

**Prova scritta di Ricerca operativa**  
**22 Gennaio 2024**

**Marketing.**

Per definire il piano di produzione del prossimo trimestre, il direttore di produzione di un'industria manifatturiera conosce l'insieme dei prodotti che può produrre, le quantità disponibili di materie prime e componenti ed i consumi unitari di materie e di componenti per ogni prodotto. Egli desidera massimizzare il valore di mercato della produzione complessiva del trimestre.

Gli analisti del settore vendite gli comunicano che il valore di mercato dei prodotti non è costante ma dipende dalle quantità prodotte. Dalle loro stime, tale valore è approssimabile con una funzione lineare a tratti: le prime unità di prodotto immesse sul mercato hanno un prezzo di vendita alto; al di sopra di una data quantità posta in vendita, il prezzo di vendita delle successive unità di prodotto assume un altro valore costante, più basso del precedente, e così via più volte. Essi gli comunicano quindi per ogni prodotto gli intervalli della quantità di produzione a cui corrisponde un prezzo costante ed il prezzo corrispondente.

Formulare il problema, classificarlo e risolvere l'esempio descritto nel file `MARKETING.TXT`.

Discutere ottimalità e unicità della soluzione ottenuta.

Quali risorse sono scarse, all'ottimo?

Se fosse possibile acquistare ulteriori componenti o materie prime, per quali di esse ciò sarebbe conveniente, a quale prezzo e in che quantità?

**Spirale di Archimede.**

Una spirale di Archimede è il luogo dei punti  $P$  del piano Cartesiano la cui distanza dall'origine varia linearmente con l'angolo formato dalla retta  $OP$  con il semiasse positivo delle ascisse (in senso orario o antiorario). La curva può anche essere ruotata, traslata o ribaltata, restando comunque una spirale di Archimede.

Si vuole trovare una spirale di Archimede che interpoli nel modo migliore un insieme di punti dati, sapendo che essa (i) ha origine nell'origine degli assi, (ii) si sviluppa in senso antiorario e (iii) non compie più di due giri completi.

Si assuma come misura della qualità dell'interpolazione l'errore quadratico medio, cioè il valor medio dei quadrati delle distanze tra ciascuno dei punti e la spirale. Per distanza tra un punto  $P$  e la spirale si intende la distanza tra il punto  $P$  e l'intersezione tra la spirale e la retta  $OP$  dove  $O$  è l'origine degli assi.

Formulare il problema e classificarlo.

Risolvere l'esempio con i dati del file `SPIRALE.TXT` in una delle due versioni: la versione semplificata in cui si assume di avere in ingresso le posizioni dei punti dati in coordinate polari o la versione più complessa in cui si assume di avere in ingresso le posizioni dei punti dati in coordinate cartesiane.

Discutere ottimalità e unicità della soluzione ottenuta.