Esercizio 3: Forno

Il problema si formula con un modello di programmazione lineare con 4 variabili continue non-negative che rappresentano le quantità prodotte per ciascuno dei 4 tipi di alimentari.
Quattro vincoli definiscono i valori minimi di produzione e un ulteriore vincolo rappresenta le risorse limitate a disposizione, che in questo caso consistono nell'area del forno e nel tempo: poiché il forno funziona per 6 ore ed è ampio 4 mq, le risorse disponibili consistono in 24 mq*h. Tale è il valore del termine noto del vincolo.

In Lingo il vincolo sulle risorse è stat espresso nel seguente modo:

```
ris) 1 x1 + 0.6 x2 + 2.25 x3 + 3 x4 <= 24
```

Il primo membro del vincolo è invece una combinazione lineare delle 4 variabili, dove ciascuno dei coefficienti è dato dal prodotto del tempo unitario e dell'area unitaria, ossia della quantità di risorsa richiesta da ogni kg di prodotto.

Vincoli sulla produzione minima:

```
p_min1) x1 >= 5
p_min2) x2 >= 2
p_min3) x3 >= 3
p_min4) x4 >= 2
```

Il vincolo sulle proporzioni si può esprimere imponendo che esista un valore, *m*, maggiore o uguale a tutti e 4 i valori delle variabili *x* e minore o uguale al doppio di ciascuna di esse.

Ecco come sono stati posti i vincoli sulle proporzioni in Lingo:

```
2x1 - m >= 0
2x2 - m >= 0
2x3 - m >= 0
2x4 - m >= 0
x1 - m <= 0
x2 - m <= 0
x3 - m <= 0
x4 - m <= 0
```

La funzione obiettivo ovviamente, anche se non specificato esplicitamente nel testo, è la massimizzazione dei ricavi che si ottengono dalla vendita dei prodotti.

Funzione obiettivo cosi come è stata formulata in Lingo:

```
max 2.5 x1 + 4.0 x2 + 2.0 x3 + 5.5 x4
```

Il problema si formula con un modello di programmazione lineare con 4 variabili continue non-negative che rappresentano le quantità prodotte per ciascuno dei 4 tipi di alimentari.
Il modello è nel file FORNO.LTX.

```
! Variabili: x(i)= quantità giornaliere prodotte i=1..4 [Kg]
!            m = massima produzione giornaliera [Kg]
```

```
! Funzione obiettivo: massimizzare i ricavi giornalieri [Euro]
max 2.5 x1 + 4.0 x2 + 2.0 x3 + 5.5 x4

st

! Vincoli sulla produzione minima [Kg]
p_min1) x1 >= 5
p_min2) x2 >= 2
p_min3) x3 >= 3
p_min4) x4 >= 2

! Vincolo di risorsa [h*mq]
ris) 1 x1 + 0.6 x2 + 2.25 x3 + 3 x4 <= 24

! Vincolo sulle proporzioni [Kg]
2x1 - m >= 0
2x2 - m >= 0
2x3 - m >= 0
2x4 - m >= 0
x1 - m <= 0
x2 - m <= 0
x3 - m <= 0
x4 - m <= 0

end
```

Dall'analisi di sensitività sui termini noti, si vede che il prezzo dei prodotti 1, 3 e 4 (pane, focacce e paste) può essere dimezzato senza che cambi la produzione ottima. La soluzione calcolata la Lindo è nel file FORNO.OUT.

```
  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
        X1         5.000000          0.000000
        X2         5.833333          0.000000
        X3         3.000000          0.000000
        X4         2.916667          0.000000
         M         5.833333          0.000000


       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
   P_MIN1)         0.000000         -0.714286
   P_MIN2)         3.833333          0.000000
   P_MIN3)         0.000000         -5.232143
   P_MIN4)         0.916667          0.000000
      RIS)         0.000000          3.214286
        7)         4.166667          0.000000
        8)         5.833333          0.000000
        9)         0.166667          0.000000
       10)         0.000000         -2.071429
       11)         0.833333          0.000000
       12)         0.000000          2.071429
       13)         2.833333          0.000000
       14)         2.916667          0.000000
```

L’analisi parametrica sul vincolo relativo alle risorse di tempo e area rivela il prezzo ombra del vincolo. Poiché l’area del forno misurata in mq è pari a 4, un incremento unitario del termine noto del vincolo corrisponde a ¼ d’ora di lavoro straordinario e quindi a un costo di 3 Euro. Inizialmente il prezzo-ombra del vincolo è superiore a 3 Euro (è pari a 3.21 Euro circa), quindi conviene il lavoro straordinario. Dopo il primo cambio di base però (rhs=24.35) il prezzo-ombra scende al valore di 2.5 Euro e quindi ulteriore lavoro straordinario non conviene più. Quindi la quantità di lavoro straordinario più conveniente è pari a circa 0.09 ore, cioè circa 5.4 minuti.