

**MASTER OF SCIENCE IN ENGINEERING**  
**Vertiefungsmodul I**

**Tragverhalten von**  
**Stahlbetontragwerken**

**Verformungsberechnungen mittels Finiten Elementen**

Pascal Gitz

Horw, Freitag, 14. Juni 2024

Advisor: Prof. FH, Dr. Daniel Heinzmann  
Experte: Dr. Thomas Jäger

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig angefertigt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe. Sämtliche verwendeten Textausschnitte, Zitate oder Inhalte anderer Verfasser wurden ausdrücklich als solche gekennzeichnet.

Horw, 19. Januar 2024

Pascal Gitz

Version 1.0 - Prüfungsexemplar  
Version 0.9 - Entwurf

19. Januar 2024  
08. Januar 2024

PG  
PG

# Kurzfassung

-

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Modelle mit Drehfedern</b>	<b>8</b>
2.1	Nachrechnung Kragarm . . . . .	8

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Statisches System des Kragarms . . . . .	8
2.2	Fiktiver Querschnitt des Kragarms mit linear-elastischem Materialverhalten . . . . .	9
2.3	Charakteristik der Drehfeder . . . . .	9
2.4	Statisches System des Kragarms . . . . .	9
2.5	Schnittkräfte des Systems aus Abbildung 2.4 für die Last $F_1$ . . . . .	10
2.6	Schnittkräfte des Systems aus Abbildung 2.4 für die Last $F_2$ . . . . .	11
2.7	Statisches System des Kragarms im virtuellen Kräftezustand . . . . .	11
2.8	Schnittkräfte des virtuellen Systems aus Abbildung 2.7 . . . . .	12
2.9	Verformungen in $z$ Richtung mit FE für $F_2$ . . . . .	13
2.10	Verformungen in $z$ Richtung mit FE für $F_2$ . . . . .	13

# Tabellenverzeichnis

2.1	Berechnungsparameter des Kragarms . . . . .	8
-----	---	---

# 1 Einleitung

•

## 2 Modelle mit Drehfedern

### 2.1 Nachrechnung Kragarm

Um das Verhalten der FE-Programme mit Drehfedern einzuschätzen, werden Verformungen an einem fiktivem Beispiel bestimmt. Dargestellt ist der Kragarm in Abbildung 2.1. Die Verformung an der Stelle  $w$  wird händisch mittels Arbeitsgleichung und mit dem FE-Programm bestimmt. Es sollen nicht-lineare Federsteifigkeiten berücksichtigt werden können.

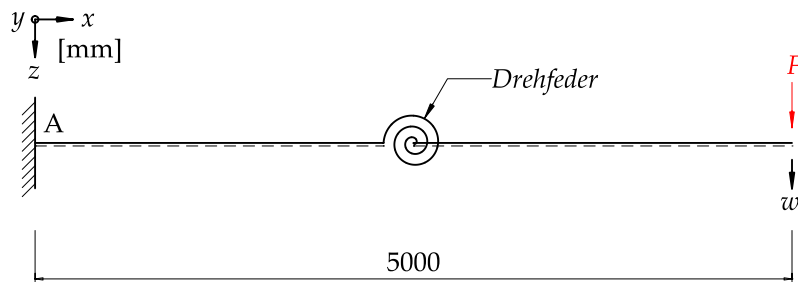


Abbildung 2.1: Statisches System des Kragarms

Die Parameter in der Tabelle 2.1 dienen als Berechnungsgrundlagen. Beschrieben sind die Abmessungen und Materialeigenschaften, sowie die Beiden Laststufen  $F_1$  und  $F_2$  wie auch die Federsteifigkeiten  $k_1$  und  $k_2$ . Die Laststufen sind so gewählt, dass das nicht-lineare Verhalten der Drehfeder zu tragen kommt.

