Esercizio 2: Clustering in 3D

Il problema richiede tante terne di variabili continue e libere *(x,y,z)* quante le sfere da localizzare ed inoltre una quarta variabile continua non-negativa, *r*, cioè il raggio per ciascuna sfera.

La funzione obiettivo dipende solo dalle variabili r ed è data dalla somma su tutte le sfere del volume $4/3\ \pi\ r^3$.

Per esprimere i vincoli di contenimento dei punti nelle sfere è necessario usare variabili binarie di assegnamento *a(i,j)* per ogni coppia (punto, sfera). I vincoli di assegnamento impongono che per ogni punto la somma su tutte le sfere delle variabili di assegnamento corrispondenti a quel punto sia pari a 1, cioè che ogni punto sia assegnato ad una e una sola sfera.

Il vincolo geometrico *dist(i,j) <= r(j)*, dove *dist(i,j)* indica la distanza tra il punto *i* e il centro della sfera *j* e *r(j)* indica il raggio della sfera *j*, deve valere per tutti i punti *i* assegnati ad ogni sfera *j*. E' possibile ottenere questo effetto aggiungendo al secondo membro delle disuguaglianze una quantità molto grande per tutti i punti non assegnati alla sfera *j*, cioè ad esempio *M*(1-a(i,j))*, essendo *M* una costante sufficientemente grande.

Il valore di *dist(i,j)* è dato dalla formula della distanza tra due punti nello spazio in 3D.

Il modello risultante è di PNL (convessa) nel caso (a) e PNL con variabili binarie nei casi (b) e (c). Il modello del caso (c) è nel file Lingo CLUSTER.LG4.

Nel caso (a) grazie alla convessità del problema la soluzione è garantita ottima (globalmente). Nel caso (b) e (c) no.