

# Sitzung 1

## Uni-Teil

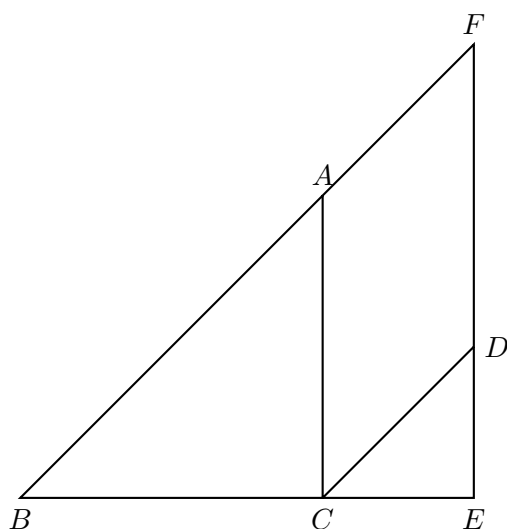
### Erweiterung des ersten Strahlensatzes

$$\begin{aligned} & \frac{a}{c} = \frac{a+b}{c+b} \\ \Leftrightarrow & \frac{c+d}{c} = \frac{a+b}{a} \\ \Leftrightarrow & \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \\ \Leftrightarrow & \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \end{aligned}$$

### Zweiter Strahlensatz

Es gilt der erste Strahlensatz.

**Skizze:**



Es gilt mit dem ersten, erweiterten Strahlensatz und Zentrum  $B$

$$\frac{BC}{CE} = \frac{BA}{AF} \quad (1)$$

sowie für Zentrum  $E$

$$\frac{ED}{DF} = \frac{EC}{CB}$$

und somit natürlich auch

$$\frac{DF}{ED} = \frac{BC}{CE} \quad (2)$$

Aus (1) und (2) folgt dann

$$\begin{aligned} & \frac{BA}{AF} = \frac{DF}{ED} \\ \Leftrightarrow & \frac{BA}{DF} = \frac{AF}{ED} \end{aligned}$$

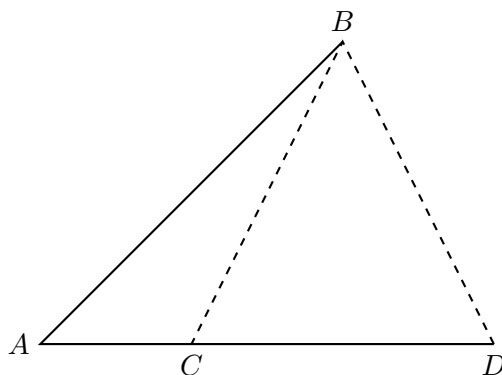
Da  $AF \parallel CD$  und  $AC \parallel DF$  ist  $ACDF$  ein Parallelogramm. Damit gilt  $AC = DF$  und folglich

$$\begin{aligned} & \frac{BA}{DF} = \frac{AF}{DE} \\ \Leftrightarrow & \frac{DE}{DF} = \frac{AF}{BA} \\ \Leftrightarrow & \frac{DE}{DF} = \frac{AF}{BA} \\ \Leftrightarrow & \frac{DE + DF}{DF} = \frac{AF + BA}{BA} \\ \Leftrightarrow & \frac{BA}{DF} = \frac{AF + BA}{DE + DF} \\ \Leftrightarrow & \frac{BA}{AC} = \frac{BF}{EF} \end{aligned}$$

### Widerlegung der Umkehrung

Betrachte die Punkte  $A(0,0), B(2,2), C(1,0), D(3,0)$ .

**Skizze:**



Offenbar gilt

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AB}{BD},$$

doch die Geraden  $B \vee C$  und  $B \vee D$  sind verschieden, da  $C \neq D$ , es gilt aber

$$B \in B \vee C \cap B \vee D \neq \emptyset.$$

Folglich sind die Geraden nicht parallel.

## Sitzung 2

### Schul-Teil

#### Eigenschaften der Zentrischen Streckung (Elemente 5)

Beispiele an Konstruktionen mit maßstäblicher Vergrößerung.

**Definition** Eine **zentrische Streckung** wird festgelegt durch das **Streckzentrum**  $Z$  und den *positiven* **Streckfaktor**  $k$ .

Zu einem Punkt erhältst du den Bildpunkt wie folgt:

- (1) Wenn der Punkt  $P$  nicht mit dem Zentrum zusammenfällt, dann erhält man den Bildpunkt  $P'$  wie folgt:

- (a) Zeichne die Halbgerade  $\overrightarrow{ZP}$ .

- (b) Zeichne den Punkt  $P'$  auf der Halbgeraden  $\overrightarrow{ZP}$  so, dass gilt

$$|ZP'| = k \cdot |ZP|$$

- (2) Der Bildpunkt  $Z'$  von  $Z$  fällt mit  $Z$  zusammen:  $Z' = Z$ .

**Zentrische Streckung mit negativem Streckfaktor** Eingeführt als zentrische Streckung um  $|k|$  und anschließender Punktspiegelung in  $Z$ .

**Diskussion** S.18, Afg 12

**Eigenschaften** Betrachtung verschiedener Abbildungen (vgl S.19)

Abb. ungenau,  
nur intuitive  
Vermutungen

- (1) Drehung + Verkleinerung
- (2) Stauchung von Winkel
- (3) Zentrische Streckung Dreieck
- (4) Verschiedene Streckungsfaktoren

mit Hinblick auf zentrische Streckungen. Beurteilung:

- (1) nicht, da  $AB$  nicht parallel zu  $A'B'$ .
- (2) nicht, da Winkel nicht erhalten.
- (3) ja.
- (4) nicht, da unterschiedliche Streckfaktoren.

**Satz** Für jede *zentrische Streckung* mit einem positiven Streckfaktor  $k$  gilt:

- (a) Gerade und Bildgerade sind parallel.
- (b) Bildstrecke ist  $k$ -mal so lang wie Originalstrecke.
- (c) Winkel und Bildwinkel sind gleich groß.

**Beweis des Satzes**

(a) Wird nicht bewiesen.

(b) Betrachtung zweier Fälle

(a) Fall: Die Strecke  $AB$  liegt auf einer Geraden durch das Streckzentrum.

$$Z \in A \vee B$$

(b) Fall:

(c)

□

**Vergleich der Schulbücher**