Tabelle 2.1: Berechnungsparameter des Kragarms

Parameter	
$E = \frac{10000\text{N}}{\text{mm}^2}$	$F_1 = -10000\text{N}$
$F_2 = -21500\text{N}$	$b = 200\text{mm}$
$h = 400\text{mm}$	$k_1 = \frac{100000\text{N}}{\text{m}}$
$k_2 = \frac{10000\text{N}}{\text{m}}$	$l_{\text{Kragarm}} = 5\text{m}$
$z = 320\text{mm}$	

Der Querschnitt ist in Abbildung 2.2 aufgezeigt.



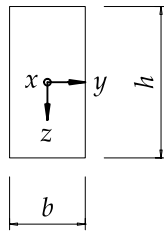


Abbildung 2.2: Fiktiver Querschnitt des Kragarms mit linear-elastischem Materialverhalten

Die Entsprechende Federcharakteristik ist in Abbildung 2.3 zu sehen.

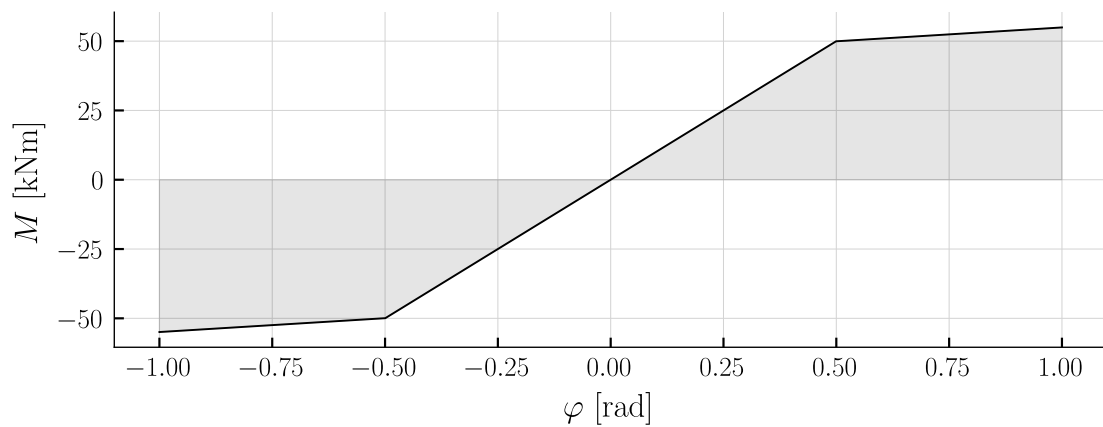


Abbildung 2.3: Charakteristik der Drehfeder

### 2.1.1 Biegeverformung

Apriori werden die Biegeverformungen mittels der Differentialgleichung für reine Biegeträger ermittelt. Dabei wird die Drehfeder vernachlässigt. Das statische System, gezeigt in Abbildung 2.4 führt zu den Zustandslinien der Schnittgrößen in der ?@fig-sk-kragarmF1.

