Выполнил

ст.гр.11405120

Серафинович П.А.

Вариант 6

**Лабораторная работа №2**

Прямая и обратная геодезическая задача на эллипсоиде

*1.Обратная геодезическая задача*

С помощью обратной геодезической задачи найдём длину, прямой и обратный азимут геодезической линии, используя исходные данные.

Таблица 1 – Исходные данные

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № точки | Город | *φ* | *λ* |
| 6 | Столбцы | 53˚36ʹ00ʺ | 27°06ʹ00ʺ |
| 7 | Слуцк | 53˚00ʹ00ʺ | 27˚36ʹ00ʺ |

Вычисляем разности в радианах широт и долгот, а также среднее значение широты:

 (1)

 (2)

 (3)

Вычисление радиуса кривизны первого вертикала и меридиана и вспомогательные величины, которые обеспечат компактный вид формул и уменьшат сложность вычислений остальных величин.

 (4)

 (5)

где *е*2 – квадрат эксцентриситета и равен

 (6)

*а*, *f* – параметры эллипсоида WGS84

Вспомогательные величины рассчитываются по следующим формулам

 (7) (8)

 (9)

 (10)

 (11)

 (12)

 (13)

 (14)

 (15)

 (16)

 (17)

*2. Вычисление трёх вспомогательных величин*



 (18)

 (19)

 (20)

*3. Вычисления окончательных значений величин*

Длина геодезической линии

 (21)

Величина азимута вычисляется стандартно, т.е. как румб с учётом четверти.

 (22)

 (23)

 (24)

Значение азимутов должно находится в интервале

 (25)

Результаты расчётов приведены в таблице 2

Таблица 2 – результаты решения обратной геодезической задачи

|  |  |
| --- | --- |
| Эксцентриситет (e) | 0,08181919 |
| N, м | 6391905,429992 |
| M, м | 6376556,736165 |
| η | 0,049061701 |
| V | 1,001202802 |
| f4 | 0,03994974 |
| f5 | 0,041466079 |
| f6 | -0,00023952 |
| f7 | 0,083533921 |
| f8 | 0,125198905 |
| s∙sin(α) | 33335,547554 |
| s∙cos(α) | -66774,583897 |
| Δα, ° | 0,400894237 |
| S, м | 74633,1279352 |
| α1, ° | 153,270032 |
| α2, ° | 333,6709263 |

*2. Прямая геодезическая задача*

Зная широту и долготу первой точки, прямой и обратный азимут и длину геодезической линии, можем найти с помощью прямой геодезической задачи: широту и долготу второй точки и обратный азимут геодезической линии.

Вычисляем приблизительные координаты точки 2

 (26)

 (27)

В ходе итерационного процесса вычисляются обратный азимут, широта и долгота второй точки по формулам:

 (28)

 (29)

 (30)

 (31)

 (32)

Перед началом каждой итерации перевычисляются значения формул (1 – 5), а также все необходимые для их вычисления вспомогательные величины (7 – 17). Итерации следует продолжать до тех пор, пока значения текущей и предыдущей итераций не будут отличаться на пренебрегаемо малую величину. Результаты вычислений представлены в таблице 3

Таблица 3 – Результаты вычисления прямой геодезической задачи

|  |  |
| --- | --- |
| φ2, ° | 53,00108688 |
| λ2, ° | 27,60706238 |
| Δα, ° | 0,40655231400 |
| α, ° | 153,47330820 |
| α2, ° | 333,67658440000 |
| λ, ° | 27,59995693000 |
| φ, ° | 52,99998512000 |
| Δα, ° | 0,40085240500 |
| α, ° | 153,47045820000 |
| α2, ° | 333,67088440000 |
| λ, ° | 27,60000028000 |
| φ, ° | 53,00000011000 |
| Δα, ° | 0,40088720000 |
| α, ° | 153,47047560000 |
| α2, ° | 333,67091920000 |
| λ, ° | 27,60000006000 |
| φ, ° | 53,00000002000 |

*3. Вычисление кратчайшего расстояния между двумя исходными точками.*

Чтобы решить данную задачу необходимо воспользоваться описанием формы эллипсоида в параметрическом виде.

 (33)

где –первый вертикал

 (34)

Тогда координаты первой и второй точек равны:

*X*1 = 3376702,9422855 м

*Y*1 = 1727946.1951466 м

*Z*1 = 5110449.8216982 м

*X*2 = 3408941.34397939 м

*Y*2 = 1782151.46681298 м

*Z*2 = 5070543.50335441 м

Кратчайшее расстояние между двумя исходными точками находится по формуле

 (35)

*S* = 74632,70237608700

Для проверки правильности нахождения расстояния необходимо пространственные прямоугольные координаты перевести в геодезические. Для этого воспользуемся следующими формулами.

 (36)

 (37)

 (38)

 (39)

 (40)

 (41)

Полученные геодезические координаты представлены в таблице 4.

Таблица 4. Координаты точек

|  |  |
| --- | --- |
| eps (ε) | 0,006739497 |
| b, м | 6356752,3142452 |
| p1 | 3793141,28576321 |
| p2 | 3846679,7289813 |
| q1 | 0,933891561 |
| q2 | 0,923409587 |
| λ1, ° | 27,10000000000 |
| λ2, ° | 27,60000000000 |
| φ1, ° | 53,60000000000 |
| φ2, ° | 53,00000000000 |

Сравним расстояния на сфере и на эллипсоиде:

*Sсф* < *Sэл*

74532,406418726 м < 74633,1279352 м

Расстояние на сфере получилось меньше, чем на эллипсоиде. Также найдены кратчайшие расстояния между двумя исходными пунктами. Они составили *S =* 74531,981399889 м (значение взято из ЛР1) и *S* = 74632,70237608700 м. Как можно заметить, значения отличаются: кратчайшее расстояние будет меньше. Это зависит от формы поверхности, так как форма сферы отличается от формы эллипсоида.