Testat 1 - Aufgabenstellung

Lagerkraft- und Schnittgrössen

Gegeben ist das statische System in Abbildung 1.

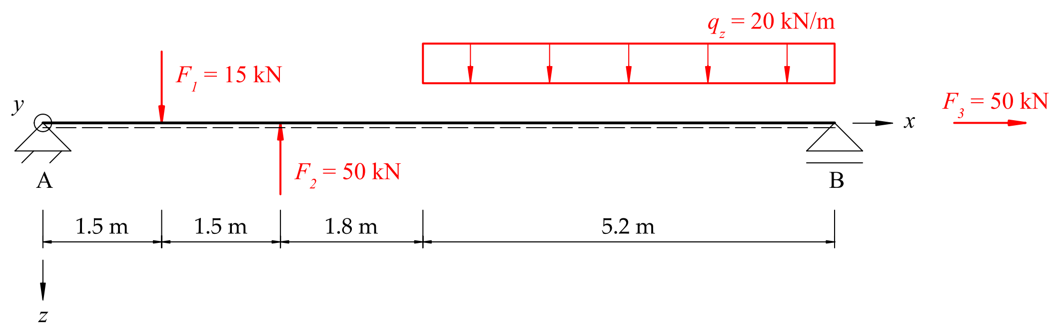

Abbildung 1: Ein einfacher Balken mit Streckenlast und Punktlasten

Gesucht:

- Zeichnen Sie ein Schnittkörperdiagramm des gesamten statischen Systems (SKD) und bestimmen Sie die Lagerkraftgrössen in A und B.
- Kontrollieren Sie Ihre Berechnung der Lagerkraftgrössen.
- Bestimmen Sie die Schnittgrössen Normalkraft N_x, Querkraft V_z und Biegemoment M_y an der Stelle $x = 4$ m.

Testat 1 - Musterlösung

Schnittkörperdiagramm

Das Schnittkörperdiagramm für das gesamte System ist in Abbildung 2 gezeigt. Es sind lediglich die Auflagersymbole durch entsprechende Reaktionskräfte zu ersetzen.

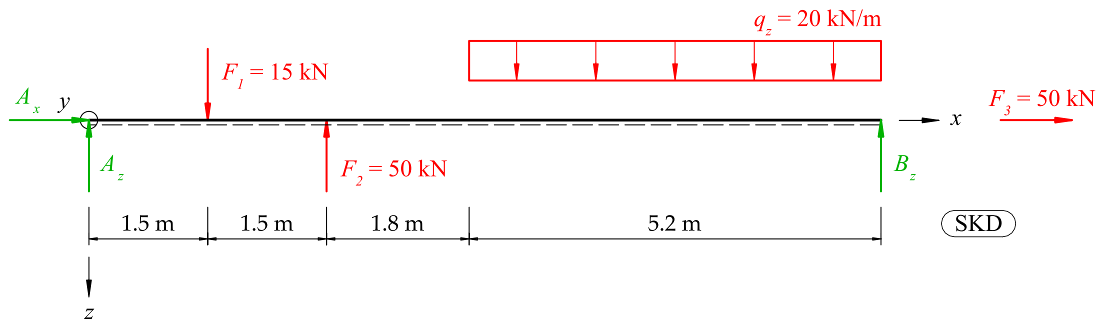

Abbildung 2: Schnittkörperdiagramm des einfachen Balkens

Auflagerkräfte

Zuerst wird B_z ermittelt, dies kann durch Gleichgewicht der Momente um Punkt A geschehen.

$$\sum_{A}^{\curvearrowleft +} M_y = 0 \tag{1}$$

$$0 = B_z 10\text{m} - F_1 \cdot 1.5\text{m} + F_2 \cdot 3\text{m} - q_z 5.2\text{m} 7.4\text{m} \tag{2}$$

$$B_z = 3.848 q_z \text{m} + 0.15 F_1 - 0.3 F_2 \tag{3}$$

$$B_z = 64.21\text{kN} \tag{4}$$

Anhand des Momentengleichgewichts um Punkt B kann A_z ermittelt werden.

$$\sum_{B}^{\curvearrowleft +} M_y = 0 \tag{5}$$

$$0 = -A_z 10\mathrm{m} + F_1 \cdot 8.5\mathrm{m} - F_2 \cdot 7\mathrm{m} + q_z 5.2\mathrm{m} 2.6\mathrm{m} \tag{6}$$

$$A_z = 1.352 q_z \mathrm{m} + 0.85 F_1 - 0.7 F_2 \tag{7}$$

$$A_z = 4.79\mathrm{kN} \tag{8}$$

Die horizontale Auflagerreaktion A_x kann durch Gleichgewicht der horizontalen Kräfte ermittelt werden:

$$\sum^{\rightarrow +} F_x = 0 \tag{9}$$

$$0 = A_x + F_3 \tag{10}$$

$$A_x = -F_3 \tag{11}$$

$$A_x = -50.0\mathrm{kN} \tag{12}$$

Kontrolle der Lagerkraftgrössen

Da beide Auflagerkräfte in z-Richtung mittels eines Momentengleichgewichts bestimmt worden sind, bleibt die Summe aller Kräfte in z-Richtung zur Kontrolle der Grössen.

