipan energía.

Un valor positivo de w indica que el líquido está fluyendo en la dirección de la flecha; un valor positivo de Δp (presión diferencial) indica que la presión en el punto marcado con + es más alta que la presión en el otro punto. La expresión:

$$w = k\sqrt{\Delta p} \quad (4.7)$$

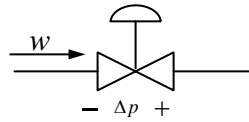


Fig. 4.4: simbolo de una válvula hidráulica.

Describe un orificio y una válvula y es una buena aproximación del flujo turbulento a través de las tuberías. Se pueden tratar todas las situaciones que sean de interés, usando una ley de un elemento no lineal de la forma de (7). En esta ecuación, k es una constante que depende de las características de la tubería, válvula, u orificio. Una curva típica de la velocidad del flujo contra la presión diferencial como se muestra en la Fig. 2.5(a).

Ya que (7) es una relación no lineal, se debe linealizar alrededor un punto de operación a fin de desarrollar un modelo lineal de un sistema hidráulico. Si se dibuja la tangente a la curva de w versus Δp en el punto de operación, el recíproco de su pendiente es definido como la resistencia hidráulica R .

La Fig. 5(b) ilustra la interpretación geométrica de la resistencia, la cual tiene unidades de newton-segundos por metro.

Expandiendo (7) en la serie de Taylor alrededor del punto de operación dado.

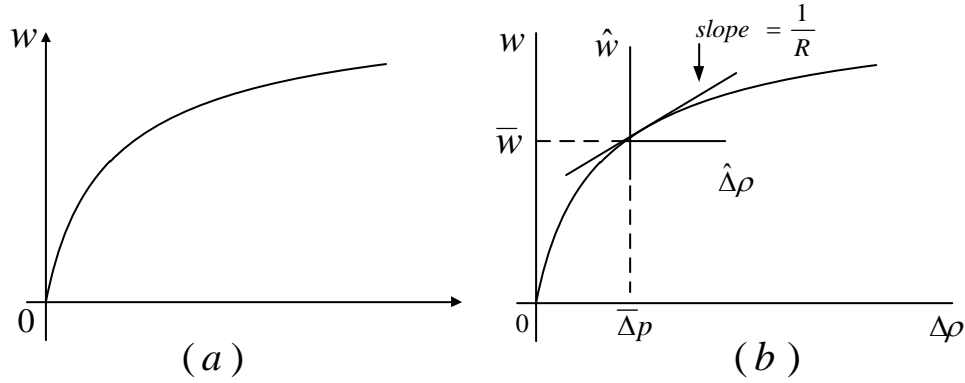


Fig. 4.5: (a) velocidad de flujo vs presión diferencial. (b) Interpretación de la resistencia hidráulica.

$$w = -w + \frac{dw}{d\Delta p} \downarrow -\Delta p(\Delta p - \Delta p - \dots) \quad (4.8)$$

La variable incremental \bar{w} y $\overline{\Delta p}$ son definidos por:

$$\hat{w} = w - \bar{w} \quad (4.9)$$

$$\overline{\Delta p} = \Delta p - \overline{\Delta p} \quad (4.10)$$

Y el segundo y primer término en la expansión son descartados. Así el modelo incremental se convierte

$$\hat{w} = \frac{1}{R} - \overline{\Delta p} \quad (4.11)$$

Donde

$$\frac{1}{R} = \frac{dw}{d\Delta p} \downarrow \overline{\Delta p} \quad (4.12)$$

Podemos también expresar la resistencia R en términos de $\overline{\Delta p}$ ó \bar{w} llevarlo a la diferenciación requerida usando (10). Específicamente,

$$\frac{1}{R} = \frac{d}{d\Delta p}(k\Delta p_{\frac{1}{2}}):\overline{\Delta p} \quad (4.13)$$

Entonces

$$R = \frac{k}{2\sqrt{\overline{\Delta p}}} \quad (4.14)$$

Para expresar la resistencia en términos de \bar{w} , se observa de (10) que

$$\bar{w} = k\sqrt{\overline{\Delta p}} \quad (4.15)$$

Sustituyendo (1.12) en (1.13) dada la ecuación alternativa por resistencia hidráulica como.

$$R = \frac{2\bar{w}k^2}{\Delta p} \quad (4.16)$$

Ya que los líquidos típicamente fluyen a través de redes compuestas de tuberías, válvulas y orificios, con frecuencia se debe combinar varias relaciones de la forma de (7) en una sola expresión equivalente. Usamos los modelos linealizados en muchos de nuestros análisis de los sistemas hidráulicos, es importante desarrollar reglas para combinar las resistencias de elementos linealizados que estén en configuración serie y paralelo. En el siguiente ejemplo, considere la relación del flujo versus la presión diferencial y la resistencia equivalente para dos válvulas en serie. La situación del flujo paralelo es tratada en uno de los problemas al final del capítulo.

Ejemplo 2:

En la *Fig. 2.6(a)*. Se muestra una configuración en serie de dos válvulas a través de las cuales fluye un líquido con una velocidad w y a través del cual la presión diferencial es Δp , una válvula equivalente se muestra *Fig. 2.5(b)*. Las dos válvulas son.

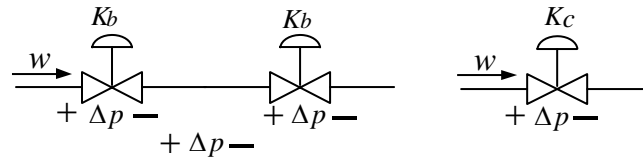


Fig. 4.6: Dos válvulas en serie (b). Válvula equivalente.

Solución:

Ya que las dos válvulas son conectadas en serie, tienen la misma velocidad de flujo ω , y la presión diferencial total es $\Delta p = \Delta_a + \Delta_b$. Para determinar k_c , se escribe Δp en términos de ω como:

$$\Delta p = \Delta p_a + \Delta p_b = \left(\frac{1}{k_a^2} + \frac{1}{k_b^2} \right) \omega^2 \quad (4.17)$$

Entonces al resolver para w en términos de Δp . Después de algunas manipulaciones, se encuentra que:

$$w = \left(\frac{k_a k_b}{\sqrt{k_a^2 + k_b^2}} \right) \quad (4.18)$$

Comparando (2.16) con (7) se ve que la válvula constante equivalente es

$$k_c = \frac{k_a k_b}{\sqrt{k_a^2 a k_b^2 b}} \quad (4.19)$$

Usando (2.15) para la resistencia de un modelo linealizado de una válvula equivalente. Se puede escribir:

$$R_c \frac{2\bar{\omega}}{k_c^2} = 2\bar{\omega} \left(\frac{1}{k_a^2} + \frac{1}{k_b^2} \right) \quad (4.20)$$

Sin embargo, para aplicar (2.15) a una válvula individual, se observa que estas resistencias son $R_a = 2\bar{\omega}/k_a^2$ y $R_b = 2\bar{\omega}/k_b^2$ respectivamente. Usando estas expresiones para R_a y R_b , se puede reescribir como:

$$R_c = R_a + R_b \quad (4.21)$$

La cual es idéntica al resultado para un circuito eléctrico lineal.

4.2.5. Fuentes

En la mayoría de los sistemas hidráulicos, la fuente de energía es una bomba que deriva su poder de un motor eléctrico. Consideraremos la bomba de tipo centrífuga moviéndose a velocidad constante, que es ampliamente utilizada en procesos químicos. La representación simbólica de una bomba se muestra en la Figura 2.7. Relaciones insumo - producto típicos para una bomba centrífuga siendo conducido a tres velocidades constantes diferentes se muestran en la figura 9. Curvas de la bomba de Δp versus ω .

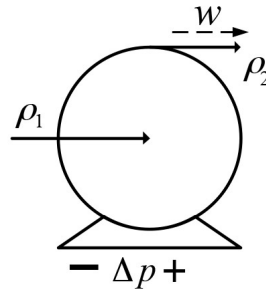


Fig. 4.7: Representación simbólica de la bomba.

Se determinan experimentalmente en condiciones de estado estacionario y son bastante no lineal. Para incluir una bomba impulsada a una velocidad constante en

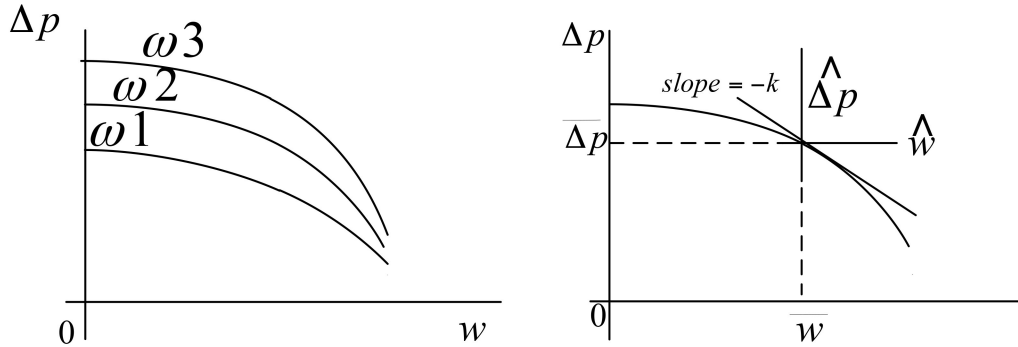


Fig. 4.8: Curvas típicas de la bomba centrífuga donde $\delta p = p_2 - p_1$ (a) para tres diferentes velocidades de la bomba ($\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$). (b) muestra la aproximación lineal.

un modelo dinámico lineal, primero se determina el punto de funcionamiento de la velocidad de la bomba en particular mediante el cálculo de los valores de p y ω . Entonces nos se encuentra la pendiente de la tangente a la curva de la bomba en el punto de trabajo y se define que sea $-K$, que tiene unidades de newton-segundo por metro. Sabiendo donde está, se puede expresar la diferencia de presión gradual p en términos de la tasa de flujo adicional ω como:

$$\Delta p = -K\hat{\omega} \quad (4.22)$$

Donde la constante K es siempre positiva. La solución de la ecuación anterior para ω produce:

$$\hat{\omega} = -\frac{1}{K}\hat{\Delta p} \quad (4.23)$$

Figura 9 (b) Ilustra la relación de la aproximación linealizada a la curva de la bomba no lineal. Se puede escribir la expansión de la series de Taylor para una bomba accionada a una velocidad constante como:

$$\omega = \bar{\omega} + \frac{d\omega}{d\Delta p} \downarrow \frac{(\Delta p - \bar{\Delta p})}{\Delta p} + \dots \quad (4.24)$$

Donde el coeficiente $\frac{d\omega}{d\Delta p} \downarrow \bar{\Delta p}$ esta es la pendiente de la tangente a la curva de ω versus Δp , medida en la operación punto, y tiene el valor $-\frac{1}{K}$. dejando caer los términos de la segunda y de orden superior en la expansión y el uso de las variables incrementales ω frente $\hat{\Delta p}$, se obtiene la relación lineal de $\hat{\omega} = -\frac{1}{K}\hat{\Delta p}$.

