Esercizio 4: Il magazzino

Il costo totale da minimizzare è dato da tre voci: il costo di lavorazione, il costo di approvvigionamento e il costo di immagazzinamento. Il primo dei tre non entra in gioco nell'ottimizzazione poiché è un costo fisso, indipendente dagli approvvigionamenti. Ogni mese il costo fisso è pari a 80 Euro/unità x 1 unità/giornolavorativo x 6 giornilavorativi/settimana x 4 settimane/mese = 1920 Euro/mese.

Gli altri due costi invece hanno andamento crescente l'uno e decrescente l'altro rispetto alla frequenza degli approvvigionamenti: rifornirsi spesso in quantità ridotte aumenta i costi di approvvigionamento e riduce quelli di immagazzinamento, mentre rifornirsi raramente di grandi quantità riduce i costi di approvvigionamento ma aumenta quelli di immagazzinamento.

Le variabili decisionali $v(g)$ del problema sono tante quante i giorni in cui può avvenire un viaggio, ossia 24. Se $v(g)=1$, allora è previsto un rifornimento nel giorno g, altrimenti no.

Perciò i costi di aprovvigionamento sono dati dalla somma su tutti i 24 giorni lavorativi delle variabili $v(g)$ con peso pari a 400 Euro ciascuna.

I costi di magazzino invece sono dati dalla somma su tutti i 28 giorni (anche le 4 domeniche) delle giacenze giornaliere in magazzino, con un peso di 20 Euro ciascuna. Si possono rappresentare le giacenze con altre variabili intere $y(g)$.

La funzione obiettivo è quindi una somma pesata delle variabili $v(g)$ e delle variabili $y(g)$.

Indicando con $q(g)$ la quantità di merce scaricata nel giorno g, le variabili y sono legate tra loro dai seguenti vincoli:

$y(g) = y(g-1) -1 + q(g-1)$ per tutti i giorni g che non siano domeniche e lunedì.

$y(dom) = y(sab) + q(sab)$ per tutte le domeniche

$y(lun) = y(dom) -1$ per tutti i lunedì

Per poter mantenere nella formulazione solo 24 variabili y relative ai giorni lavorativi, è possibile accorpare i costi di giacenza delle domeniche con quelli dei lunedì definire quindi i vincoli relativi ai lunedì per sostituzione:

$y(lun) = 2*y(sab) + 2*q(sab) -1$ per tutti i lunedì (inclusi i costi delle domeniche).

Questo artificio consente di risparmiare 4 variabili, rendendo il problema risolvibile con la versione ridotta di Lingo a disposizione (max 50 variabili intere).

N.B. Gli indici divono essere gestiti modulo 24: $y(1) = 2*y(24) + 2*q(24) -1$.

Le variabili q vengono poi vincolate ad essere comprere tra 5 e 10, nei giorni in cui viene fatto un rifornimento, tramite i vincoli:

$5 * v(g) <= q(g) <= 10 * v(g)$

che nel caso $v(g)=0$ impongono $q(g)=0$, e nel caso $v(g)=1$ impongono $5<=q(g)<=10$.

Anche le variabili q dovrebbero essere dichiarate come variabili intere, rendendo questo modello, pur così piccolo, non risolvibile dal sw a nostra disposizione. Tuttavia, rilassando il vincolo di interezza sulle q si ottiene ugualmente una soluzione intera.

Anche i vincoli sono troppi, ma è possibile rilassare quelli sulla capacità minima di un viaggio ($q(g)>=5$) ottenendo ugualmente una soluzione ammissibile.

Tutti i vincoli sono lineari, quindi il problema è di PLI.

Anche in questo esercizio è utile scrivere la formulazione tramite un apposito semplice programa. Una versione di tale programma, scritta in Turbo Pascal è nel file FORMUL.PAS. La formulazione per Lindo è nel file MAGAZZ.LTX. L'output è nel file MAGAZZ.OUT.

Il problema della EOQ (Economic Order Quantity) è un problema logistico di importanza centrale nella pianificazione delle scorte.