Esercizio 1: Produzione

Il problema richiede di determinare la produzione normale e la produzione extra per ciascuna delle sei settimane. A questo scopo usiamo quindi un vettore di sei variabili x che indicano la produzione normale e un vettore di sei variabili y che indica la produzion extra. Tutte queste variabili sono intere e non-negative. Il vincolo di integralità tuttavia si rivela superfluo, poiché la soluzione ottima risulta comunque intera.

Per esprimere i costi di magazzino occorre inoltre sapere le giacenze di pezzi invenduti per ogni settimana. Introduciamo quindi allo scopo un altro vettore di sei variabili z, anch'esse non-negative. La condizione di non-negatività delle variabili z equivale al vincolo di soddisfacimento della domanda. Le variabili z sono legate alle variabili x e y dall'equazione di conservazione dei pezzi: $x(i) + y(i) + z(i) - d(i) = z(i+1)$, dove $d(i)$ indica la domanda (data) relativa alla settimana i e $z(i)$ indica le scorte giacenti durante la settimana i (cioè quanto è rimasto invenduto al termine della settimana $i-1$).

Occorre prestare atetnzione ai due casi estremi. Nel caso iniziale si impone $z(1) = 0$ poiché il testo non indica che esistano scorte iniziali nel magazzino. Nell'ultima settimana invece si avrebbe l'equazione $x(6) + y(6) + z(6) - d(6) = z(7)$, dove però $z(7)$ indica le scorte che rimangono invendute al termine delle sei settimane. Non occorre conoscere tale valore (che sarà ovviamente nullo all'ottimo). Basta imporre che non sia negativo, cioè $x(6) + y(6) + z(6) - d(6) >= 0$.

Gi altri vincoli del problema sono dati solo dai limiti di produzione (upper bounds sui valori delle variabili x e y).

La funzione obiettivo da minimizzare è la somma di tre contributi: costi di produzione (combinazione lineare delle variabili x), costi di produzione extra (combinazione lineare delle variabili y) e costi di giacenza (combinazione lineare delle variabili z).

Il modello risultante è PLI, ma si può risolvere nel continuo come modello di PL, ed è riportato nel file Lindo PRODUZIONE.LTX.

La corrispondente soluzione ottima è nel file PRODUZIONE.OUT. La soluzione è garantita essere ottima. Poiché non ci sono variabili fuori base con costo ridotto nullo, la soluzione ottima è anche unica.

Tra i vincoli di disuguaglianza sono attivi all'ottimo tutti quelli relativi alla massima capacità produttiva normale.

La robustezza rispetto ad errori nella previsione della domanda è data dall'analisi di sensitività sui vincoli in cui compaiono i valori della domanda prevista. Entro gli intervalli di variazione riportati, la base ottima non cambia.

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
STOCK2	100.000000	10.000000	10.000000
STOCK3	130.000000	45.000000	10.000000
STOCK4	150.000000	15.000000	40.000000
STOCK5	100.000000	5.000000	50.000000
STOCK6	170.000000	5.000000	50.000000
STOCKFIN	160.000000	5.000000	50.000000

Le settiman più "critiche" sono le ultime tre, dove una sottostima della domanda superiore alle 5 unità provocherebbe un cambio di base ottima.

La robustezza rispetto ai costi di produzione, si valuta invece tramite l'analisi di sensitività sui corrispondenti coefficienti della funzione obiettivo.

VARIABLE CURRENT ALLOWABLE ALLOWABLE

	COEF	INCREASE	DECREASE
X1	300.000000	20.000000	INFINITY
X2	300.000000	30.000000	INFINITY
X3	300.000000	30.000000	INFINITY
X4	300.000000	20.000000	INFINITY
X5	300.000000	30.000000	INFINITY
X6	300.000000	30.000000	INFINITY
Y1	330.000000	INFINITY	10.000000
Y2	330.000000	10.000000	10.000000
Y3	330.000000	10.000000	20.000000
Y4	330.000000	INFINITY	10.000000
Y5	330.000000	10.000000	10.000000
Y6	330.000000	10.000000	30.000000

I costi di produzione possono aumentare senza provocare cambi di base di 20 Euro/settimana. I costi di produzione extra di 10 Euro/settimana.

Nessun vincolo sulla capacità produttiva extra è attivo all'ottimo. Quindi non è mai conveniente aumentare la capacità produttiva extra.

L'ultima richiesta modifica il modello del problema, poiché la produzione, sia normale che extra deve essere imposta essere multiplo di 16 pezzi/settimana. Per fare questo, basta ridefinire l'unità di misura delle variabili x e y in lotti anziché in pezzi singoli. Di conseguenza in tutti i punti del modello in cui compaiono le variabili x e y esse devono essere sostituite da $16\ x$ e $16\ y$. Dopodiché vanno imposte le condizioni di integralità su di esse. Le variabili z non vengono modificate poiché non c'è alcuna condizione sul fatto che le giacenze debbano essere in lotti (anche perché non sarebbe possibile dato che la domanda prevista non è data da valori multipli di 16).

Il modello modificato (PLI) è nel file Lindo PRODUZIONE2.LTX e la soluzione ottima è nel file PRODUZ2.OUT. Si può notare che il costo della soluzione ottima nel secondo caso, come prevedibile, è aumentato rispetto al primo caso.