

Esercizio 2: Il bicchiere d'acqua

Quando un ricercatore operativo siede a tavola, non smette di porsi interrogativi su problemi di fondamentale importanza: ad esempio, qual è la quantità ottimale di acqua da versare nel bicchiere? Supponiamo che l'utilità di un bicchiere d'acqua sia misurata dalla quantità di acqua che contiene moltiplicata per la probabilità di riuscire a bere senza rovesciarne. Assumiamo che la probabilità di rovesciare l'acqua sia nulla finché il livello arriva a metà dell'altezza del bicchiere e poi cresca linearmente fino al 100% quando il livello sale fino all'orlo del bicchiere. Il bicchiere è un classico tronco di cono, alto 8 centimetri, raggio alla base 3 centimetri, raggio all'orlo superiore 4 centimetri.

Qual è il livello ottimale dell' acqua nel bicchiere?

Formulare il problema, classificarlo e risolverlo. Discutere ottimalità e unicità della soluzione ottenuta.

[Suggerimento (in caso di amnesia sulle nozioni di geometria solida): il volume di un cono è $1/3$ del volume del cilindro con la stessa base e la stessa altezza]