Esercizio 1: Potatura

Il problema si formula come modello di programmazione lineare con tante variabili quanti gli abbinamenti tra i tipi di lavoro (manuale/meccanico) e i tipi di albero, cioè otto variabili (variabili x). Per comodità è utile introdurre anche alcune variabili ausiliarie che rappresentino il numero totale di ore-uomo programmate per ciascuna delle due modalità di lavoro (variabili z) e il numero totale di albero potati per ciascun tipo di albero (variabili y).

Un primo insieme di vincoli del problema esprime la relazione (banale) tra le variabili x e le variabili z. Un secondo insieme esprime la relazione tra le variabili x e le variabili y. Poiché nei dati si indica la quantità di ore-uomo necessarie a potare ogni albero, è necessario invertire il valore numerico dato, per ottenere il coefficiente che esprime il numero di alberi potati in ogni ora-uomo. Un semplice controllo dimensionale sulle grandezze che compaiono nel vincolo aiuta ad evitare errori.

Due sono le funzioni obiettivo da considerare: la minimizzazione della manodopera, che dipende dalle variabili z, e la massimizzazione del risultato estetico, che dipende dalle variabili y.

Il modello Lindo è contenuto nel file POTATURA.LTX.

Le due soluzioni che si ottengono con ciascuna delle due funzioni-obiettivo sono contenute nei files POTATUR1.OUT e POTATUR2.OUT.

Dai files è possibile desumere facilmente come viene ripartita la manodopera e qual è l'effetto della potatura nei due casi.

Trattandosi di un problema lineare con due obiettivi, la base per un processo decisionale razionale è l'identificazione della regione Paretiana, che si ottiene dall'analisi parametrica. Nel file Lindo POTATURA.LTX è stato inserito un vincolo su cui eseguire l'analisi parametrica, il cui risultato è riportato in POTATUR1.LTX. Come si può notare, la regione Paretiana è composta da una spezzata formata da due segmenti diversi. Perciò il suggerimento di combinare linearmente le due soluzioni ottime dei casi estremi non è da seguire, poiché produrrebbe una soluzione non Paretiana.

Dall'analisi di sensitività riportata nel file POTATUR1.TXT si desume che il costo della manodopera manuale (coefficiente della variabile $z1$) potrebbe aumentare di 20 Euro/ora-uomo senza cambiamenti della base ottima e quindi della soluzione ottima.

Dai risultati riportati nel file POTATUR2.TXT si osserva che il prezzo-ombra del vincolo sulla massima quantità disponibile di manodopera dei due tipi, manuale e meccanizzata, è rispettivamente pari a 15 e a 22,5. Perciò, dato che il valore ottimo è pari a 1651,25, si ha un incremento dello 0,9% per ogni ora-uomo manuale in più e dell'1,36% per ogni ora-uomo meccanizzata in più. Tale incremento si ha in un intervallo non limitato superiormente, come si desume dall'analisi di sensitività: cioè la manodopera per quanta possa essere, viene sempre impiegata tutta.

Esercizio 2: Immagini

Il problema si formula con tante variabili binarie quante le immagini che si possono acquisire, cioè 40. La funzione obiettivo è la combinazione lineare delle variabili con i coefficienti che indicano il loro valore economico.

Il sistema dei vincoli include un vincolo di incompatibilità per ogni coppia di richieste i cui intervalli di tempo di acquisizione si sovrappongono. Ogni vincolo di incompatibilità è espresso come $x(i)+x(j) <= 1$. Nel file Lingo IMMAGINI.LG4 questo insieme di vincoli è stato espresso con l'uso del test *s(i)<e(j) and s(j)<e(i)* per ogni coppia di richieste i e j diverse fra loro.

In alternativa è anche possibile esprimere il vincolo considerando ad esempio i 40 istanti iniziali e imponendo che solo una delle richieste iniziate e non ancora terminate in quell'istante possa essere eseguita (vincolo commentato).

Esiste infine un vincolo di capacità dovuto ai tempi di trasmissione a terra.

Il modello di PLI che si ottiene è contenuto nel file Lindo IMMAGINI:LG4 e la corrispondente soluzione ottima è contenuta nel file IMMAGINI.LGR.

Il problema è equivalente alla ricerca di un cammino di massimo valore su un grafo orientato aciclico, con un vincolo di risorsa (problema NP-hard).

La soluzione ottima prevede che siano acquisite immagini per un valore totale di 5870 euro.

Rimuovendo il vincolo sui tempi di trasmissione, si può osservare che il valore della soluzione ottima aumenta fino a 6164 Euro, con un incremento del 5% rispetto al caso vincolato, ed il tempo necessario alla trasmissione di tutte le immagini acquisite in tal caso è di 352 secondi (file IMMAGIN2.LGR). Questo secondo caso può essere risolto anche come problema continuo, sostituendo le condizioni di integralità sulle variabili con vincoli $0<=x(i)<=1$, poiché il problema diventa equivalente alla ricerca del cammino di massimo valore su un grafo orientato aciclico, senza ulteriori vincoli (problema polinomiale).

Fissando le 7 richieste indicate nel file IMMAGINI.TXT (nessuna delle quali fa parte della soluzione ottima nel primo caso), si ottiene un valore ottimo pari a 4892 Euro, con una diminuzione del 16.7% rispetto al valore ottimo senza immagini forzate.