

MASTER OF SCIENCE IN ENGINEERING
Vertiefungsmodul I

Tragverhalten von
Stahlbetontragwerken

Grundlagen

Pascal Gitz

Horw, Donnerstag, 7. September 2023

Advisor: Prof. FH, Dr. Daniel Heinzmann
Experte: Dr. Thomas Jäger

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig angefertigt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe. Sämtliche verwendeten Textausschnitte, Zitate oder Inhalte anderer Verfasser wurden ausdrücklich als solche gekennzeichnet.

Horw, 21. Januar 2023

Pascal Gitz

Kurzfassung

In dieser Arbeit wird eine Tragwerksanalyse des Bemessungsbeispiels aus der SIA Dokumentation D0192, Kapitel 4.2.1.1 durchgeführt. Dabei wird ein linear-elastisches Werkstoffverhalten vorausgesetzt. Weiter wird die Wand nur für den Grenzzustand der Tragsicherheit Typ 2 bemessen. Die Gebrauchstauglichkeit sowie der gerissene Zustand werden in dieser Arbeit nicht betrachtet.

[illegible]

Tragsicherheit Typ 2 bemessen. Die Gebrauchstauglichkeit sowie der gerissene Zustand werden in dieser Arbeit nicht betrachtet.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	6
1.1	Hintergrund	6
2	Gebrauchstauglichkeit	8
2.1	Zuggurtmodell	8
2.2	Biegeverformungen	8
2.3	Mohrsche Analogie	9
3	Zuggurtmodell	10
3.1	Verbund Schubspannungs-Schlupfbeziehung	10
4	Numerische Integration der Krümmung	11
4.1	Einführung	11
4.2	Momenten-Krümmungsdiagramm	11
	Literatur	21

1 Einleitung

1.1 Hintergrund

Aufbauend auf den bisherigen Grundlagen der Vorlesungen Beton- und Stahlbau und Betonbau und Mauerwerk behandelt dieses Modul ausgewählte weiterführende Themen im Bereich des Stahlbetonbaus. In den bisherigen Lehrveranstaltungen stand die Tragsicherheit, die Ermittlung der Traglast und die sichere Bemessung von Stahlbetontragelementen im Vordergrund. Oft werden jedoch Überlegungen bezüglich Durchbiegungen, Steifigkeiten, mögliche Zwangsbeanspruchungen und die Dauerhaftigkeit eines Bauwerks massgebend für den konzeptionellen Entwurf und die spätere Bemessung eines Tragwerks. Diese Themen werden im Rahmen der Gebrauchstauglichkeit in diesem ersten Teil der Autographie aufgegriffen. Die rechnerische Behandlung des ausgeprägten nichtlinearen Last-Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen, welche mit der Rissbildung einhergeht, wird anhand von Berechnungsbeispielen aufgezeigt und mögliche konstruktive Massnahmen zur Gewährleistung der Anforderungen werden illustriert. Der vorliegende Teil der Autographie basiert auf dem Skript von Prof. Dr. Daniel Heinzmann vom FS 2018 an der Hochschule Luzern sowie diverse Forschungsarbeiten und Publikationen. Ferner gilt meinen Dank Frau Barbara Sorrentino und Herrn Gian-Luca Stecher für die Durchsicht des Skripts sowie die Erarbeitung der Beispiele und Beispiellösungen. Horw, 2020

Aufbauend auf den bisherigen Grundlagen der Vorlesungen Beton- und Stahlbau und Betonbau und Mauerwerk behandelt dieses Modul ausgewählte weiterführende Themen im Bereich des Stahlbetonbaus. In den bisherigen Lehrveranstaltungen stand die Tragsicherheit, die Ermittlung der Traglast und die sichere Bemessung von Stahlbetontragelementen im Vordergrund. Oft werden jedoch Überlegungen bezüglich Durchbiegungen, Steifigkeiten, mögliche Zwangsbeanspruchungen und die Dauerhaftigkeit eines Bauwerks massgebend für den konzeptionellen Entwurf und die spätere Bemessung eines Tragwerks. Diese Themen werden im Rahmen der Gebrauchstauglichkeit in diesem ersten Teil der Autographie aufgegriffen. Die rechnerische Behandlung des ausgeprägten nichtlinearen Last-Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen, welche mit der Rissbildung einhergeht, wird anhand von Berechnungsbeispielen aufgezeigt und mögliche konstruktive Massnahmen zur Gewährleistung der Anforderungen werden illustriert. Der vorliegende Teil der Autographie basiert auf dem Skript von Prof. Dr. Daniel Heinzmann vom FS 2018 an der Hochschule Luzern sowie diverse Forschungsarbeiten und Publikationen. Ferner gilt meinen

KAPITEL 1. EINLEITUNG

Dank Frau Barbara Sorrentino und Herrn Gian-Luca Stecher für die Durchsicht des Skripts sowie die Erarbeitung der Beispiele und Beispiellösungen. Horw, 2020