La manera en cual una constante rápida de la bomba puede estar incorporada entre el modelo dinámico de un sistema hidráulico está ilustrado en el ejemplo 4 en la siguiente sección.

4.2.6. Modelos Dinamicos de Sistemas Hidraulicos

En esta sección, se aplican las leyes y técnicas de análisis de la sección previa. Se procede a desarrollar y analizar los modelos dinámicos para un solo recipiente (tanque) con una válvula y una moto-bomba. En cada caso, se deriva el modelo no lineal y luego se desarrolla y analiza un modelo linealizado.

Ejemplo 3:

La Figura 10. Muestra un recipiente que recibe líquido a un caudal $\omega_i(t)$ y pierde líquido a través de una válvula que obliga la no linealidad de relación flujo contra presión $\omega_0 = k\sqrt{P_1 - P_a}$. El área de la sección transversal es A y la densidad del líquido es ρ .

La derivada del modelo no lineal obliga para la presión absoluta ρ_1 al fondo del recipiente. Luego desarrollar la versión linealizada que es válida en la vecindad de la operación punto, y encontrar la función de trasferencia relacionado la transformación de la entrada incremental $\omega_i(t)$ y la presión incremental ρ_1 .

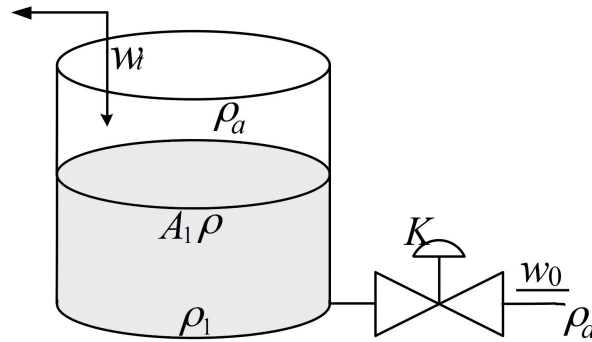


Fig. 4.9: Sistema hidráulico para el ejemplo 3.

Teniendo desarrollados los modelos de sistemas en forma literal, determinar en forma numérica el punto de operación, la función de transferencia, y la respuesta a un aumento de función al paso del 10% en el caudal de entrada para los siguientes valores de parámetros:

$$\begin{aligned}
 A &= 2m^2 \\
 \rho &= 1000 \frac{k}{m^3} \\
 k &= 5,0 \times 10^{-5} \frac{m^4}{s} \times N^{\frac{1}{2}} \\
 \bar{\omega}_i &= 6,0 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s}
 \end{aligned}$$

Solución:

Tomando la presión p_1 como la variable de estado, utilizamos $p = \frac{1}{c} [w_{in}(t) - W_{out}(t)]$, con $C(h)$ sustituida por la constante. $C = A/\rho g$, a escribir

$$p = \frac{1}{c} [w_{in}(t) - W_{out}(t)] \quad (4.25)$$

Luego de reemplazar y sustituir las ecuaciones para el desarrollo del planteamiento del problema se encuentra el sistema de la función de transferencia $H(s) = p_1(s)/w_i(s)$ es

$$H(s) = \frac{\frac{1}{C}}{s + \frac{1}{RC}} \quad (4.26)$$

Cual tiene un solo polo en $S = -\frac{1}{RC}$. Para el valor del parámetro especificado, el punto de operación dada se reduce a

$$P_1 = 1,013 \times 10^5 + \left(\frac{6,0 \times 10^{-3}}{5,0 \times 10^{-5}} \right)^2 = 1,157 \times 10^5 \frac{N}{m^2} \quad (4.27)$$

La altura nominal del líquido es

$$h = \frac{1,440 \times 10^4}{1000 \times 9,807} = 1,468m \quad (4.28)$$

El valor numérico de la resistencia hidráulica y capacitancia son, respectivamente,

$$R = \frac{2 \times 60 \times 10^{-3}}{(50 \times 10^{-5})^2} = 4,80 \times 10^6 N \times S/m^5 \quad (4.29)$$

$$C = \frac{20}{1000 \times 9,807} = 2,039 \times 10^{-4} m^5/N \quad (4.30)$$

Sustituyendo este valor de R y C entre la ecuación anterior de la función de transferencia, se puede obtener la forma numérica de la función de transferencia como

$$H(s) = \frac{4904}{s + 1,0216 \times 10^{-3}} \quad (4.31)$$

Si $\omega_i(s)$ es originalmente igual a este valor nominal de $\bar{w}_i = 6,0 \times 10^{-3} m^3/s$ y sufre un 10 % aumento paso a la función, luego $w_i(t) = [0,60 \times 10^{-3}] U(t) \frac{m^3}{s}$ y $w_i(s) = [0,60 \times 10^{-3}] \left(\frac{1}{s} \right)$. Tenemos.

$$P_1(s) = \frac{4904 \times 0,60 \times 10^{-3}}{s(s + 1,0216 \times 10^{-3})} = \frac{2,942}{s(s + 1,0216 \times 10^{-3})} \quad (4.32)$$

Del teorema del valor final, el estado estacionario de p_1 es $p_1(s)$ evaluado en $s = 0$, a saber

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_1(t) = \frac{2942}{1,0216 \times 10^{-3}} = 2880 N/m^2 \quad (4.33)$$

La constante de tiempo del modelo linealizado es $\tau = RC$, cual se convierte en

$$\tau = (4,80 \times 10^6) (2,039 \times 10^{-4}) = 978,7s \quad (4.34)$$

Que es un poco más de 16 minutos. Teniendo la respuesta que la presión incremental es

$$P_1 = 2888 (1 - \epsilon) \dots falta \dots \quad (4.35)$$

El cambio en el nivel incremental es $\frac{p_1}{\rho}$, cual se convierte en

$$h = 0,2937 (1 - \epsilon) \dots falta \dots \quad (4.36)$$

Al obtener la respuesta de la presión del caudal y el nivel de líquido, nos limitamos a añadir los valores nominales $p_1 = 1,157 \times 10^5 \frac{N}{m^2}$ y $h = 1,468m$ de las variables incrementales. Es interesante observar que a causa de la válvula no lineal, el aumento del 10 % en los resultados de la velocidad de flujo en un aumento del 20 % tanto en la presión manométrica $p_1 - p_a$ y la altura h .

Ejemplo 4:

Encontrar el modelo linealizado del sistema hidráulico mostrado en la Figura 11 (a) que consiste en una bomba centrífuga de velocidad constante la alimentación de un recipiente desde el cual fluye líquido a través de una tubería y válvula de obedecer a la relación $\omega_0 = k\sqrt{P_1 - P_a}$. La característica de la bomba de la velocidad W de la bomba especificada se muestra en la figura 12.11 (b).

Solución:

La condición equilibrada para el sistema corresponde a

$$\omega_i = \omega_0 \quad (4.37)$$

Donde ω_i y $\Delta p = p_1 - p_a$ debe ser uno de los puntos de la curva de la bomba en la Figura 11 (b), y donde ω_o obedece a la relación de flujo no lineal.

$$\omega_o = K\sqrt{\Delta p} \quad (4.38)$$

Para determinar el punto de trabajo, se encuentra con la solución de $\omega_i = \omega_o$ gráficamente trazando la característica de la válvula $\omega_o = K\sqrt{\Delta p}$ en la curva de la bomba.

Hacer esto dada la Figura 12 (a), en el que el punto de trabajo es la intersección de la curva de la válvula y la curva de la bomba, designado como punto A en la figura, una vez que se ha localizado el punto de operación, se puede trazar la tangente a la curva de la bomba como se muestra en la figura 12 (b) y determinar su pendiente $-K$ gráficamente.