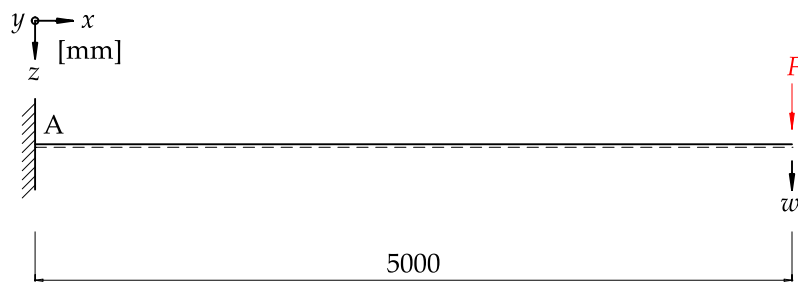


Abbildung 2.4: Statisches System des Kragarms

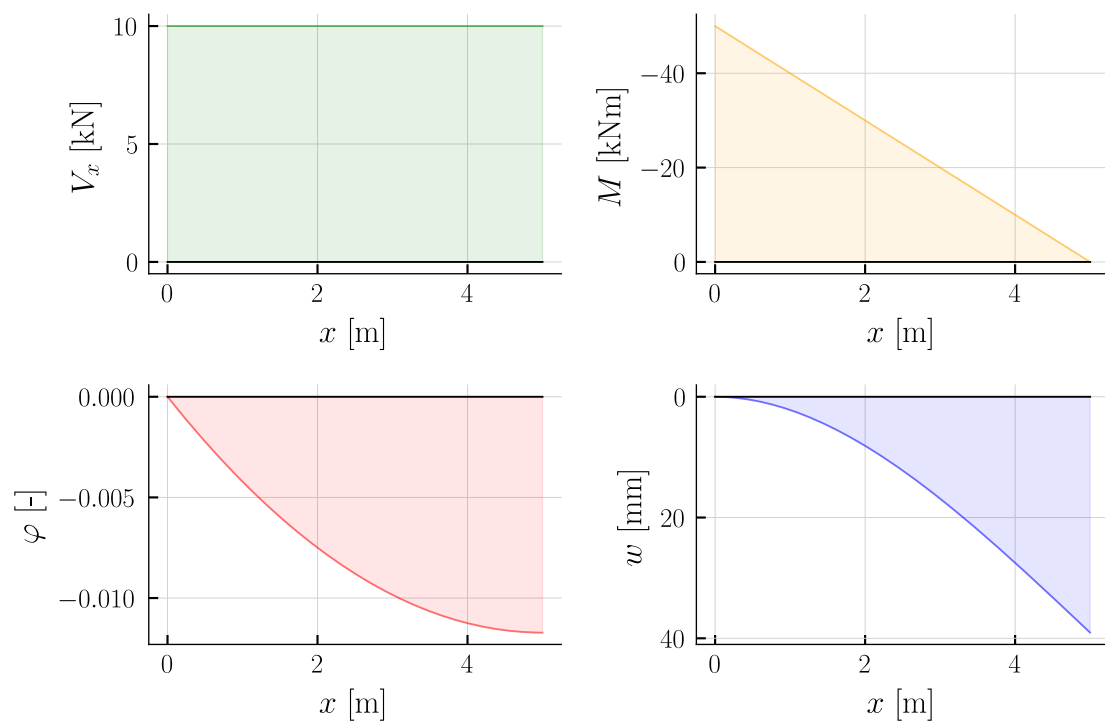


Abbildung 2.5: Schnittkräfte des Systems aus Abbildung 2.4 für die Last  $F_1$

$$w_{Bending, F1} = 39.06 \text{ mm} \quad (2.1)$$

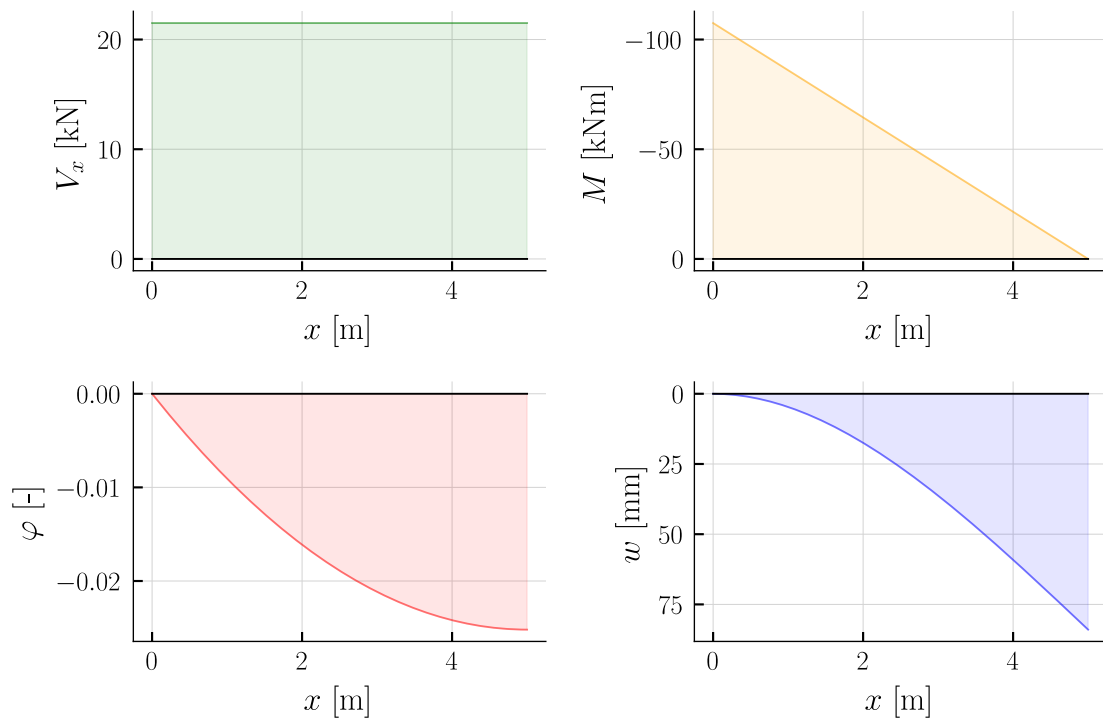


Abbildung 2.6: Schnittkräfte des Systems aus Abbildung 2.4 für die Last  $F/2$

$$w_{Bending, F/2} = 83.98 \text{ mm} \quad (2.2)$$

### 2.1.2 Verformung der Drehfeder

Die Verformung aus der Drehfeder bedingt das Biegemoment des