Tragverhalten von Stahlbetontragwerken

Modellvorstellungen zur nichtlinearen Verformungsberechnung

Pascal Gitz

Freitag, 17. Januar 2025

Inhaltsverzeichnis

# 1. Einleitung

Bereits 1935 wurden in der damaligen SIA 112 Anforderungen an die Durchbiegung von Stahlbetonbauteilen gestellt. Seither wurde die Gebrauchstauglichkeit, insbesondere die Verformungen von Tragwerken, zu einer zentralen Bemessungsgrösse. Trotz dieser elementaren Rolle im Bemessungsablauf werden Verformungen im Stahlbetonbau in der heutigen Baupraxis häufig nur mit groben Abschätzungen bewertet. Solche Ansätze können zu ungenauen Prognosen führen, die sowohl die Sicherheit als auch die Wirtschaftlichkeit von Bauprojekten beeinträchtigen. Detaillierte Verformungsberechnungen sind in vielen modernen Statiksoftwares implementiert und frei anwendbar. Die theoretischen Hintergründe sind jedoch selten geläufig, und die Tools werden meist als *“Blackbox”* behandelt.

Das Ziel dieser Arbeitsserie, bestehend aus dem Vertiefungsmodul I [[1](#ref-gitz_ansatze_2024)], Vertiefungsmodul II und der Masterthesis, ist es daher, dem Leser mechanische Modelle zur Bestimmung von Verformungen umfassend aufzuzeigen. In der Vorarbeit [[1](#ref-gitz_ansatze_2024)] wurden die mechanischen Modelle detailliert beschrieben und anhand von experimentellen Versuchen verifiziert, wobei mehrheitlich auf den Einsatz kommerzieller Finite-Elemente-Tools (FE-Tools) verzichtet wurde. Der Fokus dieser Arbeit liegt nun auf der Integration von FE-Tools mit den theoretischen Grundlagen, um praktisch anwendbare Lösungen zu entwickeln. Verwendet wird hierbei die 3D Statiksoftware AxisVM-X7 und RFEM-6, sowie die 2D Detailstatiksoftware IDEAStatiCa. Sämtliche Analysen beziehen sich auf Stabtragwerke.

Diese Arbeit lässt sich in drei Kernthemen unterteilen. Zuerst wird die Modellvorstellung zur numerischen Integration kinematischer Grössen (primär Krümmung und Schiebung) beschrieben und anhand eines Einführungsbeispiels veranschaulicht, um die theoretischen Grundlagen klar darzustellen. Anschliessend wird die Modellvorstellung an den bereits gut verstandenen Versuchen aus dem Vertiefungsmodul I verifiziert, um die Zuverlässigkeit und Genauigkeit des Modells zu bestätigen. Abschliessend wird die Anwendung an einem vorgespannten Träger demonstriert, um die praktische Relevanz und Anwendbarkeit des entwickelten Modells zu zeigen. Die Arbeit wird mit einem Fazit abgeschlossen, das eine differenzierte Betrachtung zwischen Rückblick und Ausblick bietet und damit sowohl die erreichten Ergebnisse zusammenfasst als auch Erweiterungen aufzeigt.

Durch diese strukturierte Herangehensweise soll ein tieferes Verständnis für das komplexe Tragverhalten von Stahlbetontragwerken geschaffen werden. Zudem soll eine zuverlässige Grundlage zur praktischen Anwendung im konstruktiven Ingenieurbau gelegt werden.

