

# Expert level №6-7: Визуализация фрактальной структуры и окон периодичности

## Выполнение задания

### Задание 6: Визуализация фрактальной структуры около $r \approx 3.83$

Используем увеличение фрагмента бифуркационной диаграммы для демонстрации самоподобия.

### Задание 7: Поиск окон периодичности

Находим значения  $r$ , при которых возникают циклы с периодом 3, 5, 6.

## 1 Код Python

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 def logistic_map(r, x):
5     return r * x * (1 - x)
6
7 def zoom_bifurcation_diagram(center_r=3.83, zoom_factor=50, width=0.1):
8     r_min = center_r - width / zoom_factor
9     r_max = center_r + width / zoom_factor
10    num_r = 2000
11    iterations = 2000
12    last_points = 300
13
14    r_values = np.linspace(r_min, r_max, num_r)
15    all_x, all_r = [], []
16
17    for r_val in r_values:
18        x = 0.5
19        for _ in range(iterations - last_points):
20            x = logistic_map(r_val, x)
21        for _ in range(last_points):
22            x = logistic_map(r_val, x)
23            all_x.append(x)
24            all_r.append(r_val)
25
26    plt.figure(figsize=(12, 8))
27    plt.plot(all_r, all_x, ',k', alpha=0.1, markersize=0.1)
```

```

28 plt.grid(alpha=0.3)
29 plt.axvline(x=center_r, color='red', linestyle='--', alpha=0.5)
30 plt.tight_layout()
31 plt.show()
32
33 # 7:
34 def plot_periodic_windows():
35     periods = [3, 5, 6]
36     ranges = [(3.82, 3.86), (3.73, 3.75), (3.62, 3.64)]
37     colors = ['red', 'blue', 'green']
38
39     fig, axes = plt.subplots(3, 1, figsize=(12, 12))
40
41     for i, (period, (r_min, r_max), color) in enumerate(zip(periods,
42         ranges, colors)):
43         num_r = 1000
44         iterations = 1000
45         last_points = 200
46
47         r_values = np.linspace(r_min, r_max, num_r)
48         x_values, r_plot = [], []
49
50         for r_val in r_values:
51             x = 0.5
52             for _ in range(iterations - last_points):
53                 x = logistic_map(r_val, x)
54             for _ in range(last_points):
55                 x = logistic_map(r_val, x)
56                 x_values.append(x)
57                 r_plot.append(r_val)
58
59         axes[i].plot(r_plot, x_values, ',', color=color, alpha=0.3,
60             markersize=1)
61         axes[i].set_ylabel(' x ')
62         axes[i].grid(alpha=0.2)
63         axes[i].set_xlim(r_min, r_max)
64
65         fig.text(0.5, 0.04, ' r', ha='center', fontsize=14)
66     plt.tight_layout(rect=[0, 0.05, 1, 0.95])
67     plt.show()
68
69 zoom_bifurcation_diagram(center_r=3.83, zoom_factor=50, width=0.1)
70 plot_periodic_windows()

```

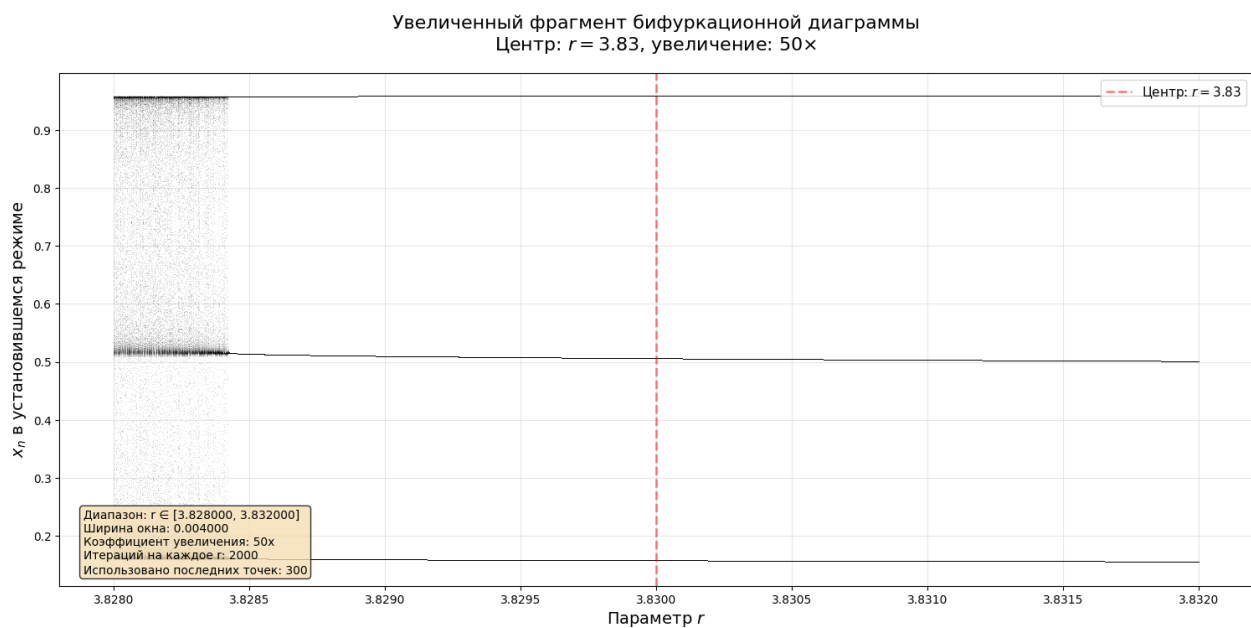
Листинг 1: Код для визуализации фрактальной структуры и окон периодичности

## 2 Результаты

### 2.1 Окна периодичности

Найдены окна периодичности:

- Период 3:  $r \approx 3.82 - 3.86$



- Период 5:  $r \approx 3.73 - 3.75$
- Период 6:  $r \approx 3.62 - 3.64$

### 3 Вывод

1. В хаотической области ( $r > r_\infty$ ) существуют окна периодичности
2. Наиболее заметное окно соответствует циклу периода 3 при  $r \approx 3.83$