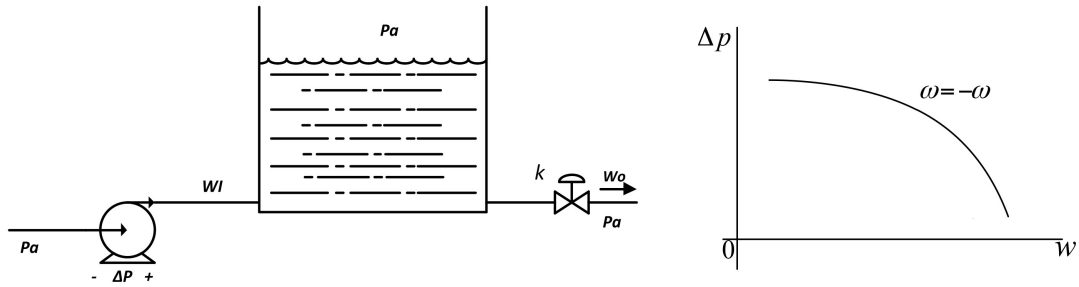


Fig. 4.10: (a) Sistema para el Ejemplo 4. (b) Curva de la bomba

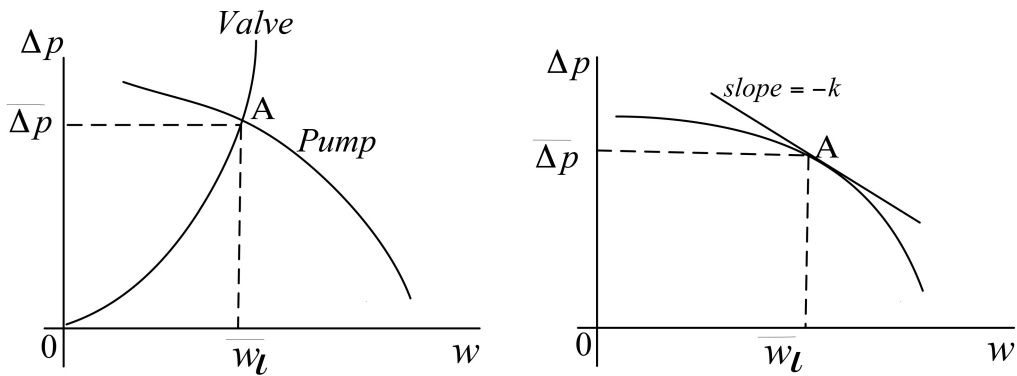


Fig. 4.11: (a) Curvas de bombas y válvulas combinadas del Ejemplo 4. (b) curva de la bomba con la aproximación lineal.

Después de esta etapa preliminar, se puede utilizar $p_1 = \frac{1}{c} (\omega_i - \omega_o)$ para escribir el modelo desde el sistema como:

$$p_1 = \frac{1}{c} (\omega_i - \omega_o) \quad (4.39)$$

Donde, de $\hat{\omega} = \frac{1}{R} \widehat{\Delta P}$, el caudal aproximado a través de la válvula es

$$\omega_0 = \bar{\omega}_0 + \frac{1}{R} \widehat{\Delta p} \quad (4.40)$$

Y donde, de $\hat{\omega} = -\frac{1}{K} \widehat{\Delta p}$, el caudal aproximado a través de la bomba es

$$\omega_i = \bar{\omega}_i - \frac{1}{k} \widehat{\Delta p} \quad (4.41)$$

Sustituyendo las ecuaciones anteriores entre el modelo del sistema, usando $p_1 = \widehat{p}_1$ y $\omega_i = \omega_o$, y nada que $\widehat{\Delta p} = p_1$ porque p_a es constante, se encuentra el modelo incremental es

$$P_1 = \frac{1}{c} \left(-\frac{1}{k} - \frac{1}{R} \right) P_1 \quad (4.42)$$

Cual se puede escribir como homogéneo de primer orden de la ecuación diferencial.

$$P_1 + \frac{1}{c} \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{R} \right) P_1 = 0 \quad (4.43)$$

La ecuación anterior indica que la magnitud de la pendiente de la curva sobre la bomba en el punto de operación está entre la ecuación exactamente igual como la resistencia asociada con la válvula.

Luego, si se evalúa la resistencia equivalente R_{eq} se acuerda

$$R_{eq} = \frac{RK}{R + K} \quad (4.44)$$

La cual fue derivada por un recipiente y una sola válvula, excepto por la ausencia de un caudal de entrada.

Ejemplo 5:

Las válvulas en el sistema hidráulico se muestra en la Figura 13 obedece el flujo de presión con la relación $\omega_1 = K_1 \sqrt{p_1} - P_2$ y $\omega_2 = K_2 \sqrt{p_2} - P_a$. La presión atmosférica es p_a , y las capacitancias de los tanques son C_1 y C_2 .

Encuentre las ecuaciones que determine el punto de operación, y muestra como la curva de bomba es usada entonces. Un modelo derivado linealizado que es válido sobre el punto de operación.

Solución:

Porque la bomba y los dos tanques son en serie que equilibra las condiciones, se define el punto de operación para los tres caudales sean iguales ω_p , ω_1 y ω_2 .

Los caudales a través de dos válvulas son dados por

$$\omega_1 = K_1 \sqrt{p_1} - P_2 \quad (4.45)$$

$$\omega_2 = K_2 \sqrt{p_2} - P_a \quad (4.46)$$

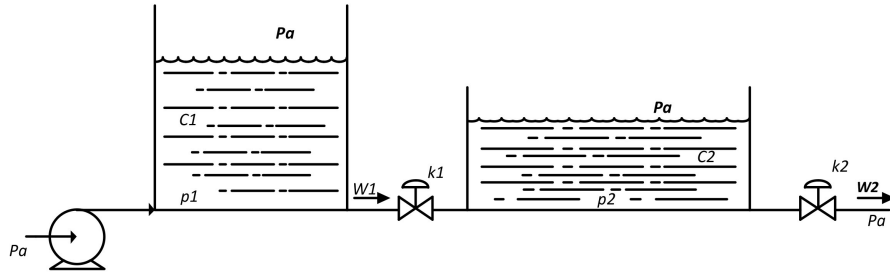


Fig. 4.12: Sistema hidráulico con dos tanques considerando el Ejemplo 5.

El caudal ω_p que pasa a través de la bomba y la presión diferencial $\Delta p_1 = p_1 - p_a$ corresponde más a un punto sobre la curva de la bomba.

$$\omega_p = k_{eq} \sqrt{\Delta p_1} \quad (4.47)$$

Donde,

$$K_{eq} = \frac{K_1 K_2}{\sqrt{k_1^2 + (k_2)^2}} \quad (4.48)$$

Graficando la ecuación anterior sobre la curva de la bomba como se muestra en la Figura 12(a) siendo las válvulas de Δp_1 y ω_p , de la cual se puede encontrar otro valor nominal.

Con esta información, se puede desarrollar el modelo incremental. Usando $p = \frac{1}{c(n)} [\omega_{in}(t) - \omega_{out}(t)]$, $\omega = \frac{1}{R} \Delta p$, y $\omega = -\frac{1}{K} \Delta p$, se puede escribir el par de ecuaciones diferenciales.

$$p_1 = \frac{1}{C_1} \left[-\frac{1}{K} P_1 - \frac{1}{R_1} (P_1 - P_2) \right] \quad (4.49)$$

$$p_1 = \frac{1}{C_2} \left[-\frac{1}{R_1} (P_1 - P_2) - \frac{1}{R_2} P_2 \right] \quad (4.50)$$

Donde las resistencias de las válvulas son dadas por $R_1 = \frac{2\omega_1}{(k_1)^2}$ y $R_2 = \frac{2\omega_2}{(k_2)^2}$, y donde $-K$ es la pendiente de la curva de la bomba en el punto de operación. Como se indica en las ecuaciones anteriores, el modelo incremental no tiene entrada y por lo tanto puede responder solo a una condición inicial que no sea cero, que es $p_1(0)$ diferente de cero y/o p_2 diferente de cero.

En la práctica, puede haber corrientes líquidas adicionales que entran ya sea buque, o la velocidad de la bomba puede ser cambiada. También es posible para cualquiera de las dos válvulas que se abren o se cierran ligeramente. Tal cambio modificaría la respectiva resistencia hidráulica.

En la ausencia de una entrada, se puede transformar la ecuación anterior a encontrar la transformada de Laplace de la respuesta cero de entrada. Haciendo esto, se encuentra que después se ve:

$$\left[C_1 s + \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{R_1} \right) \right] P_1(s) = \frac{1}{R_1} P_2(s) + C_1 P_1(0) \quad (4.51)$$

$$\left[C_1 s + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right] P_2(s) = \frac{1}{R_1} P_1(s) + C_2 P_2(0) \quad (4.52)$$

Se puede encontrar cualquiera de las dos presiones p_1 o p_2 para combinarlas en estas dos ecuaciones entre una singular transformada. La correspondiente transformada inversa producirá la respuesta de entrada cero en términos p_1 y p_2 . El denominador de cualquiera de las dos p_1 y p_2 estará la característica del polinomio del sistema, el cual, como se puede verificar, es:

$$s^2 + \left[\frac{1}{C_2} \left(\frac{1}{K} + \frac{1}{R_1} \right) + \frac{1}{C_2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right] s + \frac{1}{C_1 C_2} \left(\frac{1}{k R_1} + \frac{1}{K R_2} + \frac{1}{R_1 R_2} \right) \quad (4.53)$$

4.3. Linealización

Realmente, la mayoría de los sistemas físicos de importancia práctica son no lineales. La caracterización de un sistema dinámico por una función de transferencia puede ser hecha solo para sistemas lineales, aquellos descritos por ecuaciones diferenciales lineales.

Un sistema no lineal se define siempre y cuando no se aplique el principio de superposición, es decir, la respuesta a dos entradas no puede calcularse tomando cada una de ellas independientemente y luego sumarlas, debido a esto se usa la linealización.

La linealización es un método matemático por el cual se aproxima un sistema no lineal a uno más sencillo de analizar con una solución general del comportamiento del proceso y alrededor de un punto de operación cualquiera (x_s, u_s) .

Así pues, una función lineal es una aproximación de la función original, que se representa trazando una línea tangente al punto de operación, que se puede interpretar con la siguiente figura:

De este modo, la función linealizada solo es válida en el interior de la región representada por el círculo alrededor del punto negro en la figura 2.

$$\begin{aligned} f(x, u) &= 0 \\ f(x_s, u_s) &= 0 \\ f(x, u) &= f(x_s, u_s) + \frac{\partial f}{\partial x}(x - x_s) + \frac{\partial f}{\partial u}(u - u_s) + \dots \\ \frac{\partial f}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial f}{\partial u}\Delta u &= 0 \end{aligned}$$

4.3.1. Características Sistemas linealizados

1. La ecuación linealizada no es única, depende del punto alrededor del cual se haya linealizado.
2. Las variables de la ecuación linealizada están dadas por incrementos con referencia al punto de operación.
3. Es más sencillo linealizar las ecuaciones término a término.
4. Diferencias de comportamiento entre el modelo linealizado y el real
5. Forma de la función a linealizar.
6. Las diferencias aumentan al alejarse del punto de equilibrio

4.3.2. Serie de Taylor

Para linealizar un sistema existen varios métodos tales como logaritmicación, cambio de variable, series de Taylor y mínimos cuadrados, sin embargo uno muy común y el cual se utilizara en este caso son las series de Taylor, que se expresan como una suma infinita de los términos de una función.

