Esercizio 2: Zig-zag

Gli elementi cercati sono i massimi locali e i minimi locali nella sequenza, ossia gli elementi i cui vicini hanno entrambi valore inferiore e quelli i cui vicini hanno entrambi valore superiore. Questa proprietà è immediata conseguenza dell'ipotesi che non esistano elementi consecutivi uguali nella sequenza.

Si possono quindi associare due variabili binarie *top(i)* e *bottom(i)* ad ogni elemento *i*, che indicano rispettivamente se l'elemento in posizione *i* è un massimo locale e se è un minimo locale.

La funzione obiettivo richiede quindi di massimizzare il numero di queste variabili binarie che vengono poste a 1, mentre i vincoli devono imporre che *top(i)* possa valere 1 solo se gli elementi in posizione *i-1* e *i+1* sono di valore inferiore all'elemento in posizione *i* e simmetricamente per *bottom(i)*.

Per esprimere questa condizione logica si può fare ricorso all'uso di una costante molto grande, *M*, che rende ridondante un vincolo di disuguaglianza quando compare ad uno dei due membri. Indicando con *v(i)* il valore dell'elemento in posizione *i*, per le variabili *top(i)* si ha

$$M * (1-top(i)) >= v(i-1)-v(i) \text{ per tutte le posizioni } i > 1$$

e

$$M * (1-top(i)) >= v(i+1)-v(i) \text{ per tutte le posizioni } i < 25$$

e analogamente per le variabili *bottom(i)*. Il valore della costante deve essere tale da superare il massimo valore che può essere assunto dall'altro membro della disequazione, ossia 100 poiché il *range* cui appartengono i valori della sequenza è [0,100].

Ne risulta quindi un modello lineare con variabili binarie, come descritto nel file Lingo ZIGZAG.LG4, la cui soluzione ottima è nel file ZIGZAG.LGR.