realen und des fiktiven Systems an der Stelle der Drehfeder, sowie die Federkonstante  $k_\varphi$ . Das System ist in Abbildung 2.7 gezeigt.

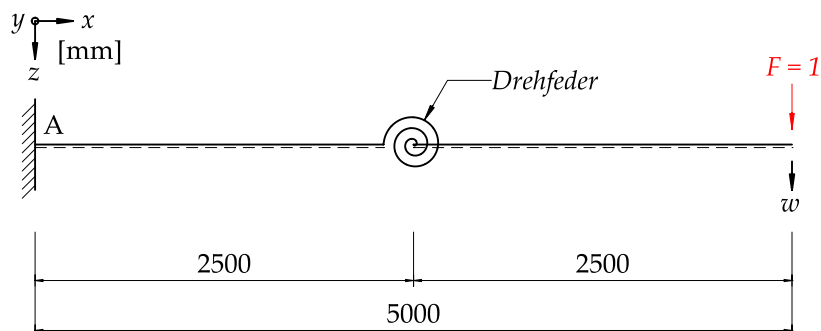


Abbildung 2.7: Statisches System des Kragarms im virtuellen Kräftezustand

Die entsprechenden Verläufe der Querkraft und des Biegemoments in Abbildung 2.8.

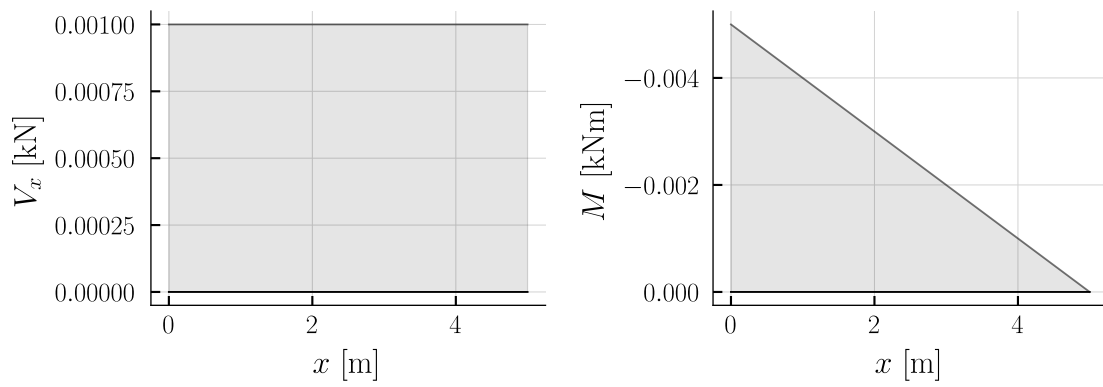


Abbildung 2.8: Schnittkräfte des virtuellen Systems aus Abbildung 2.7

Die Gleichung 2.3 berücksichtigt die zusätzliche Verformung durch die Drehfeder.