Una función infinitamente derivable en un intervalo puede representarse como un polinomio a partir de sus derivadas evaluadas en un punto “a” de dicho intervalo.

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} f^n(a) \frac{(x-a)^n}{n!}$$

Ejemplo 1:

$$f^0(x) = f(x) = e^x$$

1. Definir las derivadas de la función.

$$\begin{aligned} f^1(x) &= f'(x) = e^x \\ f^2(x) &= f''(x) = e^x \\ f^3(x) &= f'''(x) = e^x \end{aligned}$$

2. Definir un punto de operación “a”.

$$a=0$$

3. Definir los valores para “n” desde 0 hasta 3, hay que tener en cuenta que “n” puede llegar a valer ∞ , sin embargo, entre mayor sea, más pequeño es el valor del termino y por tanto es despreciable para el resultado final de la ecuación. El valor de “n” también depende del número de derivaciones que pueda llegar a tener una ecuación determinada.

$$n=0$$

$$\begin{aligned} f^0(0) \frac{(x-0)^0}{0!} &= f^0(0) \frac{1}{1} = f^0(0) \\ f^0(0) &= f(0) = e^0 = 1 \\ &\text{Primer término de la serie} \end{aligned}$$

$$n=1$$

$$\begin{aligned} f^1(0) \frac{(x-0)^1}{1!} &= f^1(0) \frac{x}{1} = x \cdot f^1(0) \\ x \cdot f^1(0) &= x \cdot f'(0) = x \cdot e^0 = x \\ &\text{Segundo término de la serie} \end{aligned}$$

$$n=2$$

$$f^2(0) \frac{(x-0)^2}{2!} = f^2(0) \frac{x^2}{2} = \frac{x^2 \cdot f^2(0)}{2}$$

$$\frac{x^2 \cdot f^2(0)}{2} = \frac{x^2 \cdot f''(0)}{2} = \frac{x^2}{2} \cdot e^0 = \frac{x^2}{2}$$

Tercer término de la serie

$$n=3$$

$$f^3(0) \frac{(x-0)^3}{3!} = f^3(0) \frac{x^3}{6} = \frac{x^3 \cdot f^3(0)}{6}$$

$$\frac{x^3 \cdot f^3(0)}{6} = \frac{x^3 \cdot f'''(0)}{6} = \frac{x^3}{6} \cdot e^0 = \frac{x^3}{6}$$

Cuarto término de la serie

4. La serie de Taylor para $f(x) = e^x$ es:

$$1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots$$

Ejemplo 2:

Considere el siguiente sistema:

Variables de desviación

$$\Delta h = h - h_0$$

$$\Delta q = q - q_0$$

$$A \frac{dh}{dt} - q + k\sqrt{h} = 0$$

4.4. Control

Un controlador PID (Proporcional Integrativo Derivativo) es un mecanismo de control generico sobre una realimentación de bucle cerrado, ampliamente usado en la industria para el control de sistemas. El PID es un sistema al cual entra un error calculado a partir de la salida deseada menos la salida obtenida y su salida es utilizada como entrada en el sistema que queremos controlar. El controlador intenta minimizar el error ajustando la entrada del sistema.

El controlador PID viene determinado por tres parametros: el proporcional, el integral y el derivativo. Dependiendo de la modalidad del controlador alguno de estos valores puede ser 0, por ejemplo un controlador Proporcional tendra el integral y el derivativo a 0 y un controlador PI solo el derivativo sera 0, etc. Cada uno de estos parametros influye en mayor medida sobre alguna característica de la salida (tiempo de establecimiento, sobreoscilacion,...) pero tambien influye sobre las demas, por lo que por mucho que ajustemos no encontrariamos un PID que redujera el tiempo de establecimiento a 0, la sobreoscilacion a 0, el error a 0. sino que se trata mas de ajustarlo a un termino medio cumpliendo las especificaciones requeridas.

4.4.1. Estructura de un Controlador PID

Acción Proporcional

La respuesta proporcional es la base de los tres modos de control, si los otros dos, control integral y control derivativo están presentes, éstos son sumados a la respuesta proporcional. “Proporcional” significa que el cambio presente en la salida del controlador es algún múltiplo del porcentaje del cambio en la medición. Este múltiplo es llamado “ganancia” del controlador. Para algunos controladores, la acción proporcional es ajustada por medio del ajuste de ganancia, mientras que para otros se usa una “banda proporcional”. Ambos tienen los mismos propósitos y efectos.

Da una salida del controlador que es proporcional al error, es decir $u(t) = KPe(t)$, que descrita desde su función de transferencia queda como se muestra en (4.54).

$$C_P(s) = K_p \quad (4.54)$$

Donde K_p es una ganancia proporcional ajustable. Un controlador proporcional puede controlar cualquier planta estable, pero posee desempeño limitado y error en régimen permanente.

Acción Integral

La acción integral da una respuesta proporcional a la integral del error. Esta acción elimina el error en régimen estacionario, provocado por el modo proporcio-

nal. En contraparte, se obtiene un mayor tiempo de establecimiento, una respuesta más lenta y el periodo de oscilación es mayor que en el caso de la acción proporcional.

La acción de control integral da una salida del controlador que es proporcional al error acumulado, lo que implica que es un modo de controlar lento.

$$u(t) = K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (4.55)$$

$$C_I = \frac{K_i}{s} \quad (4.56)$$

La señal de control $u(t)$ tiene un valor diferente de cero cuando la señal de error $e(t)$ es cero. Por lo que se concluye que dada una referencia constante, o perturbaciones, el error en régimen permanente es cero.

Acción Proporcional-Integral

La acción de control proporcional-integral se define mediante (4.57).

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (4.57)$$

Donde T_i se denomina tiempo integral y es quien ajusta la acción integral. La función de transferencia resulta en (4.58).

$$C_{PI}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} \right) \quad (4.58)$$

Con un control proporcional, es necesario que exista error para tener una acción de control distinta de cero. Con acción integral, un error pequeño positivo siempre dará una acción de control creciente, y si el error es negativo la señal de control será decreciente. Este razonamiento sencillo muestra que el error en régimen permanente será siempre cero.

Muchos controladores industriales tienen solo acción PI. Se puede demostrar que un control PI es adecuado para todos los procesos donde la dinámica es esencialmente de primer orden. Lo que puede demostrarse en forma sencilla, por ejemplo, mediante la respuesta al escalón.

Acción Derivativa

La acción derivativa da una respuesta proporcional a la derivada del error (velocidad de cambio del error). Añadiendo esta acción de control a las anteriores se disminuye el exceso de sobreoscilaciones.

Acción Proporcional-Derivativa

La acción de control proporcional-derivativa se define mediante (4.59):

$$u(t) = K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (4.59)$$

Donde T_d es una constante denominada tiempo derivativo. Esta acción tiene carácter de previsión, lo que hace más rápida la acción de control, aunque tiene la desventaja importante de amplificar las señales de ruido y puede provocar saturación en el actuador. La acción de control derivativa nunca se utiliza por sí sola, debido a que solo es eficaz durante periodos transitorios. La función de transferencia de un controlador PD resulta como (4.60).

$$C_{PD}(s) = K_p + sK_p T_d \quad (4.60)$$

Cuando una acción de control derivativa se agrega a un controlador proporcional, permite obtener un controlador de alta sensibilidad, es decir que responde a la velocidad del cambio del error y produce una corrección significativa antes de que la magnitud del error se vuelva demasiado grande. Aunque el control derivativo no afecta en forma directa al error de estado estacionario, añade amortiguamiento al sistema y, por tanto, permite un valor más grande que la ganancia K , lo cual provoca una mejora en la precisión en estado estable.

Acción Proporcional-Integral-Derivativa

Las acciones de control proporcional, integral y derivativa combinadas reúnen las ventajas de cada una de las tres acciones de control individuales. La ecuación de un controlador con esta acción combinada se obtiene mediante (4.61).

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (4.61)$$

Y su función de transferencia resulta en (4.62).

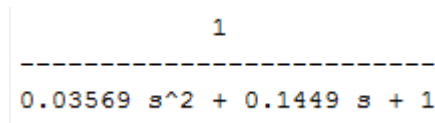
$$C_{PID}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right) \quad (4.62)$$

4.4.2. Uso de SISOTOOL Para Diseño de Controles

Sisotool es una poderosa herramienta de MATLAB que facilita en gran medida el diseño de controles. En *sisotool* se trabaja de forma gráfica, usando el método del *LGR* (lugar geométrico de las raíces). *Sisotool* puede mostrar en tiempo real las variaciones de la respuesta del sistema generadas por los cambios que el usuario realice en el *LGR*, y es esto lo que lo hace tan práctico para el diseño de controles. Para ejecutar *sisotool* basta con llamarlo desde la línea de comando de MATLAB escribiendo “*sisotool*”.

Lo primero que se debe hacer antes de empezar a utilizar *sisotool* es definir la planta a controlar. Para esto se debe tener un modelo de la planta, es decir su función de transferencia. Sino se tiene el modelo de la planta es imposible utilizar *sisotool* para el diseño de un controlador.

una vez se tiene el modelo de la planta se procede a realizar su definición en MATLAB, esta se hace con la función *tf*. Por ejemplo, a continuación se procede a definir la siguiente planta:



$$\frac{1}{0.03569 s^2 + 0.1449 s + 1}$$

Fig. 4.13: Función de transferencia de la Planta.

