Seconde Correction FE n°3 21/09/2020

— Exercice 1 et 2 - Corrigé ci-dessous
— Exercice 3 - Corrigé en classe le lundi 21/09

Exercice 1. On veut décomposer en facteur premier 33180

1. *Effectuer la division euclidienne de 33180 par 79. Que peut-on conclure quant à 33180 et 79 ?*
   Après avoir posé la division euclidienne on obtient :
   $$33180 = 420 \times 79 + 0$$
   On en conclut que 79 est un diviseur de 33180.
2. *Montrer que 79 est un nombre premier. On pourra s'aider du fait que* $9 \times 9 = 81$.
   $$\begin{aligned} 79 &< 81 \\ \sqrt{79} &< 9 \end{aligned}$$
   On effectue les divisions euclidiennes de 79 par 2, 3, 5 et 7.
   $$\begin{aligned} 79 &= 2 \times 39 + 1 \\ 79 &= 3 \times 26 + 1 \\ 79 &= 5 \times 25 + 4 \\ 79 &= 7 \times 11 + 2 \end{aligned}$$
   Tout les restes sont non-nuls, donc 79 est premier.
3. *Donner la décomposition en facteurs premiers de 33180*
   On a :
   $$\begin{aligned} 33118 &= 79 \times 420 \\ &= 79 \times 2 \times 210 \\ &= 79 \times 2 \times 2 \times 105 \\ &= 79 \times 2 \times 2 \times 5 \times 21 \\ &= 79 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 7 \\ &= 2^2 \times 3 \times 7 \times 79 \end{aligned}$$

Exercice 2. On veut montrer que : Pour tout entier n, $3(n+2)(n+5)$ est divisible par 6

1. *Soit* m *un entier pair, montrer que* $3m$ *est divisible par 6.*
   Par hypothèse, m est pair d'où par définition il existe un entier k tel que $m = 2k$.
   On a alors :
   $$\begin{aligned} 3m &= 3 \times 2k \\ &= 6k \end{aligned}$$
   Ce qui permet de conclure que $3m$ est divisible par 6.

2. *Soit n un entier, on pose $m = (n+2)(n+5)$ montrer par disjonction de cas que m est pair.*
   — Supposons que n est pair.
   Par définition, il existe un k tel que $n = 2k$.
   D'où :

$$\begin{aligned} m &= (n+2)(n+5) \\ &= (2k+2)(2k+5) \\ &= 2(k+1)(2k+5) \end{aligned}$$

   Donc m est pair.
   — Supposons maintenant que n est impair.
   Par définition, il existe un k tel que $n = 2k+1$.
   D'où :

$$\begin{aligned} m &= (n+2)(n+5) \\ &= (2k+1+2)(2k+1+5) \\ &= (2k+3)(2k+6) \\ &= (2k+3) \times 2(k+3) \\ &= 2(2k+3)(k+3) \end{aligned}$$

   Donc m est pair.
3. En déduire que $3m$ est divisible par 6
   D'après la question 2, m est pair.
   D'où d'après la question 1, $3m$ est divisible par 6.

Exercice 3. (*On mettra systématiquement les résultats sous forme d'une fraction irréductible*)

1. Solutions :

$$\begin{aligned} A &= \frac{5}{6} + \frac{-1}{3} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{\frac{-8}{3}}{\frac{4}{5}} \\ &= \frac{-8}{3} \times \frac{5}{4} \\ &= -\frac{-10}{3} \end{aligned}$$

2. *Simplifier les fractions suivantes :*

$$\frac{204}{595}; \frac{468}{504}$$

— On a :

$$204 = 2^2 \times 3 \times 17$$
$$595 = 5 \times 7 \times 17$$

D'où :

$$\frac{204}{595} = \frac{12}{35}$$

— On a :

$$468 = 2^2 \times 3^2 \times 13$$
$$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$$

D'où :

$$\frac{468}{504} = \frac{13}{21}$$

3. *Calculer :*

$$\frac{204}{595} + \frac{468}{504}$$

$$\begin{aligned}\frac{204}{595} + \frac{468}{504} &= \frac{12}{35} + \frac{13}{21}\\ &= \frac{12 \times 3}{35 \times 3} + \frac{13 \times 5}{21 \times 5}\\ &= \frac{36 + 65}{105}\\ &= \frac{101}{105}\end{aligned}$$