Aufbauend auf den bisherigen Grundlagen der Vorlesungen Beton- und Stahlbau und Betonbau und Mauerwerk behandelt dieses Modul ausgewählte weiterführende Themen im Bereich des Stahlbetonbaus. In den bisherigen Lehrveranstaltungen stand die Tragsicherheit, die Ermittlung der Traglast und die sichere Bemessung von Stahlbetontragelementen im Vordergrund. Oft werden jedoch Überlegungen bezüglich Durchbiegungen, Steifigkeiten, mögliche Zwangsbeanspruchungen und die Dauerhaftigkeit eines Bauwerks massgebend für den konzeptionellen Entwurf und die spätere Bemessung eines Tragwerks. Diese Themen werden im Rahmen der Gebrauchstauglichkeit in diesem ersten Teil der Autographie aufgegriffen. Die rechnerische Behandlung des ausgeprägten nichtlinearen Last-Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen, welche mit der Rissbildung einhergeht, wird anhand von Berechnungsbeispielen aufgezeigt und mögliche konstruktive Massnahmen zur Gewährleistung der Anforderungen werden illustriert. Der vorliegende Teil der Autographie basiert auf dem Skript von Prof. Dr. Daniel Heinzmann vom FS 2018 an der Hochschule Luzern sowie diverse Forschungsarbeiten und Publikationen. Ferner gilt meinen Dank Frau Barbara Sorrentino und Herrn Gian-Luca Stecher für die Durchsicht des Skripts sowie die Erarbeitung der Beispiele und Beispiellösungen. Horw, 2020

2 Gebrauchstauglichkeit

Folgend werden die wichtigsten Grundsätze nach [1] in eigenen Worten beschrieben.

2.1 Zuggurtmodell

Das Zuggurtmodell beschreibt das Spannungsdehnungs-Verhalten eines Beton-Betonstahl Verbundquerschnitts. Folgende Verhaltenswerte sind ausschlaggebend:

- Der Verbund verhält sich bis zum Reißen des Betons linear elastisch.
- Beim Reißen des Betons entstehen Risse. Der Rissabstand kann mittels einer Gleichung eingegrenzt werden.
- Im Riss ist der Beton Spannungsfrei.
- Zwischen den Rissen herrscht ein Gleichgewicht zwischen Betonstahlspannung und Verbundschubspannung, sowie der Einwirkung.
- Die Verbundschubspannung kann anhand einer Verbundschubspannungs-Schlupfbeziehung ermittelt werden. Dabei gilt, der Schlupf ist bei den Rissen maximal und führt zu null in der Mitte des Rissbereichs.
- Bei weiterer Laststeigerung beginnt der Betonstahl im Riss zu fließen.
- Durch das Fließen des Stahls entstehen weitere Risse. Sowie gilt beim Fließen, dass sich die Verbundschubspannung reduziert. Durch die Reduktion der Verbundschubspannung erhöht sich die Stahlspannung im Bereich, welcher noch nicht fließt (vom Riss richtung Zentrum des Rissbereichs).
- Aus dem Modell lassen sich mittlere Dehnungen ermitteln, welche ein Mass für die Rissbreiten geben.

Allgemein gilt es Schwinddehnungen zu berücksichtigen.

2.2 Biegeverformungen

- Aufgrund eines Momenten-Krümmungsdiagramms können Biegeverformungen bestimmt werden.
- Es gilt zwischen einer gerissenen und einer ungerissenen Biegesteifigkeit zu unterscheiden. Diese können leicht an einem Querschnitt ermittelt werden.

- Wie erwähnt, berücksichtigt das Zuggurtmodell eine Verbund Schubspannung im Rissbereich (zwischen zwei Rissen). Dies wird folgend als Zugversteifung bezeichnet.
- Marti hat einen Ansatz um die Zugversteifung bei Biegeverformungen zu berücksichtigen. Dabei wird eine Krümmungsdifferenz ermittelt. Diese ist Belastungsunabhängig und folglich eine Vereinfachung.

2.3 Mohrsche Analogie

- Wird bei einem Biegeträger die Momentenlinie zwei mal abgeleitet, so erhält man die Belastung. Dazu gilt, wird die Deformation zwei mal abgeleitet, so erhält man die Momentenlinie geteilt durch die Biegesteifigkeit.

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = M'' = -q_z$$

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = w'' = -\frac{M}{EI}$$

- Die Biegelinien sind für geübte Studenten einfach zu bestimmen. Die Analogie besteht in der zweimaligen Ableitung. Wird nun die Biegelinie als Einwirkung auf das System gegeben, kann daraus die Verformungslinie bestimmt werden.
- Es gilt das System mit entsprechenden Randbedingungen zu erstellen, dazu gibt es eine Tabelle für Auflager im analogen System (Analogieträger).