Primero se debe definir un vector con los coeficientes del numerador y otro con los coeficientes del denominador. Los vectores deben empezar por el coeficiente que multiplica a s con mayor exponente hasta llegar al coeficiente que multiplica a s con potencia cero, es decir el que no multiplica a ningún s . Si al polinomio de s le hace falta alguna potencia de s quiere decir que el coeficiente para esa potencia de s es igual a cero. Por ejemplo, el vector de coeficientes para el polinomio $s^4 + 2s^2 + s$ debe ser $[10210]$. Entonces la definición de la planta mencionada quedaría como sigue:

$$\begin{aligned} \text{num} &= [1]; \\ \text{den} &= [0.03569, 0.1449, 1]; \\ G &= \text{tf}(\text{num}, \text{den}); \end{aligned}$$

Al ejecutar estos comandos se crea en el *Workspace* de Matlab una función de transferencia de la planta con el nombre *G*, debido a que *G* fue el nombre que le fue asignado al ejecutar la función *tf*. Ahora se procede a ejecutar *sisotool*, si no se había realizado con anterioridad. Ejecutamos *sisotool* en la línea de comandos de MATLAB y se abren dos ventanas. Una se llama *Control and Estimation Tool Manager* y la otra *SISO design for SISO Design Task*. A continuación se muestran imágenes de las ventanas emergentes. Si no se abren ventanas parecidas a estas, probablemente este utilizando una versión antigua de *Sisotool*.

En *Control and Estimation Tool Manager* se escoge la arquitectura de control a utilizar. En la pestaña *Architecture*, al dar clic en el botón *Control Architecture* se despliega una ventana que muestra una lista de las arquitecturas disponibles. Para este ejemplo se ha seleccionado la primera de la lista, que se muestra en la *Figura 2.8*.

Después de seleccionar la arquitectura, se importa la función de transferencia de $G(s)$ desde la ventana *SISO Design for SISO Design Task*, con la opción *importar* del menú *File*. Al dar clic en *importar* Se despliega una ventana en donde

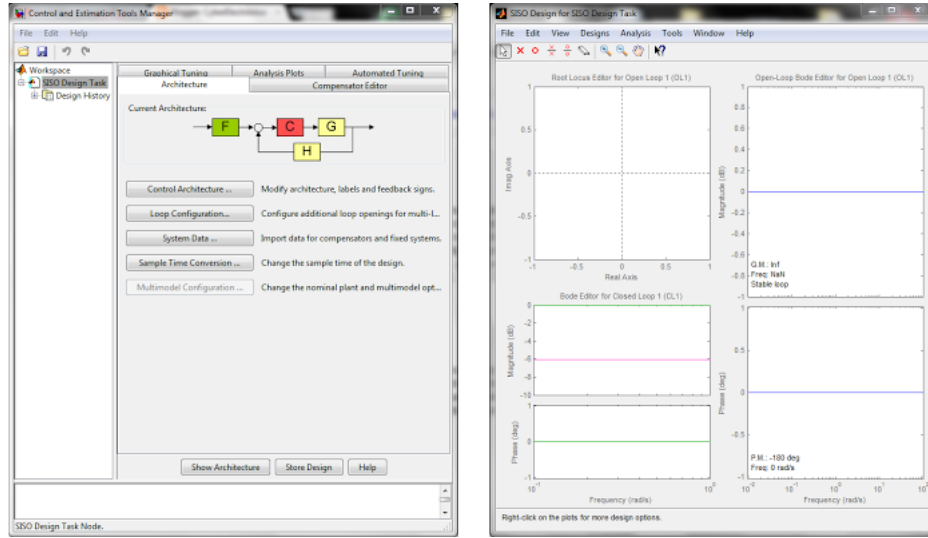


Fig. 4.14: (a) Control and Estimation Tool Manager. (b) SISO design for SISO Design Task.

se muestra una lista de los sistemas de la arquitectura seleccionada, en este caso G , H , C y F que por defecto tienen el valor de "1". La imagen de esta ventana se muestra en la Fig. 2.9.

Se selecciona " G " que corresponde a la planta y se presiona "*Browser*". Entonces aparece otra ventana que muestra una lista de las funciones de transferencia que se encuentran en el *WorkSpace* y en donde debe estar la función " G " definida anteriormente y que corresponde a nuestra planta. La imagen de la nueva ventana es la Fig. 2.10.

Ahora se selecciona la planta, es decir " G ". Se presiona "*import*", se cierra esta ventana y por último se presiona "*OK*" en la ventana anterior. Habiendo hecho esto, las gráficas de la ventana "*SISO design for SISO Design Task*" debieron modificarse, dicha ventana debe quedar como se observa en la Fig. 2.11.

En la parte superior izquierda de esta ventana se observa la gráfica del *LGR*. Las líneas azules de esta gráfica son el *LGR* y los puntos rosados representan la posición actual de los polos del sistema a lazo cerrado. En la arquitectura que se escogió y en general ζ es el compensador, y es este sobre el que se enfoca el diseño. Es decir, se necesita encontrar un compensador que haga que el sistema funcione como se desea.

Uno de los parametros principales como punto de partida es la definición de la meta a lograr con el control. Para este ejemplo se busca mejorar la respuesta transitoria del sistema, es decir la respuesta del sistema a un escalón. En primer lugar debemos conocer la respuesta del sistema a lazo abierto, es decir de la planta. Para esto utilizamos la herramienta "*Response to step command*" de *sisotool* que se en-

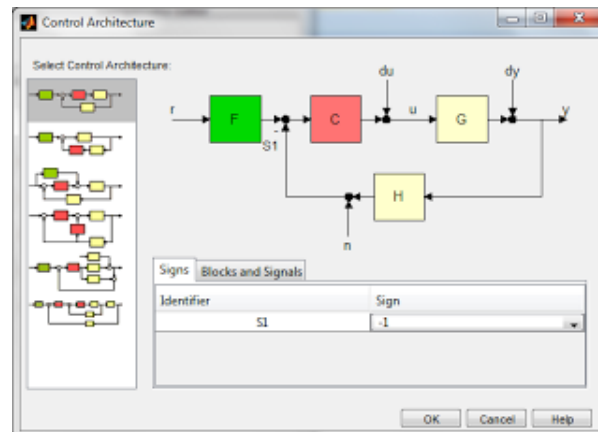


Fig. 4.15: Control Architecture.

The System Data window displays a table with the following data:

System	Data
G	1
H	1
C	1
F	1

Fig. 4.16: System Data.

cuentra en el menú *.Analysis* de la ventana *"SISO design for SISO Design Task"*. Al ejecutarlo se abre una ventana en la cual aparecen dos gráficas. Esta ventana se muestra en la Fig. 2.12.

La gráfica de color Azul es la respuesta del sistema a lazo cerrado y la gráfica de color verde es la señal de salida del compensador. Para ver la respuesta de la planta se da un clic derecho sobre la gráfica, se selecciona *"Systems"* y después *"PlantG"*. Así como se muestra en la Fig. 2.13.

Entonces aparece una tercera gráfica, de color azul pero con una línea discontinua. Esta es la respuesta transitoria de nuestra planta y nos sirve como referencia para determinar si la respuesta transitoria del sistema a lazo cerrado ha mejorado o no.

Ahora regresamos a la ventana de trabajo, la ventana en donde aparece el *LGR*.

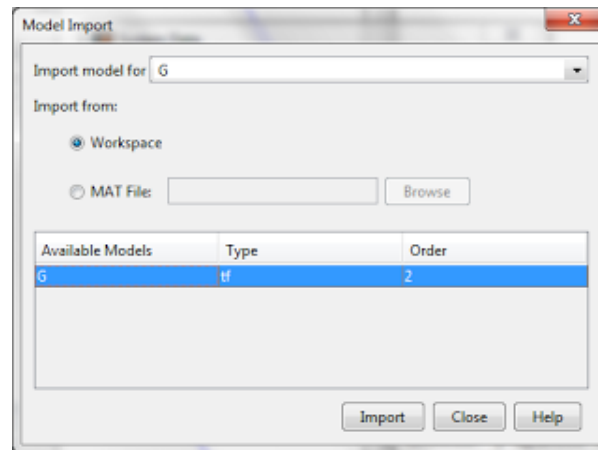


Fig. 4.17: Model Import.

Los puntos rosados en el *LGR* representan la posición actual de los polos del sistema a laso cerrado. Estos puntos solo pueden estar sobre la línea de color azul, es decir sobre el *LGR*. Por lo que si se desea poner los polos en una determinada posición, el *LGR* debe pasar por ahí. Lo anterior es muy importante, mas adelante se explica el por que.

Ahora se procede a determinar en donde se deben poner los polos para obtener la respuesta deseada. Pues bien, para solucionarlo *Sisotool* ofrece la posibilidad de incluir algunos requerimientos de diseño en la gráfica del *LGR*. Esto quiero decir que al especificar los requerimientos del diseño, *sisotool* traza una gráfica sobre el *LGR* que proporciona una idea de donde deben estar los polos para que el sistema funcione como se desea. A continuación se procede a definir que polos deben estar en los puntos que indica *sisotool*, deben ser los polos dominantes.

Los polos dominantes son aquellos que más intervienen en la respuesta de un sistema. Aunque la respuesta de un sistema no está completamente determinada por los polos dominantes, puede hallarse una muy buena aproximación de esta hallando la respuesta solo a partir de la contribución de estos polos. Como regla general se toman como polos dominantes aquellos que están más cerca al origen, pues son los que más influyen en la respuesta.