# Literatur

1. Gitz P (2024) Ansätze zur Verformungsberechnung. HSLU Technik & Architektur

2. Marti P (2014) Baustatik: Grundlagen - Stabtragwerke - Flächentragwerke, 2., korrigierte Aufl. Ernst, Berlin

3. Jäger T (2009) Stahlbeton III. Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

4. Marti P, Alvarez M, Kaufmann W, Sigrist V (1999) [Tragverhalten von Stahlbeton. Fortbildungskurs für Bauingenieure, ETH Zürich, 30.9./1.10.1999](https://doi.org/10.3929/ethz-a-004470343)

5. Alvarez M (1998) [Einfluss des Verbundverhaltens auf das Verformungsvermögen von Stahlbeton](https://doi.org/10.3929/ethz-a-002000033). Birkhäuser, Basel

# Appendix A — Torsionsweicher Träggerrost

Das folgende Beispiel ist aus [[2](#ref-marti_baustatik_2014)] entnommen. Dieses dient als einführendes Beispiel in die Modellierung von Trägerrosten mit dem Federmodell. In der [Abbildung A.1](#fig-trm_uebersicht) ist der Grundriss des Trägerrosts dargestellt. Es handelt sich um insgesamt 16 torsionsweiche Stäbe, welche an den Enden eingespannt sind.

|  |
| --- |
| Abbildung A.1: Grundriss des torsionsweichen Trägerrosts, neugezeichnet nach [[2](#ref-marti_baustatik_2014)] |

Im Beispiel wird eine analytische Lösung zur Traglast aufgezeigt. Das Ziel ist es, mittels dem Federmodell eine numerische Lösung des unteren Grenzwerts der Traglast zu erhalten.

## A.1 Analytische Lösung

Die Analytische Lösung basiert auf dem Traglastverfahren. Mittels einem zulässigen Mechanismus wird ein oberer Grenzwert der Traglast hergeleitet. In der [Abbildung A.2](#fig-trm_schnitt) sind zwei Stäbe dargestellt. Aus symmetriegründen lässt sich der obere Grenzwert des gesamten Trägerrosts anhand dieser Darstellung ermitteln.

|  |
| --- |
| Abbildung A.2: Schnitt des torsionsweichen Trägerrosts, mit dem angenommenen Mechanismus für den Innen- und Aussenträger |

Die äussere Arbeit des dargestellten Systems in [Abbildung A.2](#fig-trm_schnitt) beträgt dabei für die am Rand gelegenen Stäbe (Punkte 2’45):

Und für die Innenträger:

Sowie beträgt die innere Arbeit:

Durch das abschliessende Gleichsetzen der Arbeiten und das Lösen nach folgt der obere Grenzwert der Traglast zu:

Die Plastizitätskontrolle ist in der [Abbildung A.3](#fig-trm_schnitt_my) und [Abbildung A.4](#fig-trm_schnitt_vz) gezeigt. Dabei wird eine Lastverteilung von je einer Hälfte in und Richtung angenommen. Welche sich nach vollständigen Umlagern der Biegemomente einstellt.

|  |
| --- |
| Abbildung A.3: Plastizitätskontrolle anhand der Schnittgrössen der Biegemomente |

|  |
| --- |
| Abbildung A.4: Plastizitätskontrolle anhand der Schnittgrössen der Querkräfte |

Aus der Plastizitätskontrolle geht heraus, dass der Biegewiderstand nirgends überschritten wird, somit deckt sich der untere und obere Grenzwert der Traglast, sprich die Traglast wurde gefunden.

## A.2 Numerische Lösung

Abschliessend wird die analytische Lösung mit der numerischen Lösung verglichen. Dabei wird ein Federmodell erstellt. Zunächst sind die Variablen mit numerischen Werten zu substituieren:

Der Trägerrost wurde mittels dem Federmodell nachmodelliert. Dabei sind biegestarre, jedoch torsionsweiche Stäbe mittels Stabendgelenken gekoppelt. Dargestellt in der [Abbildung A.5](#fig-trm_geom).

|  |
| --- |
| Abbildung A.5: Statisches Modell in AxisVM des Trägerrosts |

|  |
| --- |
| Abbildung A.6: Ideal-plastisches Momenten-Verdrehungs-Verhalten der Gelenke |

Den Gelenken wurde die Defintion gemäss [Abbildung A.6](#fig-trm_gelenkdef) hinterlegt. Dabei wurde der Biegewiderstand in positiver und negativer Dimension angesetzt, ab dem Erreichen des Biegewiderstands fliesst das Gelenk. Dies führt dazu, dass sich die Biegemomente umlagern, sprich der Biegewiderstand auch in Trägermitte erreicht werden kann.

