

1 Fachwissenschaftliche Auffassung

Zentrische Streckung

Definition

Sei Z ein Punkt der Ebene und k eine von Null verschiedene reelle Zahl. Eine Abbildung der Ebene heißt *zentrische Streckung* mit Zentrum Z und Streckfaktor k ($S(Z; k)$), wenn für jeden Punkt P der Ebene gilt:

- (1) Zentrum Z , Urbild P und Bild P' liegen auf einer Geraden.
- (2) Es gilt $\overrightarrow{ZP'} = k \overrightarrow{ZP}$.

Der Faktor k bestimmt den Typ der Abbildung in folgender Weise:

- (1) Ist $k > 0$, so liegen Punkt und Bildpunkt auf der selben Seite von Z .
- (2) Ist $k < 0$, so liegen Punkt und Bildpunkt auf verschiedenen Seiten von Z .
- (3) Für $k = 1$ erhält man die Identität, für $k = -1$ die Punktspiegelung an Z .
- (4) $S(Z; \frac{1}{k})$ ist die Umkehrabbildung von $S(Z; k)$.

Eigenschaften einer zentrischen Streckung:

- $S(Z; k)$ ist geradentreu. Außerdem sind eine Gerade g und ihre Bildgerade g' stets parallel.
- $S(Z; k)$ ist winkeltreu.
- Die Bildstrecke einer beliebigen Strecke hat die $|k|$ -fache Länge.
- $S(Z; k)$ ist verhältnistreu.

Verkettungen von zentrischen Streckungen

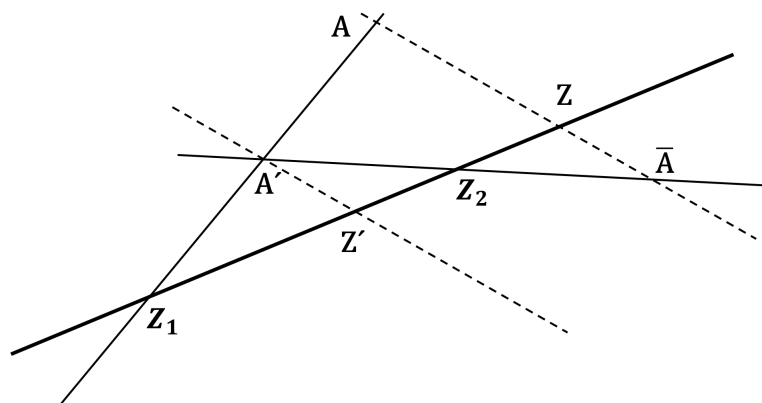
Eine zentrische Streckung bildet Geraden parallel ab. Mit dieser Eigenschaft muss auch die Verkettung von zentrischen Streckungen parallel abbilden, und ist somit insbesondere geraden- und paralleltreue. Winkeltreue und Verhältnistreue ergeben sich mit Folgendem:

Seien $S(Z_1, k_1), S(Z_2, k_2)$, $Z_1 \neq Z_2$ zwei zentrische Streckungen, dann gilt:

- $k_1 k_2 = 1 \Rightarrow S(Z_2, k_2) \circ S(Z_1, k_1)$ ist Verschiebung
- $k_1 k_2 \neq 1 \Rightarrow S(Z_2, k_2) \circ S(Z_1, k_1)$ ist zentrische Streckung mit Zentrum Z Streckfaktor $k = k_1 k_2$.

(Bemerkung: Verschiebungen haben alle Eigenschaften der zentrischen Streckung, sind darüber hinaus sogar längentreu)

Beispiel für Verkettung von zentrischen Streckungen wobei $A \xrightarrow{S(Z_1, k_1)} A' \xrightarrow{S(Z_2, k_2)} \bar{A}$ und hier $k_1 = \frac{1}{2}$, $k_2 = -1$



2 Schulische Auffassung

Definition Eine **zentrische Streckung** wird festgelegt durch das **Streckzentrum** Z und den **positiven Streckfaktor** k .

Zu einem Punkt erhältst du den Bildpunkt wie folgt:

- (1) Wenn der Punkt P nicht mit dem Zentrum zusammenfällt, dann erhält man den Bildpunkt P' wie folgt:
 - (a) Zeichne die Halbgerade \vec{ZP} .
 - (b) Zeichne den Punkt P' auf der Halbgeraden \vec{ZP} so, dass gilt

$$|ZP'| = k \cdot |ZP|$$

- (2) Der Bildpunkt Z' von Z fällt mit Z zusammen: $Z' = Z$.

Zentrische Streckung mit negativem Streckfaktor Eingeführt als zentrische Streckung um $|k|$ und anschließender Punktspiegelung in Z .

Satz Für jede *zentrische Streckung* mit einem positiven Streckfaktor k gilt:

- (a) Gerade und Bildgerade sind parallel.
- (b) Bildstrecke ist k -mal so lang wie Originalstrecke.
- (c) Winkel und Bildwinkel sind gleich groß.