3 Zuggurtmodell

3.1 Verbundschubspannungs-Schlupfbeziehung

Die Verbundschubspannungs-Schlupfbeziehung wird in [1] folgendermassen postuliert: Es wird hier auf die Stahlspannung sich bezogen, nicht auf den Schlupf

$$\tau_b(\sigma_s) = \begin{cases} 0 & \text{for } \sigma_s \leq 0 \\ 0.6 f_{cc}^{\frac{2}{3}} & \text{for } f_{sy} \geq \sigma_s \\ 0.3 f_{cc}^{\frac{2}{3}} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.1)$$

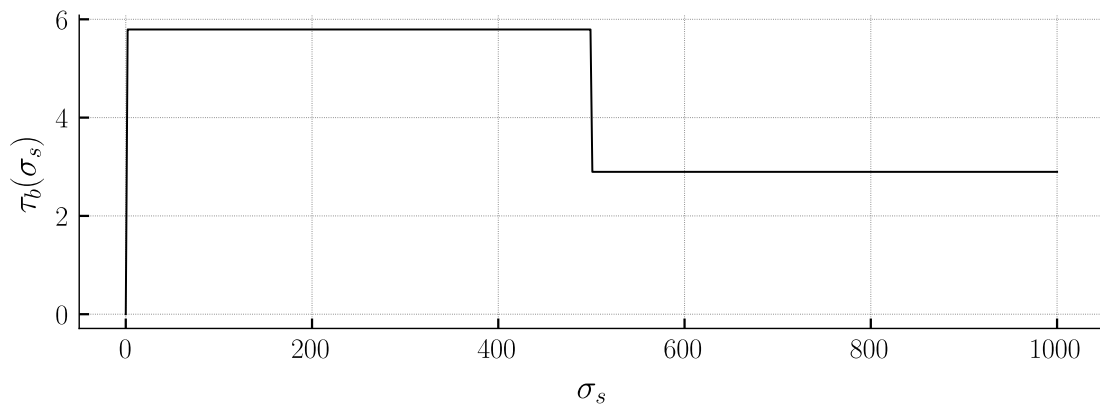


Abbildung 3.1: Verbundschubspannung als Funktion der Betonstahlspannung

4 Numerische Integration der Krümmung

4.1 Einführung

Ziel ist die Deformationen des Versuchs A3 in der Versuchsanordnung 2 aus [2] nachzurechnen.

4.2 Momenten-Krümmungsdiagramm

Das Momenten-Krümmungsdiagramm ist geeignet zur Beschreibung des Tragverhaltens von überwiegend auf Biegung beanspruchte Stabtragwerke. Zur rechnerischen Ermittlung gelten folgende Annahmen, wie in [1] beschrieben:

- Eben- und senkrechtbleiben der Querschnitte
- Die Betonzugfestigkeit f_{ct} wird, für Zustände nach dem Überschreiten von f_{ct} , vernachlässigt
- Linear elastisches Verhalten von Stahl und Beton für die Spannungs- und Verformungsberechnung
- Die Bewehrung überträgt Zug- und Druckkräfte ausschliesslich in Stabrichtung

4.2.1 Anwendung auf Versuchsbeispiel

Folgend wird ein Momentenkrümmungsdiagramm für den Querschnitt aus dem beschriebenen Versuch berechnet. Die vorhandene Querkraftbewehrung ist nicht dargestellt in Abbildung 4.1.

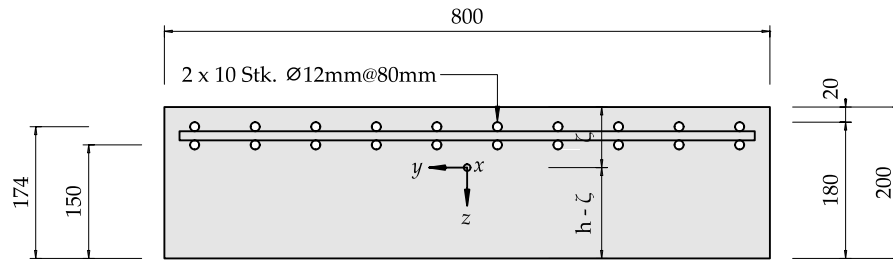


Abbildung 4.1: Querschnitt des Versuchs A3 zur Bestimmung des Momenten-Krümmungsdiagramms

4.2.1.1 Verwendete Parameter

$E_c = \frac{37700.0\text{N}}{\text{mm}^2}$	$E_s = \frac{200000.0\text{N}}{\text{mm}^2}$
$F = 210000\text{N}$	$\varnothing_s = 12.0\text{mm}$
$b = 800.0\text{mm}$	$c_{nom} = 20.0\text{mm}$
$f_{ct} = \frac{3.0\text{N}}{\text{mm}^2}$	$h = 200.0\text{mm}$
$s_x = 80.0\text{mm}$	

4.2.1.2 Schwerpunkt des Querschnitts

Durch die Bestimmung der Wertigkeit n kann der Querschnitt als homogener Betonquerschnitt zur Bestimmung des Schwerpunkts behandelt werden.

