

Récurtivité



Le problème de la somme des entiers successifs

La somme des n premiers entiers est la somme :

$$0 + 1 + 2 + \cdots + n \quad (1)$$

On peut par exemple écrire le programme Python suivant pour calculer cette somme :

Le problème de la somme des entiers successifs

La somme des n premiers entiers est la somme :

$$0 + 1 + 2 + \cdots + n \quad (1)$$

On peut par exemple écrire le programme Python suivant pour calculer cette somme :

```
1 def somme(n):  
2     s = 0  
3     for i in range(n+1):  
4         s += i  
5     return s
```

Formulation récursive

Une autre manière d'aborder ce problème est de remarquer que :

$$somme(n) = \underbrace{1 + 2 + \dots + (n - 1)}_{somme(n-1)} + n$$

Formulation récursive

Une autre manière d'aborder ce problème est de remarquer que :

$$somme(n) = \underbrace{1 + 2 + \cdots + (n-1)}_{somme(n-1)} + n$$

On obtient une définition **récursive** de la fonction mathématique $somme(n)$:

$$somme(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } n = 0 \\ n + somme(n-1) & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

Formulation récursive

Une autre manière d'aborder ce problème est de remarquer que :

$$somme(n) = \underbrace{1 + 2 + \cdots + (n-1)}_{somme(n-1)} + n$$

On obtient une définition **récursive** de la fonction mathématique $somme(n)$:

$$somme(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } n = 0 \\ n + somme(n-1) & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

$$somme(0) = 0$$

$$somme(1) = 1 + somme(0) = 1 + 0 = 1$$

$$somme(2) = 2 + somme(1) = 2 + 1 = 3$$

$$somme(3) = 3 + somme(2) = 3 + 3 = 6$$

La formulation récursive est directement programmable en Python :

```
1 def somme(n):  
2     if n == 0:  
3         return 0    ← - - - - condition d'arrêt  
4     else:  
5         return n + somme(n-1)  ← - - - appel récursif
```

```
somme(3) = return 3 + somme(2)
```



```
somme(3) = return 3 + somme(2)
              |
              return 2 + somme(1)
```

```
somme(3) = return 3 + somme(2)
              |
            return 2 + somme(1)
                      |
                    return 1 + somme(0)
```

```
somme(3) = return 3 + somme(2)
              |
            return 2 + somme(1)
                      |
                    return 1 + somme(0)
                              |
                             return 0
```

Arbre des appels

```
somme(3) = return 3 + somme(2)
              |
              return 2 + somme(1)
                        |
                        return 1 + somme(0)
                                  |
                                  return 0
```

Arbre des appels

```
somme(3) = return 3 + somme(2)
                |
                return 2 + somme(1)
                        |
                        return 1 + 0
```

Arbre des appels

```
somme(3) = return 3 + somme(2)
              |
              return 2 + 1
```

Arbre des appels

```
somme(3) = return 3 + 3
```