

- *Durée : 50 minutes*
- *Calculatrice interdite*
- *Barème :*
  - *Questions de cours : 4 points*
  - *Exercice 1 : 8 points*
  - *Exercice 2 : 8 points*
  - *Exercice 3 : 2 points (bonus)*

## Questions de cours

1. Soit  $m$  et  $n$  deux entiers, définir : " $m$  est un multiple de  $n$ ".
2. Donner la définition d'un nombre premier

## Exercices

**Exercice 1.** On veut décomposer en facteur premier 115236

1. Effectuer la division euclidienne de 115236 par 97. Que peut-on conclure quant à 115236 et 97 ? (*Indication :  $97 \times 8 = 776$* ).
2. Montrer que 97 est un nombre premier. (*Indication :  $10^2 = 100$* .)
3. Donner la décomposition en facteur premier de 1188.
4. En déduire la décomposition en facteur premier de 115236.

**Exercice 2.** On veut montrer que pour tout entier  $n$ ,  $5(n+4)(n+1)$  est un multiple de 10.

1. " $\text{Pour tout entier } m, 5m \text{ est impair}$ ". Vrai ou faux ?  
Vous justifierez votre réponse par une démonstration ou un contre-exemple.
2. Montrer que pour tout entier  $m$ , si  $m$  est pair alors  $5m$  est un multiple par 10.
3. Soit  $n$  un entier, on pose  $m = (n+4)(n+1)$ , montrer par disjonction de cas que  $m$  est pair.
4. En déduire que  $5m$  est un multiple de 10.

**Exercice 3.** (*Bonus*) On veut montrer par l'absurde que  $\sqrt{2}$  est irrationnel. C'est à dire qu'il n'est pas le quotient de deux nombres entiers.

1. Montrer que pour tout entier  $n$ , si  $n^2$  est pair alors  $n$  est pair.
2. On suppose que  $\sqrt{2}$  peut s'écrire sous la forme d'une fraction irréductible c'est à dire qu'il existe deux nombres entiers  $p$  et  $q$  tels que  $q \neq 0$ ,  $\text{pgcd}(p, q) = 1$  et  $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ . Montrer que  $p$  est pair.
3. En déduire que  $q$  est pair.
4. Quelle hypothèse a-t-on contredit ? Conclure que  $\sqrt{2}$  est irrationnel.