

Environnements de développement de logiciel

J.F. Santucci

UMR CNRS 6134 SPE

santucci@univ-corse.fr

Le langage Scheme Itération

Récurtivité

La récurrence est un outil d'une puissance inégalée pour :

- Construire des objets [Un entier n n'est pas autre chose que 0 ou le successeur d'un entier naturel].
- Démontrer des théorèmes : $1^2+2^2+\dots+n^2 = n(n+1)(2n+1) / 6$

Exemple pour la factorielle d'un entier naturel :

$$n! = 1 \text{ si } n = 0$$

$$n! = n(n-1)! \text{ sinon}$$

Récurtivité

Ce que nous traduirons naturellement en SCHEME par :

```
(define (fac n) ; n entier naturel, calcule n!  
(if (zero? n) 1 ; le cas de base  
    (* n (fac (- n 1)))) ; le cas général
```

Vous venez de voir une description axiomatique de la factorielle. Vous ne devez pas chercher à savoir comment le calcul se déroule dans la machine !

Récurtivité

```
(fac 4)
= (* 4 (fac 3))
= (* 4 (* 3 (fac 2)))
= (* 4 (* 3 (* 2 (fac 1))))
= (* 4 (* 3 (* 2 (* 1 (fac 0)))))
= (* 4 (* 3 (* 2 (* 1 1))))
= (* 4 (* 3 (* 2 1)))
= (* 4 (* 3 2))
= (* 4 6)
= 24
```

Réversivité

Retenez :

« Une fonction réursive se construit comme une démonstration par récurrence :

On commence par traiter le cas général en trouvant une relation de récurrence $n! = n(n-1)!$

On s'aperçoit qu'il y a une quantité strictement décroissante qui va converger, ici n vers 0 : le cas de base.

N.B. L'oubli du cas de base a des conséquences terribles, vous devinez pourquoi ?

Récurtivité

DANGER : terminaison de la récursion

Question : que se passe-t-il si on écrit (**fact -1**) ?

Réponse : calcul infini !!!

- Il est donc **fondamental** d'être sûr, à l'avance, que la récursion termine bien
- Dans le cas présent, c'est correct car il y l'hypothèse $n \geq 0$
- Mais il nous faut un argument pour "prouver" que la factorielle termine bien en un temps fini si $n \geq 0$

Récurtivité

Puissance de n en Scheme

Objectif : fonction de calcul de la puissance n-ième de x

;;; puissance : Nombre * int/>=0/ -> Nombre

;;; (puissance x n) retourne x à la puissance n

(define (puissance x n)

(if (= n 0) 1

(* x (puissance x (- n 1)))))