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad (4.1)$$

$$n = 5.3 \quad (4.2)$$

Die Querschnittsfläche der Bewehrung:

$$A_s = 2m \frac{\pi \varnothing_s^2}{4s_x} \quad (4.3)$$

$$A_s = 2827.0\text{mm}^2 \quad (4.4)$$

Die Betonquerschnittsfläche:

$$A_c = bh \quad (4.5)$$

$$A_c = 160000.0 \text{mm}^2 \quad (4.6)$$

Die ideelle Querschnittsfläche resultiert zu:

$$A_i = A_c + A_s (n - 1) \quad (4.7)$$

$$A_i = 172172.0 \text{mm}^2 \quad (4.8)$$

$$\zeta_c = \frac{\frac{A_c h}{2} + A_s (1.5 \varnothing_s + c_{nom}) (n - 1)}{A_i} \quad (4.9)$$

$$\zeta_c = 95.6 \text{mm} \quad (4.10)$$

4.2.1.3 Flächenträgheitsmoment

Das Flächenträgheitsmoment wird ebenfalls am ideellen Querschnitt bestimmt. Die Eigenträgheitsmomente der Kreisquerschnitte der Bewehrung sind nicht berücksichtigt, lediglich der Steiner-Anteil fließt in die Berechnung ein:

$$I^I = A_s (n - 1) \left(\frac{3\varnothing_s}{2} + c_{nom} - \zeta_c \right)^2 + \frac{bh^3}{12} + bh \left(\frac{h}{2} - \zeta_c \right)^2 \quad (4.11)$$

$$I^I = 5.77 \cdot 10^8 \text{mm}^4 \quad (4.12)$$

$$E_c I^I = E_c \left(A_s (n - 1) \left(\frac{3\varnothing_s}{2} + c_{nom} - \zeta_c \right)^2 + \frac{bh^3}{12} + bh \left(\frac{h}{2} - \zeta_c \right)^2 \right) \quad (4.13)$$

$$E_c I^I = 2.17 \cdot 10^7 \text{m}^2 \text{N} \quad (4.14)$$

4.2.1.4 Rissmoment

Durch die Ermittlung des Rissmoments kann die Krümmung vor dem Reißen des Betons ermittelt werden. Der Querschnitt wird als frei von Eigenspannungen betrachtet:

$$W_c = \frac{2I^I}{h} \quad (4.15)$$

$$W_c = 0.00577\text{m}^3 \quad (4.16)$$

$$M_r = W_c f_{ct} \quad (4.17)$$

$$M_r = 1.73 \cdot 10^4 \text{mN} \quad (4.18)$$

$$\chi_r = \frac{M_r}{E_c I^I} \quad (4.19)$$

$$\chi_r = \frac{7.96 \cdot 10^{-7}}{\text{mm}} \quad (4.20)$$

4.2.1.5 Gerissen Elastisch

Nach dem Reißen des Betons bestimmt sich die Biegesteifigkeit aus der Dehnung des Betonstahls. Dabei wird eine allfällige Zugversteifung zwischen den Rissen vernachlässigt.

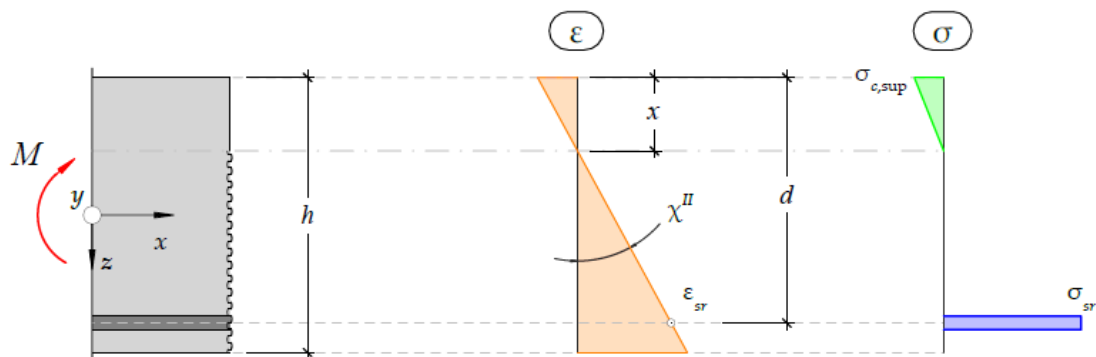


Abbildung 4.2: Alt text

KAPITEL 4. NUMERISCHE INTEGRATION DER KRÜMMUNG

Dabei beträgt die statische Höhe:

$$d = -\frac{3\phi_s}{2} - c_{nom} + h \quad (4.21)$$

$$d = 162.0\text{mm} \quad (4.22)$$

Der Bewehrungsgehalt:

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad (4.23)$$

$$\rho = 0.0218 \quad (4.24)$$

Die Druckzonenhöhe:

$$x = d \left(-n\rho + \sqrt{n^2\rho^2 + 2n\rho} \right) \quad (4.25)$$

$$x = 61.4\text{mm} \quad (4.26)$$

Daraus lässt sich die gerissene Biegesteifigkeit ermitteln:

$$I^{II} = A_s (d - x) \left(d - \frac{x}{3} \right) \quad (4.27)$$

$$I^{II} = 4.03 \cdot 10^7 \text{mm}^4 \quad (4.28)$$

$$E_s I^{II} = A_s E_s (d - x) \left(d - \frac{x}{3} \right) \quad (4.29)$$

$$E_s I^{II} = 8.05 \cdot 10^6 \text{m}^2\text{N} \quad (4.30)$$

4.2.1.6 Momenten-Krümmungsdiagramm

Abschliessend lässt sich daraus die Beziehung zwischen Moment und Krümmung darstellen:

$$\chi(M) = \begin{cases} 0 & \text{for } M < 0 \\ \frac{M}{E_c I^I} & \text{for } 0 \leq M < M_r \\ \frac{M}{E_s I^{II}} + \frac{M_r}{E_c I^I} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.31)$$

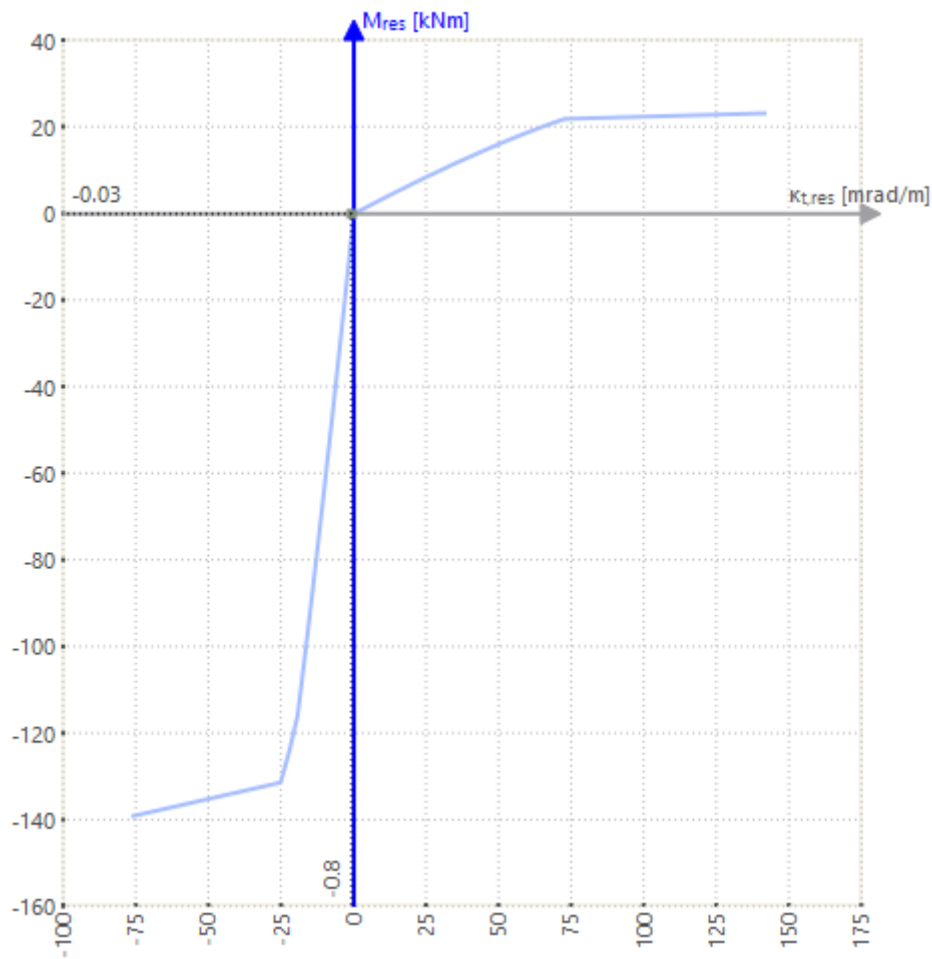


Abbildung 4.3: Momenten-Krümmungsdiagramm aus RFEM

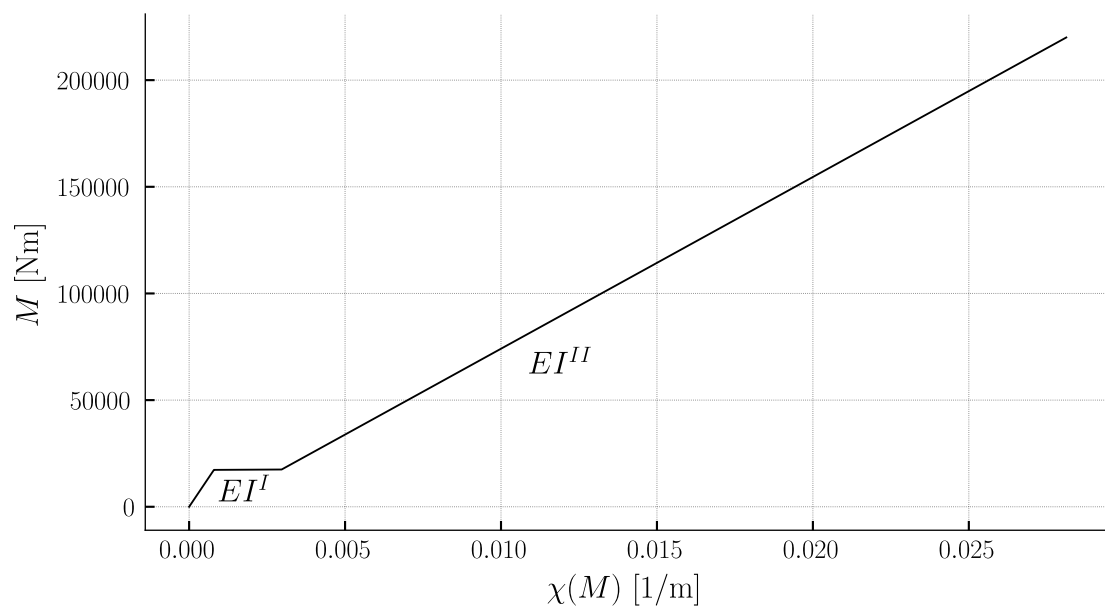


Abbildung 4.4: Momenten-Krümmungsdiagramm händisch ermittelt, definiert im positiven Bereich

4.2.1.7 Zustandslinien der Biegemomente

Da die Beziehung zwischen Biegemoment und Krümmung bestimmt ist, kann ein Krümmungsverlauf über die Stabachse ermittelt werden. Dieser ist abhängig von der Funktion der Biegemomente zur Stabachse.

