Soluzione: Mediane

Si tratta di un problema di selezione di alcune origini e di assegnamento tra le origini selezionate e le destinazioni. Si utilizzano quindi tante variabili binarie y_i quante le origini, e tante variabili binarie di assegnamento x_{ij} quante le coppie origine-destinazione.

I vincoli impongono che ad ogni destinazione corrisponda un assegnamento e che il numero di origini selezionate sia pari a 2, come richiesto dal testo.

Infine è necessario imporre che solo le origini selezionate possano essere assegnate: ciò si ottiene ad esempio imponendo

$$x_{ij} \le y_i \, \forall i \in Origini \, \forall j \in Destinazioni$$

Nella prima versione dell'esercizio si richiede di minimizzare la distanza massima. La funzione obiettivo min-max si riformula come segue:

$$\min z$$
$$z \ge d_{ij} x_{ij} \, \forall i, j$$

Nella seconda versione dell'esercizio si richiede di minimizzare la distanza complessiva:

$$\min \sum_{i,j} d_{ij} x_{ij}$$

Nella terza versione si richiede di inserire un vincolo sul budget disponibile:

$$\sum_{i} f_i y_i \le b$$

avendo indicato con f_i il costo fisso per selezionare l'origine i e con b il budget disponibile.

In tutti e tre i casi il problema è lineare con variabili binarie. La soluzione è garantita essere ottima; non è garantito che sia unica.