$$\downarrow^{+} \sum F_z = 0 \tag{13}$$

$$0 = 5.2 q_z \mathrm{m} - A_z - B_z + F_1 - F_2 \tag{14}$$

$$0 = 69.0\text{kN} - A_z - B_z \tag{15}$$

$$0 = 0 \tag{16}$$

Es zeigt sich, dass die Gleichgewichtsbedingung auch in z-Richtung eingehalten ist.

Schnittkräfte

Die Schnittkräfte lassen sich anhand eines SKDs bestimmen. Dabei ist das System an der gewünschten Stelle zu schneiden. Am Schnittufer sind die Schnittkräfte einzuführen. Dabei ist die Vorzeichenkonvention zu beachten, welche sich anhand des Schnittufers (positv / negativ) unterscheidet. Die Wahl des Schnittufers ist nicht relevant, da sich die Schnittkräfte an diesem Punkt im Gleichgewicht befinden, sind die Resultate identisch.

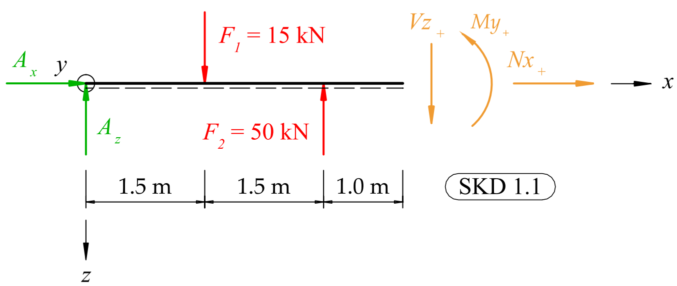

Abbildung 3: Schnittkörperdiagramm an der Stelle $x = 4$m mit positivem Schnittufer

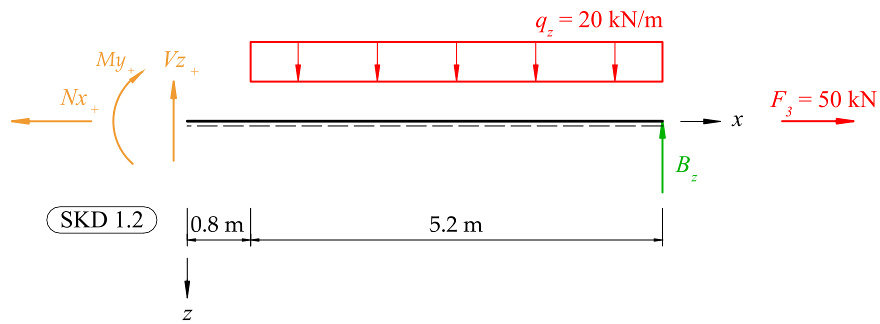

Abbildung 4: Schnittkörperdiagramm an der Stelle $x = 4\text{m}$ mit negativem Schnittufer

Die Abbildung 3 und Abbildung 4 zeigen ein negatives und positives Schnittufer für die gleiche Stelle im System. Zur Ermittlung der Schnittkräfte gilt es nun die Gleichgewichtsbedingungen anzuwenden.

Für das System in Abbildung 3, die Bestimmung der Querkraft:

$$\downarrow^{+} \sum_{x=4m} F_z = 0 \tag{17}$$

$$0 = -A_z + F_1 - F_2 + V_z(4\text{m}) \tag{18}$$

$$V_z(4\text{m}) = A_z - F_1 + F_2 \tag{19}$$

$$V_z(4\text{m}) = 39.79\text{kN} \tag{20}$$

Die Bestimmung der Normalkraft:

$$\sum_{x=4m}^{\rightarrow^{+}} F_x = 0 \tag{21}$$

$$0 = A_x + N_x(4\text{m}) \tag{22}$$

$$N_x(4\text{m}) = -A_x \tag{23}$$

$$N_x(4\text{m}) = 50.0\text{kN} \tag{24}$$

Letztlich die Bestimmung des Biegemoments:

$$\sum_{x=4m}^{\curvearrowleft +} M_y = 0 \tag{25}$$

$$0 = -A_z 4.0\text{m} + F_1 \cdot 2.5\text{m} - F_2 \cdot 1.0\text{m} + M_y(4\text{m}) \tag{26}$$

$$M_y(4\text{m}) = 0.5 \cdot (8.0A_z - 5.0F_1 + 2.0F_2)\,\text{m} \tag{27}$$

$$M_y(4\text{m}) = 31.66\text{kmN} \tag{28}$$