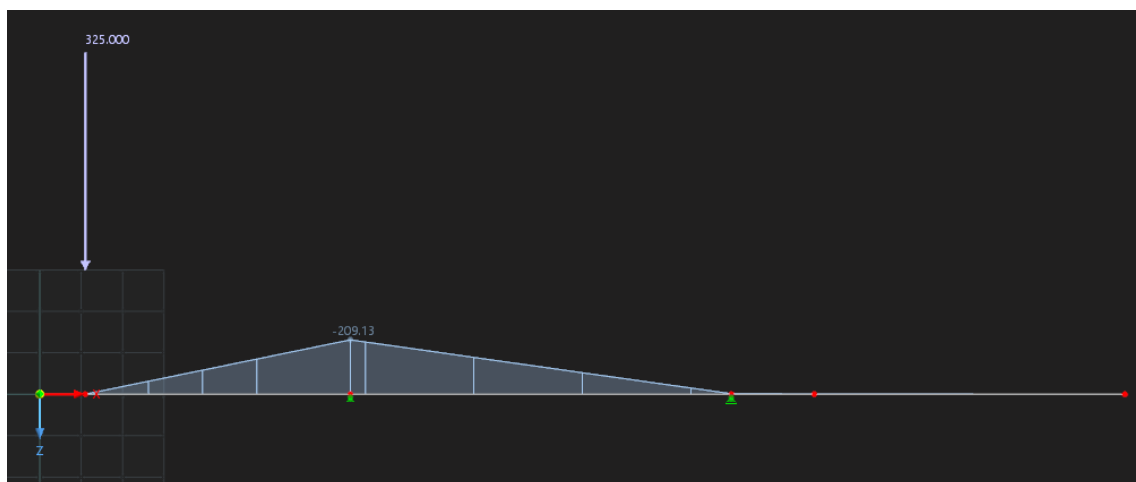


Abbildung 4.5: Aus RFEM6

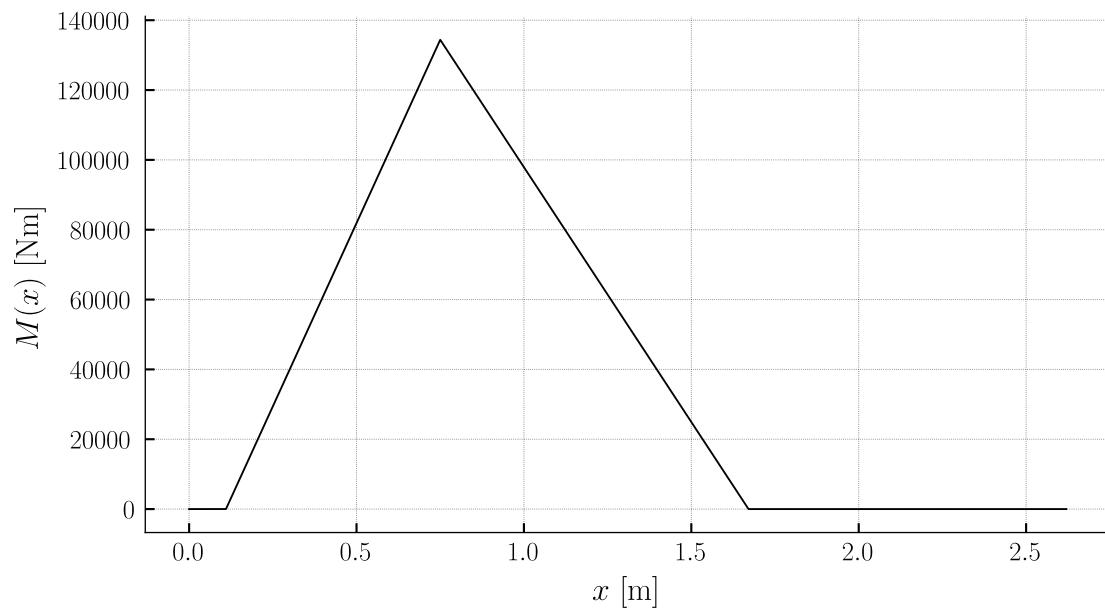


Abbildung 4.6: Biegemomentenverlauf für die Laststufe LS14

4.2.1.8 Zustandslinien der Krümmung

Die Funktion der Biegemomente $M(x)$ als Eingabe in die Funktion der Krümmung $\chi(M)$ resultiert zu folgender Zustandslinie der Krümmung.

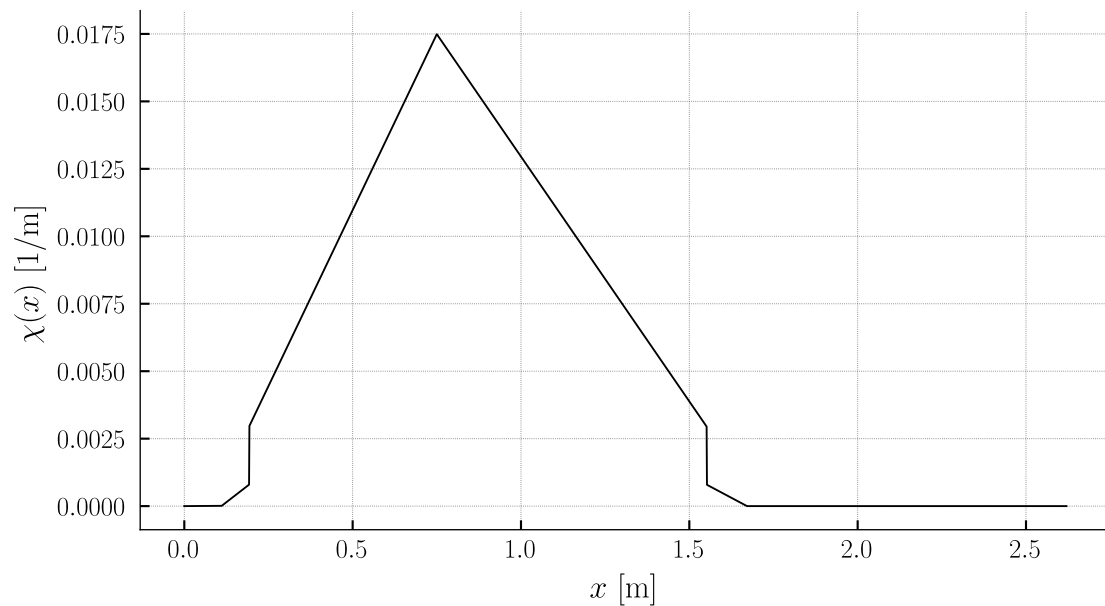


Abbildung 4.7: Krümmungsverlauf für die Laststufe LS14 entlang der Stabachse

4.2.1.9 Punktueller Bestimmung der Deformation

Unter Anwendung der Arbeitsgleichung kann die Deformation nach Gleichung 4.32 bestimmt werden.

$$w = \int_0^l \bar{M}(x) \cdot \frac{M(x)}{EI} dx \quad (4.32)$$

Wobei $\frac{M(x)}{EI} = \chi(x)$ gilt.

Das heisst es gilt die Zustandslinien der Krümmung multipliziert mit der Zustandslinie der Biegemomente des virtuellen Kräftezustands über die Stablänge zu integrieren.

