

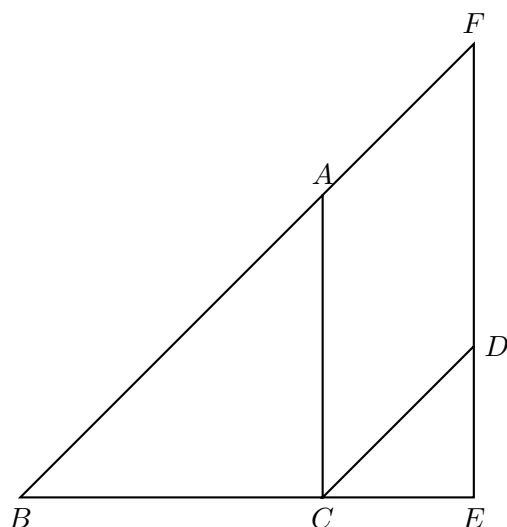
Sitzung 1

Uni-Teil

Zweiter Strahlensatz

Es gilt der erste Strahlensatz.

Skizze:



Es gilt mit dem ersten, erweiterten Strahlensatz und Zentrum B

$$\frac{BC}{CE} = \frac{BA}{AF} \quad (1)$$

sowie für Zentrum E

$$\frac{ED}{DF} = \frac{EC}{CB}$$

und somit natürlich auch

$$\frac{DF}{ED} = \frac{BC}{CE} \quad (2)$$

Aus (1) und (2) folgt dann

$$\begin{aligned} \frac{BA}{AF} &= \frac{DF}{ED} \\ \Leftrightarrow \frac{BA}{DF} &= \frac{AF}{ED} \end{aligned}$$

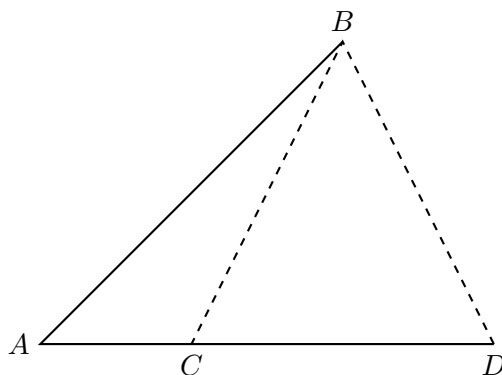
Da $AF \parallel CD$ und $AC \parallel DF$ ist $ACDF$ ein Parallelogramm. Damit gilt $AC = DF$ und folglich

$$\begin{aligned}
 & \frac{BA}{DF} = \frac{AF}{DE} \\
 \Leftrightarrow & \frac{DE}{DF} = \frac{AF}{BA} \\
 \Leftrightarrow & \frac{DE}{DF} = \frac{AF}{BA} \\
 \Leftrightarrow & \frac{DE + DF}{DF} = \frac{AF + BA}{BA} \\
 \Leftrightarrow & \frac{BA}{DF} = \frac{AF + BA}{DE + DF} \\
 \Leftrightarrow & \frac{BA}{AC} = \frac{BF}{EF}
 \end{aligned}$$

Widerlegung der Umkehrung

Betrachte die Punkte $A(0,0), B(2,2), C(1,0), D(3,0)$.

Skizze:



Offenbar gilt

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AB}{BC},$$

doch die Geraden $B \vee C$ und $B \vee D$ sind verschieden, da $C \neq D$, es gilt aber

$$B \in B \vee C \cap B \vee D \neq \emptyset.$$

Folglich sind die Geraden nicht parallel.