Costi di trasporto

Si vuole risolvere il seguente problema di ottimizzazione relativo ai costi da sostenere per il trasporto di scorie pericolose da un dato insieme di impianti chimici che le producono ad un dato insieme di impianti di trattamento che le trasformano.

E' nota la quantità di scorie che deve essere rimossa da ogni impianto chimico ed è nota la capacità di ogni impianto di trattamento. La somma di tali capacità è uguale alla totale quantità di scorie prodotte dagli impianti chimici. E' possibile effettuare il trasporto da qualunque impianto chimico a qualunque impianto di trattamento, ma tutte le operazioni di trasporto devono essere eseguite simultaneamente nello stesso giorno per motivi di sicurezza. Bisogna quindi predisporre un adeguato numero di convogli scortati dagli agenti di pubblica sicurezza. Ogni convoglio corrisponde ad una diversa coppia origine/destinazione tra cui si decide di eseguire un trasporto.

Esistono diverse ipotesi sui costi che potrebbero derivare dalle operazioni di trasporto.

Secondo un'ipotesi A trasportare grandi quantità di scorie insieme nello stesso convoglio aumenterebbe il rischio di incidente, provocando quindi una diseconomia di scala. Secondo questa ipotesi i costi per ogni coppia origine/destinazione sono definiti come $costo(i,j) = a(j) * q(i,j) + b(i) / q(i,j$ dove $q(i,j)$ indica la quantità trasportata dall'impianto chimico i all'impianto di trattamento j, mentre $a(j)$ e $b(i)$ sono coefficienti di costo che dipendono il primo dalla destinazione e il secondo dall'origine del viaggio.

Secondo un'ipotesi B il costo di trasporto su ogni tratta è invece da considerarsi direttamente proporzionale alla quantità trasportata su quella tratta secondo un coefficiente di proporzionalità $c(i,j)$ diverso per ogni tratta.

Secondo un'ipotesi C il costo è soggetto ad economie di scala, cioè trasportare grandi quantità provoca un abbassamento del costo unitario di trasporto. Secondo questa ipotesi i costi di trasporto su ogni tratta sono dati da $costo(i,j) = sqrt(d(j)*e(i)*q(i,j))$ dove $q(i,j)$ indica la quantità trasportata dall'impianto chimico i all'impianto di trattamento j, mentre $d(j)$ ed $e(i)$ sono coefficienti di costo che dipendono il primo dalla destinazione e il secondo dall'origine del viaggio.

Infine secondo un'ipotesi D i costi dipenderebbero solo dal numero di convogli da utilizzare.

Si chiede di formulare e risolvere il problema di minimizzazione dei costi in ciascuna delle quattro ipotesi indicate, specificando per ciascuno dei modelli di programmazione matematica risultanti il tipo di modello e l'algoritmo usato per risolverlo e discutendo di conseguenza l'ottimalità della soluzione ottenuta in ciascuno dei quattro casi.

I dati sono contenuti nel file TRASPORTO.TXT.

```
=====================================================================
Le origini sono 6, le destinazioni sono 8.

Tab.1: Costi con diseconomie di scala

Destin.  1  2  3  4  5  6  7  8
a       18 19 10 14 16 17 18 15

Origine  1  2  3  4  5  6
b       50 48 57 52 52 51

Tab.2: Costi proporzionali

c    1  2  3  4  5  6  7  8

1   10 12 14 16 15 20 22 24
2   13 17 15 13 11 14 18 20
3   12 20 24 25 13 18 19 23
4   15 18 19 23 25 28 29 14
5   15 28 16 16 29 29 25 21
6   25 10 10 14 10 27 29 20

Tab.3: Costi con economie di scala

Destin.  1  2  3  4  5  6  7  8
d        7  3  8  2  9  4  3  2

Origine  1  2  3  4  5  6
e        3  4  2  2  3  5

Tab.4: Domande ed offerte

Origine    1   2   3   4   5   6
offerta  240 320 500 210 600 330

Destin.    1    2    3    4    5    6    7
8
domanda  200   90  310  100  350  650  240
260
```