$$w_{Spring} = \bar{M} \frac{M}{k_\varphi} = \bar{M} \varphi \quad (2.3)$$

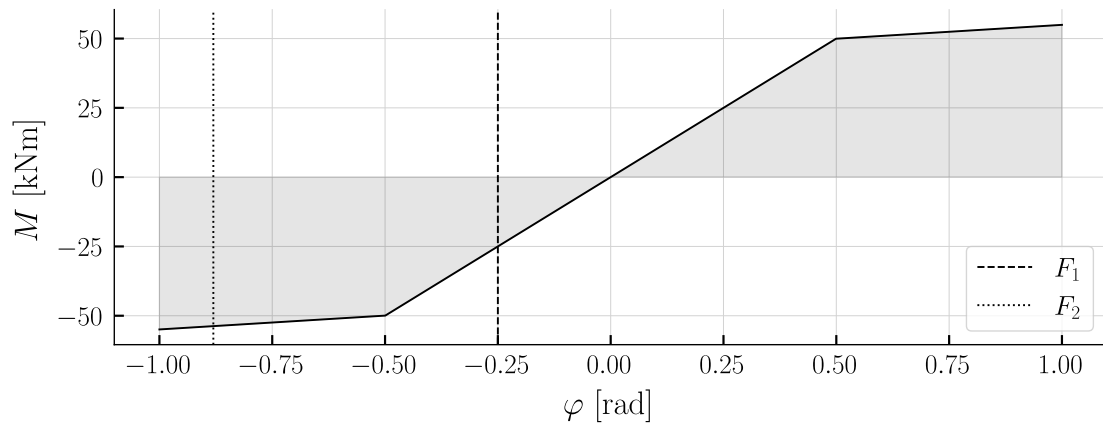
Angewendet auf das System der Abbildung 2.1 folgen für die beiden Laststufen die Deformationen zu:

$$-0.880505505505495 \quad (2.4)$$

$$w_{spring,F1} = 625.0\text{mm} \quad (2.5)$$

$$w_{spring,F2} = 2201.3\text{mm} \quad (2.6)$$

### 2.1.3 Vergleich mit FE



$$w_{tot,F1} = 664.06\text{mm} \quad (2.7)$$

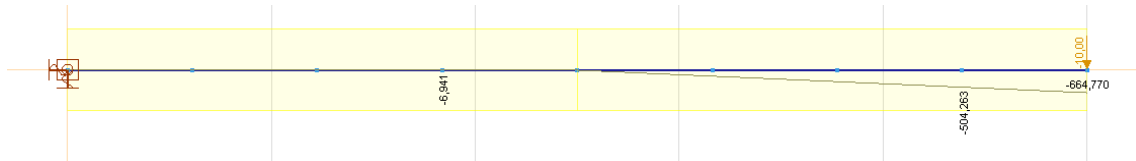


Abbildung 2.9: Verformungen in  $z$  Richtung mit FE für  $F_2$

$$w_{tot,F2} = 2285.24\text{mm} \quad (2.8)$$

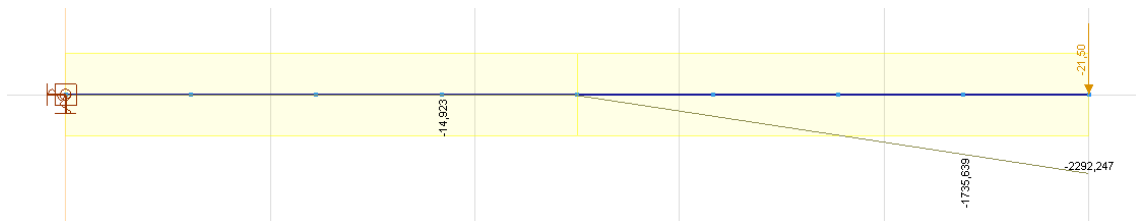
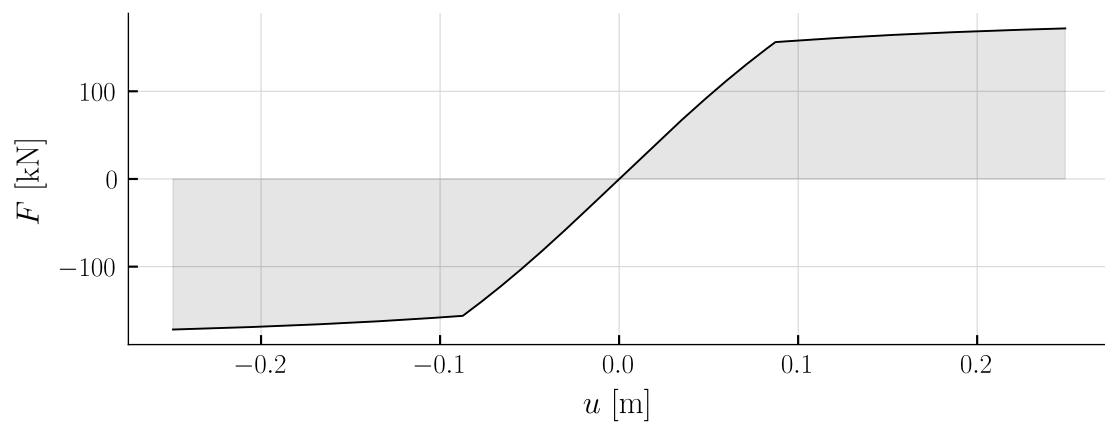
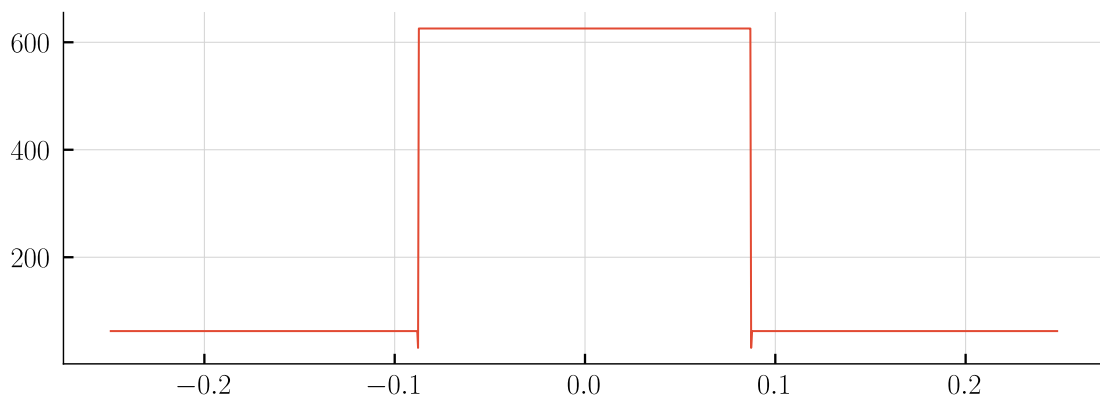


Abbildung 2.10: Verformungen in  $z$  Richtung mit FE für  $F_2$

## 2.1.4 Mit Wegfeder

### 2.1.4.1 Federgesetz





`[-0.08772059 0.08730445] [-156124.87487487 156093.59359359]`

`0.0103703798429734` (2.9)

`array([-87.72059377, 87.3044471 ])`

`171.702952952953` (2.10)

`249.185235944784` (2.11)