НИУ ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерных технологий

Отчет по лабораторной работе №2

по дисциплине Вычислительная математика

|  |  |
| --- | --- |
| Студент группы № P32151 | Шипулин Павел Андреевич |
| Преподаватель | Машина Екатерина Алексеевна |

Санкт-Петербург

2023

# Цель работы

Изучить численные методы решения нелинейных уравнений и их систем, найти корни заданного нелинейного уравнения/системы нелинейных уравнений, выполнить программную реализацию методов.

# Порядок выполнения

Функция, интервалы изоляции корней и методы для поиска корней, согласно варианту указаны ниже.

Изображение выглядит как линия, График, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рисунок . График функции целиком

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рисунок . График функции, другой масштаб

Интервалы изоляции корней (по графику функции):

Методы для корней:

1. метод простой итерации;
2. метод хорд;
3. метод Ньютона.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № шага |  |  |  |  |  |
| 1 | -7,000 | -7,316 | 19,660 | -1,644 | 0,316 |
| 2 | -7,316 | -7,289 | -1,644 | 0,266 | 0,026 |
| 3 | -7,289 | -7,293 | 0,266 | -0,041 | 0,004 |
| 4 | -7,293 | -7,293 | -0,041 | 0,006 | 0,001 |
| 5 | -7,293 | -7,293 | 0,006 | -0,001 | 0,000 |
| 6 | -7,293 | -7,293 | -0,001 | 0,000 | 0,000 |
| 7 | -7,293 | -7,293 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 8 | -7,293 | -7,293 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 9 | -7,293 | -7,293 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |

Таблица . Метод простой итерации для поиска 1-го корня.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № шага |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0,000 | 1,000 | 0,465 | 5,380 | -6,180 | -1,561 | 1,000 |
| 2 | 0,000 | 0,465 | 0,361 | 5,380 | -1,561 | -0,213 | 0,465 |
| 3 | 0,000 | 0,361 | 0,347 | 5,380 | -0,213 | -0,026 | 0,361 |
| 4 | 0,000 | 0,347 | 0,345 | 5,380 | -0,026 | -0,003 | 0,347 |
| 5 | 0,000 | 0,345 | 0,345 | 5,380 | -0,003 | 0,000 | 0,345 |
| 6 | 0,000 | 0,345 | 0,345 | 5,380 | 0,000 | 0,000 | 0,345 |
| 7 | 0,000 | 0,345 | 0,345 | 5,380 | 0,000 | 0,000 | 0,345 |
| 8 | 0,000 | 0,345 | 0,345 | 5,380 | 0,000 | 0,000 | 0,345 |
| 9 | 0,000 | 0,345 | 0,345 | 5,380 | 0,000 | 0,000 | 0,345 |

Таблица . Метод хорд для поиска 2-го корня.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № шага |  |  |  |  |  |
| 1 | 3,000 | 23,560 | 38,490 | 2,388 | 0,612 |
| 2 | 2,388 | 4,945 | 22,708 | 2,170 | 0,218 |
| 3 | 2,170 | 0,557 | 17,635 | 2,139 | 0,032 |
| 4 | 2,139 | 0,011 | 16,922 | 2,138 | 0,001 |
| 5 | 2,138 | 0,000 | 16,907 | 2,138 | 0,000 |
| 6 | 2,138 | 0,000 | 16,907 | 2,138 | 0,000 |
| 7 | 2,138 | 0,000 | 16,907 | 2,138 | 0,000 |
| 8 | 2,138 | 0,000 | 16,907 | 2,138 | 0,000 |
| 9 | 2,138 | 0,000 | 16,907 | 2,138 | 0,000 |

Таблица . Метод Ньютона для поиска 3-го корня.