Ahora se agregan los requerimientos del diseño. Para este ejemplo se agregan dos requerimientos de diseño: el tiempo de asentamiento o "*Settling time*" y el porcentaje de sobrepaso o "*Percent Overshoot*". Para agregar un nuevo requerimiento de diseño se da un clic derecho sobre la gráfica del *LGR* y se selecciona "*Design Requirements*" y luego "*New*". Así como se muestra en la Fig. 2.15.

Los requerimientos que se van a agregar son:

$$\text{Settling time} = 0.75$$

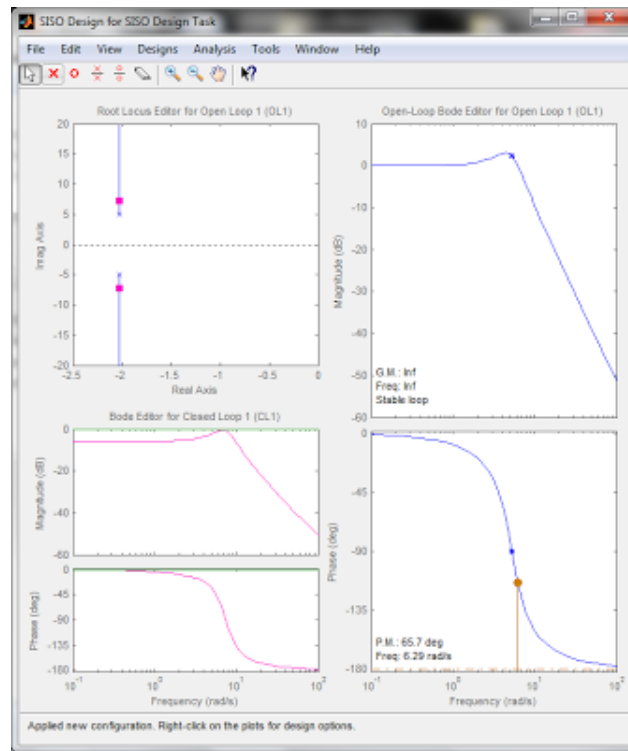


Fig. 4.18: SISO design for SISO Design Task.

$$\text{Percent Overshoot} = 5$$

Después de agregar estos requerimientos de diseño la gráfica del LGR queda como se observa en la *Fig. 2.16*

Al agregar el “*Settling time*” se dibuja una línea vertical y al agregar el “*Percent Overshoot*” se dibujan dos líneas simétricas sobre el eje real que parten desde el origen con un determinado Angulo y que interceptan la línea dibujada por el “*Settling time*”. Entonces para que se cumplan los requerimientos del diseño los polos dominantes del sistema se deben encontrar en estos puntos de intersección o muy cerca de ellos. Se observa que deben moverse los polos hacia estos puntos, ya que la línea del *LGR* no pasa por ahí.

El proceso de diseño del compensador mediante el método *LGR* consiste en agregar polos o ceros al compensador para modificar el *LGR* de tal forma que este pase por los puntos determinados en donde deben estar los polos dominantes para obtener la respuesta deseada. Después de conseguir lo anterior, se arrastran los polos hasta estos puntos, y entonces la gráfica de la respuesta del sistema debe coincidir con la respuesta deseada. Pero puede que esto no ocurra, y seguramente se debe a que los polos que se ubican en estos puntos no son los dominantes.

Para poder predecir los cambios que sufre el *LGR* al agregar un polo o un cero

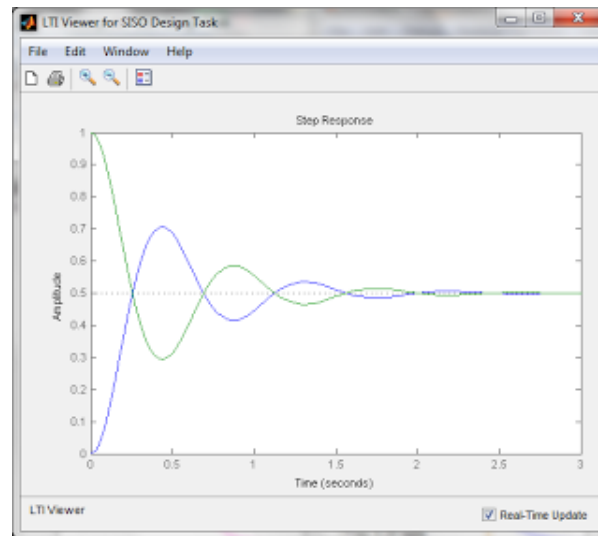


Fig. 4.19: LTI Viewer for SISO Design Task.

se debe tener un buen conocimiento de la forma en que se dibuja el *LGR*. Si no se posee este conocimiento se recomienda leer las secciones 6,1, 6,2 y 6,3 del capítulo 6 del libro *Ingeniería de Control Moderna de Ogata*. Las opciones para agregar o quitar polos o ceros están donde indica la Fig. 2.17.

Se procede a comenzar con el diseño. Para correr los polos hacia la izquierda se agrega un cero en el eje real. Se mueve este cero hasta que el *LGR* pase por los puntos indicados y se arrastran los polos hasta estos puntos. Después de hacer esto la gráfica del *LGR* ha debido quedar como en la Fig. 2.18.

Y la gráfica de la respuesta del sistema que se muestra con la línea azul continúa ha debido quedar como sigue.

En esta imagen se puede apreciar que efectivamente el tiempo de asentamiento de la respuesta del sistema a lazo cerrado ahora se encuentra alrededor de 0,75 segundos. Aunque no es tan claro que se halla cumplido con el requerimiento del porcentaje de sobrepaso. Como se dijo antes al especificar los requerimientos del diseño, *sisotool* traza una gráfica sobre el *LGR* que proporciona una idea de donde deben estar los polos para que el sistema funcione como se desea. Es decir solo da una aproximación.

Ya se logró cumplir con el requerimiento de tiempo de asentamiento pero se generó otro problema y es el gran error en estado estacionario que posee ahora el sistema a lazo cerrado. La salida debe asentarse en un valor de 1 pero lo hace en un valor aproximado de 0,45. Ahora para corregir el error en estado estacionario se agrega un integrador, es decir un polo en el origen. El *LGR* y la gráfica de la respuesta del sistema se observan en la Fig. 2.20.

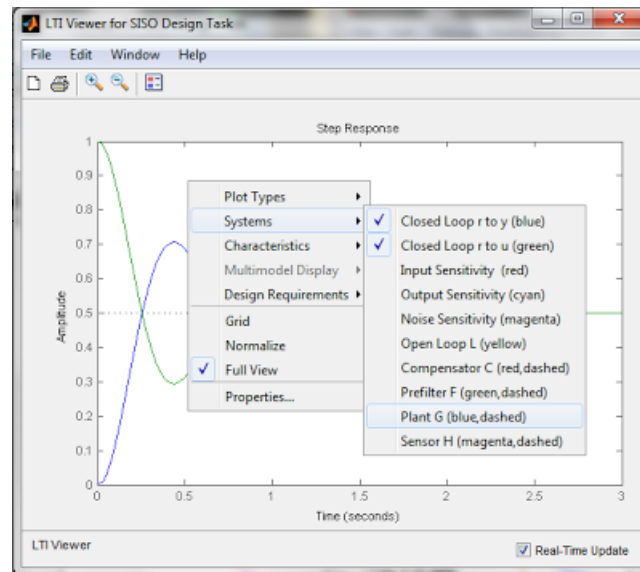


Fig. 4.20: LTI Viewer for SISO Design Task.

Tal como se ve, ahora no hay error en estado estacionario pero todo lo demás se altero y la gráfica del LGR se modifico totalmente. La gráfica del LGR puede restablecerse a forma parecida a la anterior agregando un cero en el eje real entre el cero que se había agregado antes y el polo en el origen que se agregó ahora, ya que esto obliga a que la parte del LGR que empieza desde el polo en el origen llegue solo hasta el nuevo cero que se agregó. Haciendo esto que los polos complejos conjugados que existían originalmente vuelvan a interactuar de la misma forma que antes con el primer cero que se agregó. Al agregar el nuevo cero el LGR queda como se observa en la Fig. 2.21.

Como ahora el polo que esta mas cerca al origen fue el que se agregó, los otros dos polos complejos conjugados no son los dominantes, por lo que las gráficas de los requerimientos de diseño ya no son proporcionan confiabilidad.

Como regla general un sistema es mas estable entre más alejados del origen se encuentren sus polos. Así que se corren los polos a la izquierda para ver el resultado.

Mientras se mueven los polos hacia la izquierda se llega un punto en el que se obtiene la siguiente gráfica de la Fig. 2.22 con la respuesta del sistema.

Como se observa, esta respuesta es bastante mejor de lo que se tenia plantado inicialmente, pero también pueden ocurrir el caso en que no se logra llegar siquiera a los objetivos planteados inicialmente. Si se siguen moviendo los polos a la izquierda la respuesta seguirá mejorando, pero cuando se hace eso se esta aumentando la ganancia del compensador, y no se podrá implementar un compensador que tenga una ganancia muy elevada. Para ver como queda función de transferencia del com-

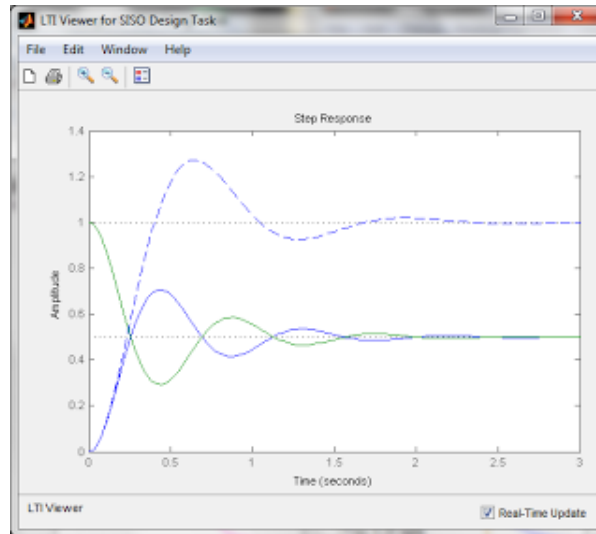


Fig. 4.21: LTI Viewer for SISO Design Task.

pensador se selecciona la opción "*edit compensator*" del menú "*designs*" y se abre una ventana donde se muestra la ecuación del compensador que se debe utilizar para conseguir la respuesta a la que se ha llegado. Tal como en la *Fig. 2.23*.