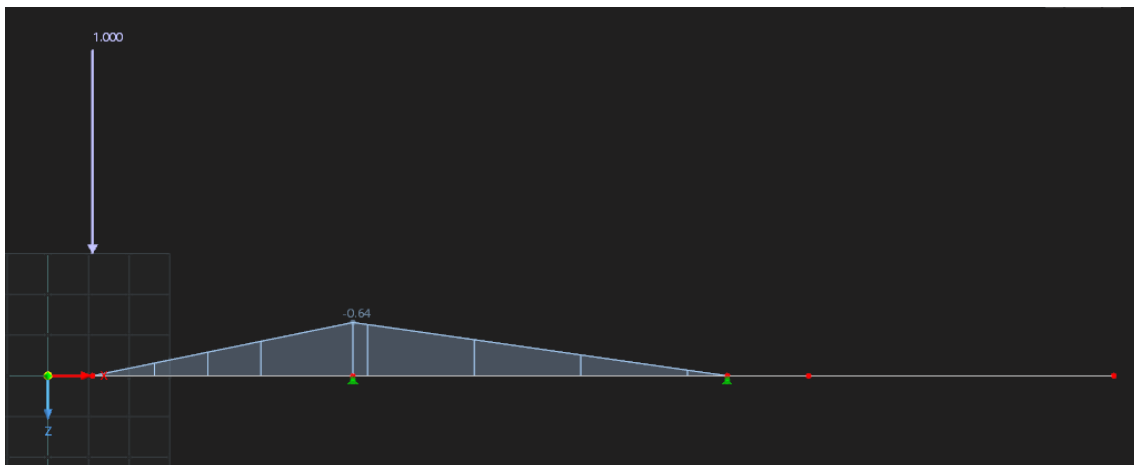


Abbildung 4.8: Aus RFEM6 für Einheitskraft

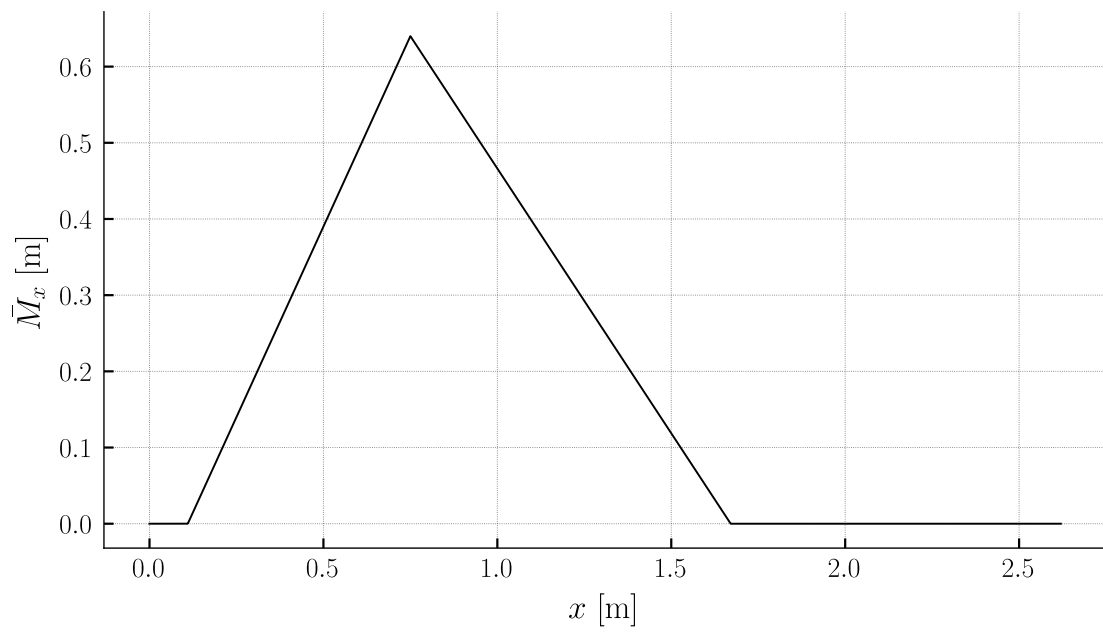


Abbildung 4.9: Biegemomentenverlauf für den virtuellen Kräftezustand

Unter Anwendung der Gleichung 4.32 folgt die Deformation bei der Krafteinleitung F_A zu:

$$w_{p1} = 5.94\text{mm} \quad (4.33)$$

Literatur

1. Spathelf C (2022) Skript Teil 2: Gebrauchstauglichkeit. Betonbau - Ausgewählte Kapitel Hochschule Technik & Architektur Luzern
2. Jäger T, Marti P (2006) Versuche zum Querkraftwiderstand und zum Verformungsvermögen von Stahlbetonplatten. IBK Bericht 294. <https://doi.org/10.3929/ethz-a-005195576>