Esercizio 1: Produzione

Il problema richiede di determinare le quantità di produzione per ogni prodotto e per ogni mese. Occorrono quindi 2 x 12 = 24 variabili continue e non-negative. Le indichiamo con *x(p,m)* per ogni prodotto *p=1,2* e ogni mese *m=1..12*.

Inoltre esistono delle quantità di prodotto invenduto (prodotto in anticipo) che vengono stoccate in magazzino al termine di ogni mese. Le indichiamo analogamente con con *s(p,m)*. Il modello risulta quindi avere 48 variabili continue e non-negative.

La relazione tra le variabili *x* e le variabili *s* è data dai vincoli di conservazione dei prodotti. Detta *d(p,m)* la domanda di prodotto *d* per il mese *m*:

$$s(p,m-1)+x(p,m)=d(p,m)+s(p,m)\,\forall\, p=1,2\,\forall\, m=2\ldots12$$

Il vincolo non si può scrivere in questa forma nel mese 1, poiché la scorta nel mese precedente non corrisponde ad alcuna variabile. Supponendo che le scorte iniziali siano nulle, il vincolo per il mese 1 è semplicemente:

$$x(p,m)=d(p,m)+s(p,m)\,\forall\, p=1,2$$

Le condizioni di non-negatività sulle variabili *s* implicano che la domanda sia soddisfatta per ogni prodotto ed in ogni mese.

Gli altri vincoli del problema impongono il rispetto della capacità del magazzino. Pertanto in ogni mese lo stock complessivo di prodotti non deve eccedere il numero massimo consentito.

$$s(1,m)+s(2,m)\leq Q\,\forall\, m=1\ldots12$$

Per rispondere all'ultima domanda nel testo, è necessario fare l'analisi parametrica sul termine noto del vincolo, cioè Q. A questo scopo può anche essere utile rendere variabile il parametro Q e poi risolvere un problema di minimizzazione di Q.

L'obiettivo descritto nel testo è la minimizzazione dei costi, che sono dati dalla somma dei costi di produzione dei costi di stoccaggio. Si tratta quindi di una somma di 48 termini, tanti quante le variabili.

Il modello risultante è di programmazione lineare. Il modello Lindo è nel file PRODUZ.LTX e la soluzione ottima è nel file PRODUZ.OUT.

Dal conteggio del numero di variabili in base risulta che 60 variabili hanno valori strettamente positivi, mentre il modello ha 61 vincoli. Quindi una variabile basica ha valore 0 (degenerazione). Ci sono due variabili nel modello che hanno valore zero e costo ridotto zero. Se una di queste è basica, l'altra non lo è. Quindi esiste una variabile non-basica con costo ridotto zero (degenerazione duale). Quindi la soluzione ottima non è unica.

L’analisi parametrica mostra che la capacità del magazzino può scendere fino a 2100 unità senza variazioni né nella base ottima né nella soluzione ottima né nel valore ottimo. Al di sotto di questo limite il problema non ammette più soluzione.