Esercizio 1: Tagli

Le variabili del problema devono rappresentare le quantità di metallo da lavorare assegnate a ciascuna delle macchine disponibili. Perciò si defiscono venti variabili, continue e non-negative, una per ogni coppia (metallo, macchina).

I vincoli sulla lavorazione, uno per ogni tipo di metallo, impongono che la quantità complessiva di metallo lavorato da tutte le macchine sia uguale alla quantità data.

I vincoli di capacità, uno per ogni macchina, impongono che la quantità di metallo assegnato a quella macchina non superi la capacità della macchina stessa (tempo di lavorazione disponibile).

Le due funzioni obiettivo sono date dalle combinaizoni lineari delle variabili pesate con i coefficienti dei costi unitari e dei tempi unitari.

Il modello è quindi di programmazione lineare con due obiettivi ed è contenuto nel file Lindo TAGLI.LTX.

Ottimizzando rispetto a ciascuno dei due obiettivi separatamente, si ottengono soluzioni diverse: quindi i due obiettivi sono effettivamente in conflitto.

La soluzione che minimizza i costi è contenuta nel file TAGLI2.OUT: il valore dei tempi è circa 107425 secondi, quello dei costi è di circa 4711 Euro.

La soluzione che minimizza i tempi è contenuta nel file TAGLI3.OUT: il valore dei tempi è 95600 secondi, quello dei costi è di 8880 Euro.

Le coordinate del punto-utopia sono pertanto (4711 Euro, 95600 secondi).

Per ricavare le soluzioni di base Pareto-ottime si esegue l'analisi parametrica su una delle due funzioni obiettivo, espressa come vincolo. Nel file TAGLI5.OUT è riportato il risultato dell'analisi parametrica eseguita sul vincolo corrispondente alla seconda funzione obiettivo (tempi) nel range da 95000 a 108000 secondi. L'analisi parametrice evidenzia l'esistenza di diverse soluzioni di base paretiane. Le loro coordinate nel piano (tempi, costi) sono le seguenti:

A (107425, 4710,91)
B (104916, 4736)
C (100516, 5216)
D (97253,3, 6113,33)
E (95920, 6600)
F (95600, 6856)

A seconda della politica scelta si ottengono le seguenti soluzioni ottime.

a) Imponendo che i tempi non siano superiori a 95600 * 110% = 105160 secondi, si ottiene come valore ottimo dei costi circa 4734 Euro (soluzione compresa tra i punti A e B).

b) Imponendo che i costi non siano superiori a 4710,91 * 120% = 5653,09 Euro, si ottiene come valore ottimo dei tempi 98926,45 secondi (soluzione compresa tra i punti C e D).

c) Il valore di 24 Euro per ogni minuto corrisponde a 0,4 Euro per ogni secondo. Dalla penultima colonna dell'analisi parametrica si vede immediatamente che la soluzione ottima sarebbe in tal caso quella compresa tra i segmenti con prezzo duale pari a 0,365 e 0,8, cioè il punto E.

d) Il valore standard dei tempi è 8 ore/macchina * 5 macchine * 80% = 32 ore che corrisponde a 115200 secondi. Graficamente la soluzione si trova tracciando la retta passante per l'origine degli assi e per il punto (115200, 6500) e trovandone l'intersezione con la regione paretiana. In alternativa si può utilizzare nuovamente Lindo (file TAGLI6d.ltx), fissando il rapporto tra tempi e costi, cioè imponendo che la soluzione appartenga alla retta desiderata. La soluzione ottenuta (file TAGLI6d.OUT) è circa (99142, 5594), cioè è compresa tra i punti C e D. Il rapporto rispetto ai valori standard è dato da 99142/115200 = 5594/6500 = 0.8606; il miglioramento percentuale rispetto ai valori standard è quindi pari al 14% circa.

e) In quest'ultimo caso (file TAGLI6e.ltx) la soluzione si ottiene graficamente tracciando la retta passante per l'origine e per il punto-utopia e prolungandola fino ad intersecare la regione paretiana nel punto (102175, 5035), compreso tra i punti B e C (file TAGLI6e.OUT). Lo scostamento dal punto-utopia è dato da 5035/4711 = 102175/95600 = 1.06877, cioè 6.877%.