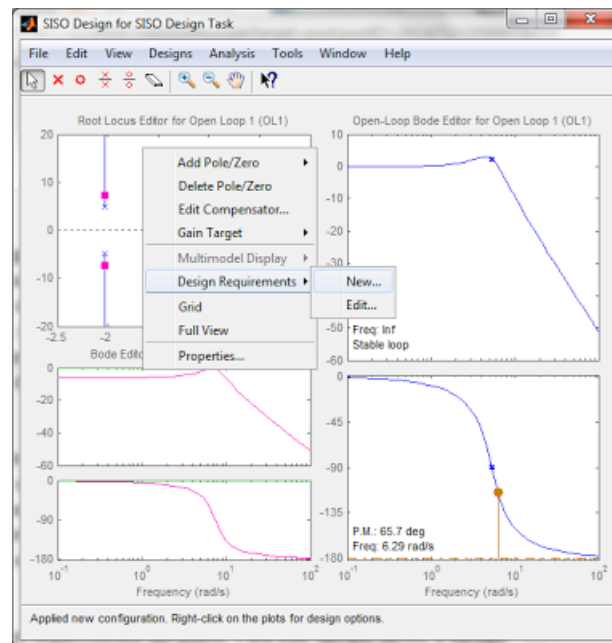


Fig. 4.22: LTI Viewer for SISO Design Task.

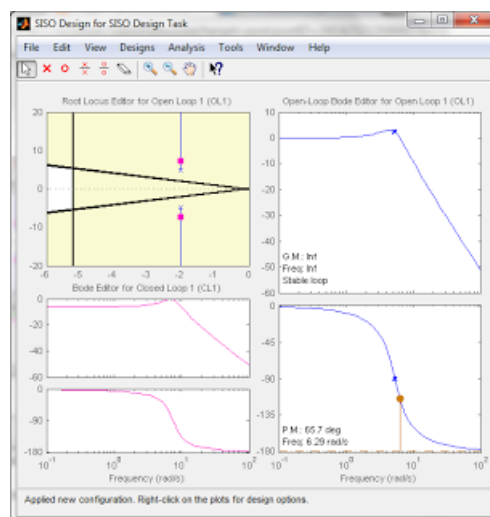


Fig. 4.23: LTI Viewer for SISO Design Task.

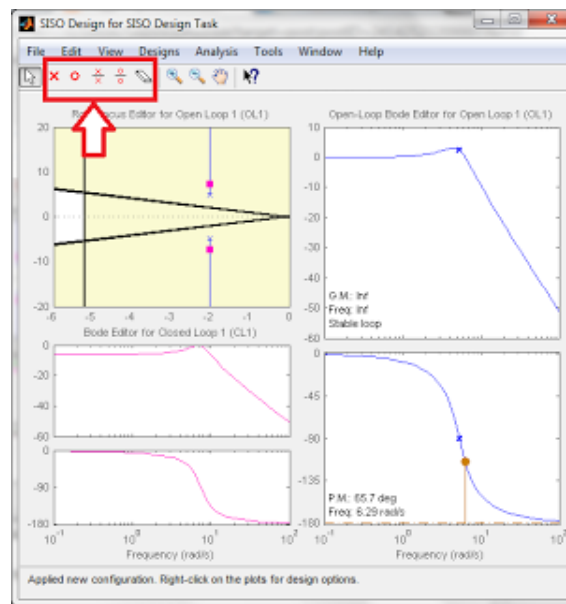


Fig. 4.24: LTI Viewer for SISO Design Task.

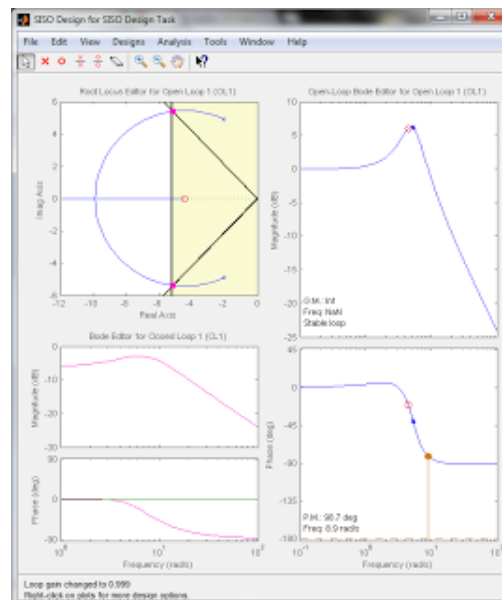


Fig. 4.25: LTI Viewer for SISO Design Task.

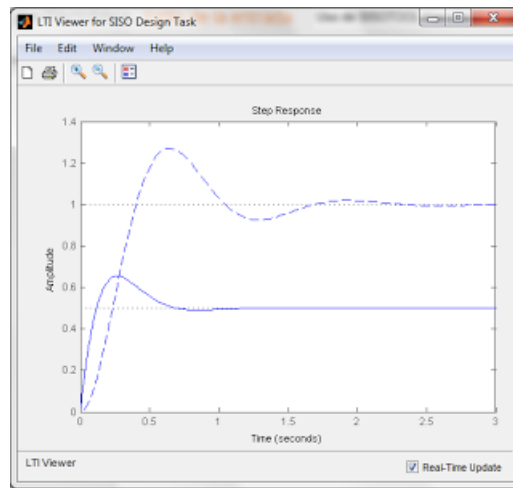


Fig. 4.26: LTI Viewer for SISO Design Task.

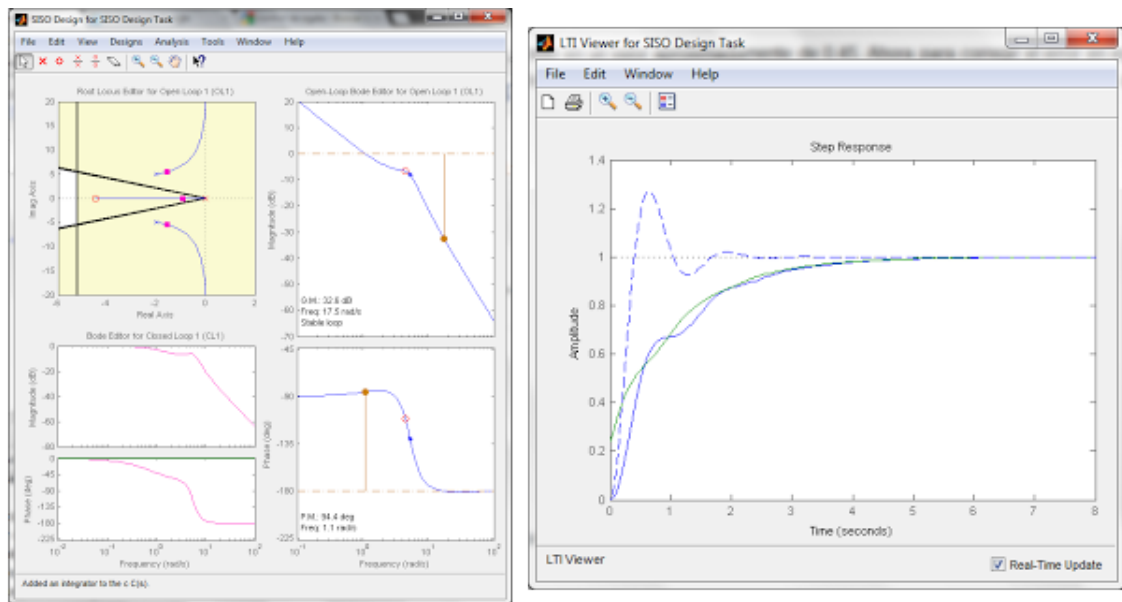


Fig. 4.27: LTI Viewer for SISO Design Task.

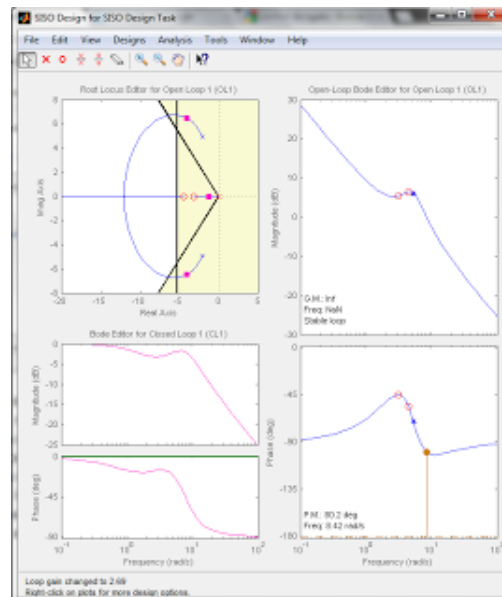


Fig. 4.28: LTI Viewer for SISO Design Task.

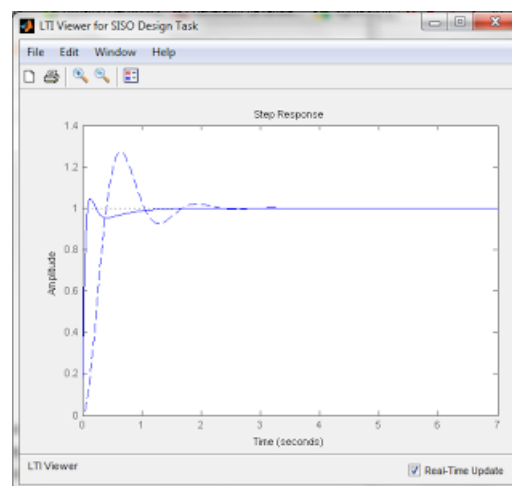


Fig. 4.29: LTI Viewer for SISO Design Task.