|  |
| --- |
| Abbildung A.7: Biegemomente des Trägerrosts bei einer Belastung von 58 kN, erste plastische Gelenke entstehen bei der Lagerung der Innenträger |

|  |
| --- |
| Abbildung A.8: Biegemomente des Trägerrosts bei einer Belastung von 88 kN, plastische Gelenke entstehen bei der Lagerung der Aussenträger |

|  |
| --- |
| Abbildung A.9: Biegemomente des Trägerrosts bei einer Belastung von 94 kN, plastische Gelenke entstehen im Feld der Innenträger |

|  |
| --- |
| Abbildung A.10: Biegemomente des Trägerrosts bei einer Belastung von 100 kN, plastische Gelenke entstehen im Feld der Aussenträger |

|  |
| --- |
| Abbildung A.11: Querkräfte des Trägerrosts bei einer Belastung von 58 kN, erste plastische Gelenke entstehen bei der Lagerung der Innenträger |

|  |
| --- |
| Abbildung A.12: Querkräfte des Trägerrosts bei einer Belastung von 88 kN, plastische Gelenke entstehen bei der Lagerung der Aussenträger |

|  |
| --- |
| Abbildung A.13: Querkräfte des Trägerrosts bei einer Belastung von 94 kN, plastische Gelenke entstehen im Feld der Innenträger |

|  |
| --- |
| Abbildung A.14: Querkräfte des Trägerrosts bei einer Belastung von 100 kN, plastische Gelenke entstehen im Feld der Aussenträger |

Mit der Belastung aus dem unteren Grenzwert stellen sich exakt die Extremwerte der Biegemomente und in den innen liegenden Stäben ein. Das Federmodell liefert den exakten unteren Grenzwert der Traglast. Dargestell in der [Abbildung A.10](#fig-trm_my100).

# Appendix B — Einführungsbeispiel - Zweifeldträger

Das Vorlesungsbeispiel verfolgt das Ziel, die Verformungen eines Zweifeldträgers für zwei Betonstähle mit unterschiedlichen Duktilitätsklassen aufzuzeigen. [[3](#ref-jager_stahlbeton_2009)].

|  |
| --- |
| Abbildung B.1: Statisches System des Zweifeldträgers mit Abmessungen versehen, daneben der Querschnitt mit Angaben zu der Längsbewehrung |

Zunächst wird die analytische Lösung vollumfänglich dargestellt und mit numerischen Werten substituiert. Abschliessend wird das Verformungsverhalten mit dem Federmodell nachmodelliert, bzw. numerisch approximiert.

## B.1 Allgemeines

### B.1.1 Annahmen

* Zwei unterschiedliche Stähle
* konstant gerissene Biegesteifigkeit entlang der Stabachse

### B.1.2 Parameter

#### B.1.2.1 Bewehrung

#### B.1.2.2 Geometrie

#### B.1.2.3 Beton

### B.1.3 Modellbildung - Zuggurtmodell

### B.1.4 Plastischer Rotationswinkel

Der Plastische Roatationswinkel gibt die Rotation eines plastischen Gelenks voraus.

|  |
| --- |
| Abbildung B.2: Modell zur Abschätzung der plastischen Rotation |

## B.2 Kaltverformter Betonstahl - B500A

### B.2.1 Eigenschaften des Betonstahls

Allgemein werden die Eigenschaften für den Betonstahl B500A mit einem Suffix gekennzeichnet.

Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betonstahls B500A

### B.2.2 Linear elastische - gerissene Biegesteifigkeit

Wird fortan für sämtliche Verformungsberechnungen verwendet. Querschnittsanalyse:

Die Druckzonenhöhe wird mittels dem Gleichgewicht der horizontalen Kräfte ermittelt

### B.2.3 Hebelarm der inneren Kräfte

Der Hebelarm der inneren Kräfte wird für den gesamten Träger als konstant angenommen. Dabei wird dem Beton die Zylinderdruckfestigkeit hinterlegt, sowie erreicht der Stahl die Zugfestigkeit.

