

Esercizio 1: Fontana

Si vuole progettare una nuova fontana artistica per abbellire la piazza del paese. L'artista ha disegnato il contorno della fontana, che è un poligono convesso, di cui sono note le posizioni dei vertici in un opportuno sistema di riferimento cartesiano. Si pongono ora due problemi.

Il primo problema è quello di progettare correttamente il basamento circolare della fontana. Esso deve essere tale da contenere il poligono, in modo che la fontana non sporga dal basamento. Il basamento però dev'essere il più piccolo possibile, per minimizzare i costi di realizzazione. Dove collocarlo e come dimensionarlo?

Il secondo problema è quello di progettare correttamente lo zampillo della fontana. L'acqua dello zampillo può ricadere entro una zona circolare attorno allo zampillo stesso ed il raggio di questo cerchio è tanto più grande quanto più lo zampillo è alto. Naturalmente uno zampillo più alto è più prestigioso, ma si vuole evitare che l'acqua possa uscire dalla fontana poligonale. Si vuole quindi trovare un cerchio che sia interamente contenuto nel poligono che sia il più grande possibile. Dove centrarlo e quanto grande può essere?

I centri dei due cerchi cercati potrebbero in generale essere diversi. Nell'ipotesi che questo provochi problemi di realizzazione del manufatto, si vuole anche considerare una terza ipotesi: trovare il punto che rende massimo il rapporto tra il raggio del cerchio dello zampillo e il raggio del cerchio del basamento quando i due centri coincidono in esso.

Formulare e classificare il problema e risolverlo con i dati del file FONTANA.TXT.

Discutere unicità e ottimalità delle soluzioni ottenute.

I vertici del poligono sono 8.

Qui di seguito sono elencati ordinatamente, seguendo il perimetro del poligono, in un sistema di riferimento cartesiano.

X	y
-2	-2
-3	10
0	10
9	10
7	2
6	0
4	-1
0	-2