

## Esercizio 1: Arbitri

Si tratta di un problema di assegnamento tra arbitri e squadre, tramite assegnamento di arbitri a partite. Le partite a loro volta sono combinazioni di giornate e partite, poiché ci sono 5 diverse giornate e 3 partite in ogni giornata. I dati del problema devono quindi anzitutto descrivere quali squadre disputano ciascuna partita di ciascuna giornata. A questo scopo si possono definire anzitutto un insieme di giornate (5 elementi), un insieme di partite (3 elementi) e un insieme di squadre (6 elementi). Dopodiché il calendario è rappresentabile con una matrice binaria tridimensionale  $m$ , dove ogni elemento  $m(g,p,s)$  vale 1 se e solo se la squadra  $s$  disputa la partita  $p$  nella giornata  $g$ . Ad esempio la prima giornata, il cui calendario prevede gli abbinamenti

AAA - FFF

BBB - EEE

CCC - DDD

viene rappresentata dalla sotto-matrice  $m(1,p,s)$

```
1 0 0 0 0 1
0 1 0 0 1 0
0 0 1 1 0 0
```

dove ogni riga corrisponde ad una partita  $p$  ed ogni colonna ad una squadra  $s$ .

Si può poi definire un insieme di arbitri (3 oppure 4 elementi).

Le variabili che descrivono la soluzione del problema sono quindi variabili binarie di assegnamento:  $x(g,p,a)$  vale 1 se e solo se l'arbitro  $a$  viene assegnato alla partita  $p$  della giornata  $g$ .

I vincoli di assegnamento impongono che ad ogni partita sia assegnato un arbitro:

$$\sum_a x(g,p,a) = 1 \quad \forall g, p$$

Inoltre nessun arbitro deve essere assegnato a più di una partita nello stesso turno:

$$\sum_p x(g,p,a) \leq 1 \quad \forall a, g$$

Il numero di volte che un arbitro  $a$  viene assegnato alla squadra  $s$  è dato da

$$\sum_g \sum_p m(g,p,s) * x(g,p,a)$$

L'obiettivo da ottimizzare è la differenza tra il massimo ed il minimo di tali assegnamenti complessivi. Tale obiettivo si può esprimere introducendo due variabili ausiliarie,  $l$  e  $u$ , ed i vincoli

$$l \leq \sum_g \sum_p m(g,p,s) * x(g,p,a) \leq u \quad \forall a, s$$

L'obiettivo da minimizzare è semplicemente  $u-l$ .

Completano il modello le condizioni di integralità sulle variabili binarie  $x$ .

Il modello risultante è di programmazione lineare binaria ed è contenuto nel file Lingo ARBITRI.LG4.

Le soluzioni ottime con 3 e con 4 arbitri sono nei files Lingo ARBITRI3.LGR e ARBITRI4.LGR