# Код численных методов

def half\_division\_method(equation=lambda x: x, a=0.0, b=0.0, epsilon=0.001):  
 result = Table(head=["Номер шага", "a", "b", "x", "f(x)"])  
  
 x = a  
 iters\_count = 0  
 while True:  
 iters\_count += 1  
 x = (a + b) / 2  
  
 result.add\_row([iters\_count, a, b, x, equation(x)])  
  
 if equation(a) \* equation(x) > 0:  
 a = x  
 else:  
 b = x  
  
 if not continue\_search(equation, x, iters\_count, epsilon, 1000000000, 10000, 100):  
 break  
  
 return result  
  
  
def secant\_method(equation=lambda x: x, x1=0.0, x2=0.0, epsilon=0.001):  
 result = Table(head=["Номер шага", "x\_k-1", "x\_k", "x\_k+1", "f(x\_k+1)"])  
  
 x3 = x1  
 iters\_count = 0  
 while True:  
 iters\_count += 1  
  
 x3 = x2 - (x2 - x1) / (equation(x2) - equation(x1)) \* equation(x2)  
 result.add\_row([iters\_count, x1, x2, x3, equation(x3)])  
 x1 = x2  
 x2 = x3  
  
 if not continue\_search(equation, x3, iters\_count, epsilon, 1000000000, 10000, 100):  
 break  
  
 return result  
  
  
def simple\_iter\_method(equation=lambda x: x, derivative=lambda x: x, a=0.0, b=0.0, epsilon=0.001):  
 result = Table(head=["Номер шага", "x\_k", "x\_k+1", "f(x\_k+1)"])  
  
 lda = -1 / max([abs(derivative(a + i \* (b - a) / 100)) for i in range(101)])  
 phi = lambda x: x + lda \* equation(x)  
  
 x1 = b  
 x2 = x1  
 iters\_count = 0  
 while True:  
 iters\_count += 1  
 x2 = phi(x1)  
 result.add\_row([iters\_count, x1, x2, equation(x2)])  
 x1 = x2  
  
 if not continue\_search(equation, x2, iters\_count, epsilon, 1000000000, 10000, 100):  
 break  
  
 return result

# Примеры работы

### Пример 1

[Info]: Введите комманду:

lab2\_one

[Input]: lab2\_one

[Info]: Уравнения для исследования

[Info]:

+-------+---------------------------------------------+

| Номер | Уравнение |

+-------+---------------------------------------------+

| 1 | 5\*cos(x) + x |

+-------+---------------------------------------------+

| 2 | x\*\*4 + 6.64x\*\*3 - 15.12x\*\*2 - 55.79x + 63.9 |

+-------+---------------------------------------------+

| 3 | ln[(x\*sin(x))\*\*2 + cos(x)\*\*2 - 0.5] |

+-------+---------------------------------------------+

[Info]: Введите номер уравнения:

3

[Input]: 3

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

[Info]: Введите первую границу интервала:

1

[Input]: 1

[Info]: Введите вторую границу интервала:

2

[Input]: 2

[Info]: Рассматриваемый интервал: [1.0; 2.0]

[Info]: На интервале 1 корень

[Info]: Метод половинного деления:

+------------+-------+-------+-------+--------+

| Номер шага | a | b | x | f(x) |

+------------+-------+-------+-------+--------+

| 1 | 1.000 | 2.000 | 1.500 | 0.556 |

+------------+-------+-------+-------+--------+

| 2 | 1.000 | 1.500 | 1.250 | 0.007 |

+------------+-------+-------+-------+--------+

| 3 | 1.000 | 1.250 | 1.125 | -0.334 |

+------------+-------+-------+-------+--------+

| 4 | 1.125 | 1.250 | 1.188 | -0.159 |

+------------+-------+-------+-------+--------+

| 5 | 1.188 | 1.250 | 1.219 | -0.075 |

+------------+-------+-------+-------+--------+

| 6 | 1.219 | 1.250 | 1.234 | -0.034 |

+------------+-------+-------+-------+--------+

| 7 | 1.234 | 1.250 | 1.242 | -0.014 |

+------------+-------+-------+-------+--------+

| 8 | 1.242 | 1.250 | 1.246 | -0.004 |

+------------+-------+-------+-------+--------+

| 9 | 1.246 | 1.250 | 1.248 | 0.002 |

+------------+-------+-------+-------+--------+

| 10 | 1.246 | 1.248 | 1.247 | -0.001 |

+------------+-------+-------+-------+--------+

[Info]: Метод секущих:

+------------+-------+-------+-------+----------+

| Номер шага | x\_k-1 | x\_k | x\_k+1 | f(x\_k+1) |

+------------+-------+-------+-------+----------+

| 1 | 1.000 | 2.000 | 1.388 | 0.334 |

+------------+-------+-------+-------+----------+

| 2 | 2.000 | 1.388 | 1.119 | -0.352 |

+------------+-------+-------+-------+----------+

| 3 | 1.388 | 1.119 | 1.257 | 0.024 |

+------------+-------+-------+-------+----------+

| 4 | 1.119 | 1.257 | 1.248 | 0.001 |

+------------+-------+-------+-------+----------+

| 5 | 1.257 | 1.248 | 1.247 | -0.000 |

+------------+-------+-------+-------+----------+

[Info]: Метод простой итерации:

+------------+-------+-------+----------+

| Номер шага | x\_k | x\_k+1 | f(x\_k+1) |

+------------+-------+-------+----------+

| 1 | 2.000 | 1.623 | 0.755 |

+------------+-------+-------+----------+

| 2 | 1.623 | 1.361 | 0.275 |

+------------+-------+-------+----------+

| 3 | 1.361 | 1.266 | 0.048 |

+------------+-------+-------+----------+

| 4 | 1.266 | 1.250 | 0.006 |

+------------+-------+-------+----------+

| 5 | 1.250 | 1.248 | 0.001 |

+------------+-------+-------+----------+

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

[Info]: Лабораторная 2 (нелинейное уравнение) завершилась

### Пример 2

[Info]: Введите комманду:

lab2\_many

[Input]: lab2\_many

[Info]: Уравнения для исследования

[Info]:

+-------+------------------------------+

| Номер | Система |

+-------+------------------------------+

| 1 | x\*\*2 / 16 + y\*\*2 / 1 - 1 = 0 |

| | x\*sin(x) - y = 0 |

+-------+------------------------------+

| 2 | x\*\*2 + 2 \* y - 2 = 0 |

| | x\*\*2 / 4 + y\*\*2 / 16 - 1 = 0 |

+-------+------------------------------+

| 3 | x\*\*2 + y\*\*2 - 4 = 0 |

| | -3 \* x \*\* 2 + y = 0 |

+-------+------------------------------+

[Info]: Введите номер системы:

1

[Input]: 1

Изображение выглядит как линия, диаграмма, График

Автоматически созданное описание

[Info]: Введите начальное приближение x:

4

[Input]: 4

[Info]: Введите начальное приближение y:

-1

[Input]: -1

[Info]: Метод Ньютона:

+------------+-------+--------+--------------+--------------+--------+-------+

| Номер шага | x\_k | y\_k | -f(x\_k, y\_k) | -g(x\_k, y\_k) | dx | dy |

+------------+-------+--------+--------------+--------------+--------+-------+

| 1 | 3.302 | -0.674 | -0.136 | -0.147 | -0.698 | 0.326 |

+------------+-------+--------+--------------+--------------+--------+-------+

| 2 | 3.314 | -0.570 | -0.011 | 0.000 | 0.012 | 0.105 |

+------------+-------+--------+--------------+--------------+--------+-------+

| 3 | 3.312 | -0.561 | -0.000 | 0.000 | -0.003 | 0.009 |

+------------+-------+--------+--------------+--------------+--------+-------+

[Info]: Проверка решений:

3.312\*\*2 / 16 + -0.561\*\*2 / 1 - 1 = 0.000

3.312\*sin(3.312) - -0.561 = -0.000

Изображение выглядит как линия, диаграмма, График

Автоматически созданное описание

[Info]: Лабораторная 2 (система функций) завершилась

# Выводы

Познакомился с численными методами поиска корней уравнений вида .