

Expert level №6-7: Визуализация фрактальной структуры и окон периодичности

Выполнение задания

Задание 6: Визуализация фрактальной структуры около $r \approx 3.83$

Используем увеличение фрагмента бифуркационной диаграммы для демонстрации само-подобия.

Задание 7: Поиск окон периодичности

Находим значения r , при которых возникают циклы с периодом 3, 5, 6.

1 Код Python

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 def logistic_map(r, x):
5     return r * x * (1 - x)
6
7 def zoom_bifurcation_diagram(center_r=3.83, zoom_factor=50, width=0.1):
8     r_min = center_r - width / zoom_factor
9     r_max = center_r + width / zoom_factor
10    num_r = 2000
11    iterations = 2000
12    last_points = 300
13
14    r_values = np.linspace(r_min, r_max, num_r)
15    all_x, all_r = [], []
16
17    for r_val in r_values:
18        x = 0.5
19        for _ in range(iterations - last_points):
20            x = logistic_map(r_val, x)
21        for _ in range(last_points):
22            x = logistic_map(r_val, x)
23            all_x.append(x)
24            all_r.append(r_val)
25
26    plt.figure(figsize=(12, 8))
27    plt.plot(all_r, all_x, ',k', alpha=0.1, markersize=0.1)
```

```

28     plt.grid(alpha=0.3)
29     plt.axvline(x=center_r, color='red', linestyle='--', alpha=0.5)
30     plt.tight_layout()
31     plt.show()
32
33 #          7:
34 def plot_periodic_windows():
35     periods = [3, 5, 6]
36     ranges = [(3.82, 3.86), (3.73, 3.75), (3.62, 3.64)]
37     colors = ['red', 'blue', 'green']
38
39     fig, axes = plt.subplots(3, 1, figsize=(12, 12))
40
41     for i, (period, (r_min, r_max), color) in enumerate(zip(periods,
42         ranges, colors)):
43         num_r = 1000
44         iterations = 1000
45         last_points = 200
46
47         r_values = np.linspace(r_min, r_max, num_r)
48         x_values, r_plot = [], []
49
50         for r_val in r_values:
51             x = 0.5
52             for _ in range(iterations - last_points):
53                 x = logistic_map(r_val, x)
54             for _ in range(last_points):
55                 x = logistic_map(r_val, x)
56             x_values.append(x)
57             r_plot.append(r_val)
58
59             axes[i].plot(r_plot, x_values, ',', color=color, alpha=0.3,
60                           markersize=1)
61             axes[i].set_ylabel('x')
62             axes[i].grid(alpha=0.2)
63             axes[i].set_xlim(r_min, r_max)
64
65             fig.text(0.5, 0.04, 'r', ha='center', fontsize=14)
66             plt.tight_layout(rect=[0, 0.05, 1, 0.95])
67             plt.show()
68
69 zoom_bifurcation_diagram(center_r=3.83, zoom_factor=50, width=0.1)
70 plot_periodic_windows()

```

Листинг 1: Код для визуализации фрактальной структуры и окон периодичности

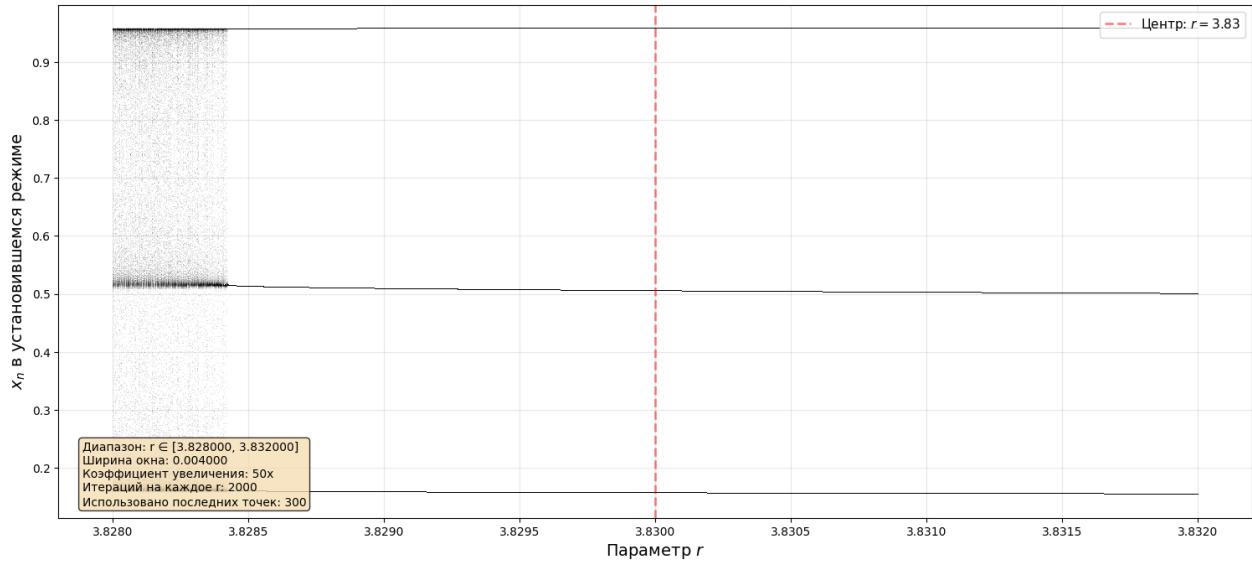
2 Результаты

2.1 Окна периодичности

Найдены окна периодичности:

- Период 3: $r \approx 3.82 - 3.86$

Увеличенный фрагмент бифуркационной диаграммы
Центр: $r = 3.83$, увеличение: 50x



- Период 5: $r \approx 3.73 - 3.75$
- Период 6: $r \approx 3.62 - 3.64$

3 Вывод

1. В хаотической области ($r > r_\infty$) существуют окна периодичности
2. Наиболее заметное окно соответствует циклу периода 3 при $r \approx 3.83$