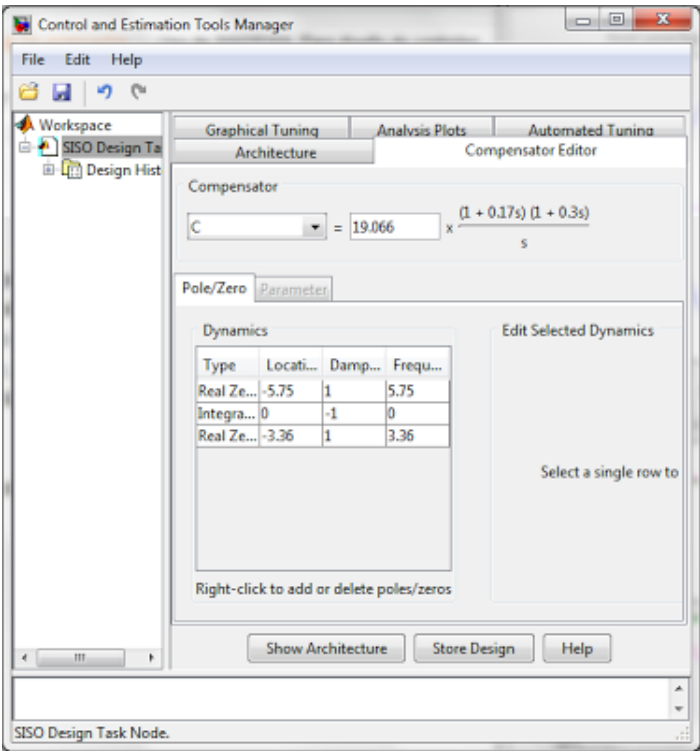


Fig. 4.30: LTI Viewer for SISO Design Task.

Capítulo 5

Diseño Metodologico

5.1. Procedimiento

La figura — muestra el diseño del sistema de entrenamiento de tanques acoplados M-ECCI. El sistema cuenta con dos tanques ubicados en la sección superior del sistema. cada tanque cuenta con un sensor de nivel para determinar la altura del líquido y con un desfogue hacia el tanque de reserva mediante válvulas ubicadas en el ducto de salida de cada tanque.

Además el sistema cuenta con un tanque de reserva, el mismo que proporciona el líquido a ser bombeado hacia los tanques superiores. En la sección inferior se encuentra ubicada una bomba encargada de distribuir el liquido desde el tanque de reserva hacia los demas.

El problema se centra en la obtencion del comportamiento de nivel del liquido a traves del tiempo t de un tanque, dado el flujo de entrada $q_i(t)$. Se asume que el flujo de salida del tanque es una funcion lineal de la altura de liquido en su interior ($q_o = k * h$) y que el tanque tiene un area de seccion transversal constante. Se asume tambien que la densidad y el flujo de entrada $q_i(t)$ son constantes.

5.1.1. Modelo Dinamico Planta M-ECCI

Se toma la ecuación inicial (5.1) para determinar la variación de nivel del tanque teniendo en cuenta los caudales de entrada y salida, así como el área del tanque, la cual se considera constante.

$$A \frac{dh(t)}{dt} = q_i - q_o \quad (5.1)$$

El caudal de salida q_o se a continuación.

$$q_o = \frac{h}{R} \quad (5.2)$$

Se reemplaza (5.1) en (5.2) y se obtiene la ecuación (5.3) para realizar el despeje de la variable a controlar, el nivel del tanque.

$$A \frac{dh(t)}{dt} = q_i - \frac{h}{R} \quad (5.3)$$

Se debe tener en cuenta que h y q_i son variables dependientes del tiempo (t), por tanto se tiene que:

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{q_i(t) - \frac{h(t)}{R}}{A} \quad (5.4)$$

Se opera la ecuación (5.4) para obtener (5.5), una ecuación simplificada.

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{Rq_i(t) - h(t)}{AR} \quad (5.5)$$

En (5.6), se despeja las variable de nivel a un lado de la ecuación a fin de factorizar.

$$A \frac{Rdh}{dt} + h(t) = Rq_i(t) \quad (5.6)$$

Se tiene que AR corresponde a la base de tiempo de la ecuación y R la resistencia que opone la válvula al paso del fluido, sin embargo, este factor es cambiante dependiendo del elemento que se esté usando.

$$\begin{aligned} \tau &= AR \\ K &= R \end{aligned}$$

Se reemplazan los valores anteriores en la ecuación (5.6), de modo que se obtiene:

$$\frac{\tau dh}{dt} + h(t) = Kq_i(t) \quad (5.7)$$

Se aplica transformada de Laplace para derivada de primer orden en la ecuación (5.7).

$$\tau s h(s) + h(s) = Kq_i(s) \quad (5.8)$$

Se factorizan los terminos de altura h .

$$h(s)(\tau s + 1) = Kq_i(s) \quad (5.9)$$

$h(s)$ equivale a la salida del sistema y $q_i(s)$ a la entrada. Ya que el modelo de función de transferencia es $G = out/in$, se tiene que:

$$\frac{h(s)}{q_i(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (5.10)$$

La ecuación (5.10) representa el modelo de función de transferencia de primer orden para la planta.

Para realizar el modelo específico del tanque, es necesario realizar el cambio de variable inverso a la ecuación (5.7) aplicando la ecuación (5.10).

$$\frac{h(s)}{q_i(s)} = \frac{R}{AR + 1} \quad (5.11)$$

5.1.2. Linealización

Sin importar que geometría posea un tanque, el caudal a través de la válvula de salida será proporcional a la raíz cuadrada del nivel del líquido directamente sobre la válvula. De este modo el caudal de salida del tanque q_o , será (5.12):

$$q_o = C\sqrt{h} \quad (5.12)$$

Donde C es la constante que involucra el coeficiente de la válvula y que además está relacionado con la apertura de la misma y h el nivel de líquido en el tanque.

De este modo tenemos que el modelo del proceso de nivel en un tanque, dado por la ecuación (5.1) puede expresarse con la siguiente ecuación.

$$A \frac{dh}{dt} = q_i - C\sqrt{h} \quad (5.13)$$

Donde A es área del tanque y q_i es el flujo de entrada de líquido al tanque.

El primer término de la ecuación (5.13) representa el diferencial de caudal en el tanque, considerando que el área del tanque es uniforme, es decir se mantiene constante, a lo largo de todo el tanque. Observando esta ecuación es posible definir que el modelo representa a un proceso no lineal. La no linealidad se debe a la presencia del término de raíz cuadrada en la ecuación. Una opción para poder trabajar con este modelo es linealizar el término no lineal de dicha ecuación. La función no lineal queda definida en la ecuación (5.14).

$$f(h) = \sqrt{h} \quad (5.14)$$

En este punto, no es posible realizar el procedimiento realizado en la sección anterior, y aplicar la transformada de Laplace. Esto es debido a la presencia del término no lineal para el cual no hay transformada simple. Por medio de la expansión en serie de Taylor, la función puede ser expandida alrededor del punto en estado estacionario h_s , Así.

$$\sqrt{h} = h_s^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} h_s^{-\frac{1}{2}} (h - h_s) \quad (5.15)$$

Donde hs es el valor de h en estado estable.

Entonces reemplazando la ecuacion (5.15) en la ecuacion (5.13) se obtiene:

$$A \frac{dh}{dt} = q_i - C \left[hs^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} hs^{-\frac{1}{2}} (h - hs) \right] \quad (5.16)$$

Asi en la ecuacion (5.16) se tiene la ecuacion del modelo de nivel del tanque linealizada en un punto de estado estable hs . Ahora se procede a definir la variable $y = (h - hs)$ e introducir la variable $u = (q_i - q_{is})$, donde q_{is} representa el valor de caudal de entrada en estado estable.

Adicionalmente se debe recordar que en estado estable $dh/dt = 0$, entonces aplicando esta condicion a la ecuacion (5.13) se obtiene:

$$q_{is} = C\sqrt{hs} \quad (5.17)$$

De este modo la ecuacion (5.16) se convierte en:

$$\tau \frac{dy}{dt} = Ku - y \quad (5.18)$$

Donde se define los valores de las constantes τ y K como sigue a continuacion:

$$\tau = A \frac{2(hs)^{\frac{1}{2}}}{C} \quad (5.19)$$

$$K = \frac{2(hs)^{\frac{1}{2}}}{C} \quad (5.20)$$

La constante τ es denominada constante de tiempo mientras que la constante K es la ganancia de estado estable. Aplicando a la ecuacion (5.18) la transformada de La Place se obtiene la funcion de transferencia (5.21), la cual representa teoricamente el modelo del nivel del tanque en un punto de estado estable hs .

$$y(s) = \frac{K}{\tau s + 1} u(s) \quad (5.21)$$

Se debe recordar que la ecuacion (5.21) es valida solo para el punto de estabilizacion hs , para un nuevo punto de estabilizacion hs_2 los valores de las constantes τ y K seran diferentes.

5.1.3. Diseño de Controlador

El objetivo de llevar a cabo el modelamiento y linealización de la planta en las secciones anteriores es específicamente diseñar un controlador para la misma. El controlador es seleccionado de la familia de controladores PID, de la cual se pretende adoptar la mejor combinacion, que cumpla los requerimientos establecidos. La familia de controladores PID pertenece a los metodos clasicos de control, sin embargo,

existen muchos tipos de configuraciones de controladores que pueden ser estudiados y aplicados a partir del modelo ya obtenido.

Basicamente, usando el modelo de la planta linealizada se encuentran los parámetros de un controlador de la familia PID para la misma, y se evalúan los resultados de las simulaciones.