### B.2.4 Grenzzustände des Zugglieds

#### B.2.4.1 Risselement bei Fliessbeginn - Zustand

Zunächst wird ein Grenzzustand betrachtet, bei dem das Risselement gerade beim Fliessbeginn steht.

Berechnungen nach [[4](#ref-marti_tragverhalten_1999)] Seite 156

Gleichung 1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| |  | | --- | | (a) Spannungsverlauf entlang des Zugglieds auf halbem Rissabstand | |  |

|  |  |
| --- | --- |
| |  | | --- | | (b) Dehnungsverlauf entlang des Zugglieds auf halbem Rissabstand | |

Abbildung B.3: Spannungs- und Dehnungsverlauf entlang der Hälfte des Rissabstands für den Zustand

#### B.2.4.2 Risselement beim Erreichen der Zugfestigkeit - Zustand

Innerhalb des Risselements befindet sich der Betonstahl über der Fliessgrenze, sowohl bereichsweise unterhalb der Fliessgrenze. Dies führt zu den folgenden Spannungs- und Dehnungsverteilungen.

Berechnungen nach [[4](#ref-marti_tragverhalten_1999)] Seite 156

Gleichung 2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| |  | | --- | | (a) Spannungsverlauf entlang des Zugglieds auf halbem Rissabstand | |  |

|  |  |
| --- | --- |
| |  | | --- | | (b) Dehnungsverlauf entlang des Zugglieds auf halbem Rissabstand | |

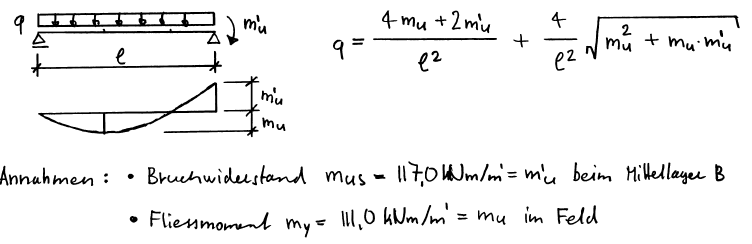
Abbildung B.4: Spannungs- und Dehnungsverlauf entlang der Hälfte des Rissabstands für den Zustand

### B.2.5 Systemanalyse

Nun wird das System analysiert, sprich der Zweifeldträger.

#### B.2.5.1 Fliessen des Mittelauflagers - Zustand

#### B.2.5.2 Fliessbeginn im Feld - Zustand



Fliessen im Feld

##### B.2.5.2.1 Kontrolle der Duktilität

Das Verformungsvermögen ist nicht ausreichend.

#### B.2.5.3 Ermittlung der Traglast

Da das Verformungsvermögen nicht ausreicht, wird mittels der maximalen Gelenkrotation die Traglast bestimmt.

## B.3 Naturharter Stahl B500C

### B.3.1 Eigenschaften des Betonstahls

Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betonstahls B500C

### B.3.2 Gernzzustände des Zugglieds

#### B.3.2.1 Risselement bei Fliessbeginn - Z3

Da gilt, wird nach [[5](#ref-alvarez_einfluss_1998)] Seite 163 Fall B gerechnet

Gleichung 1

### B.3.3 Versagensart des Querschnitts

Die Betonbruchstauchung wird überschritten. Das bedeutet, es stellt sich ein Betondruckversagen vor einem Zerreissen der Bewehrung ein.

### B.3.4 Verformungsvermögen

### B.3.5 Fliessen beim Mittelauflager

### B.3.6 Fliessbeginn im Feld

#### B.3.6.1 Risselement beim Fliessen im Feld

|  |
| --- |
| Abbildung B.5: Spannungs-Dehnungs-Verlauf des Betonstahls B500C mit markierter maximaler Dehnung |

### B.3.7 Traglast