Esercizio 1: Comizi

Il problema ha tante variabili quante le città *i=1..25* e i tipi di comizio *j=1,2* che si possono svolgere in ciascuna, cioè 25 x 2 = 100 variabili binarie *x(i,j)*.

La funzione obiettivo richiede di massimizzare il numero di elettori, cioè la somma pesata delle variabili, ciascuna con l'audience *a(i,j)* corrispondente.

In ogni città si può svolgere solo un tipo di comizio, quindi esistono vincoli:

$$\sum_{j=1}^{2} x(i,j) \le 1 \qquad \forall i = 1..25$$

Inoltre esiste un tempo massimo che si può consumare. Il tempo impiegato è dato dalla somma di tre termini, che si possono convenientemente esprimere, per comodità, introducendo tre variabili ausiliarie: *Tviaggio*, *Tfisso*, *Tcomizi*, la cui somma deve risultare inferiore alla soglia massima *Tmax*. Il valore di *Tcomizi* è dato dalla somma pesata delle variabili *x(i,j)* ciascuna moltiplicata per la durata *d(j)* del corrispondente tipo di comizio.

$$Tcomizi = \sum_{i=1}^{25} \sum_{j=1}^{2} d(j)\; x(i,j)$$

Il valore di *Tfisso* è pari al numero di città visitate moltiplicato per il tempo fisso *F*, cioè:

$$Tfisso = \sum_{i=1}^{25} \sum_{j=1}^{2} F \;\; x(i,j)$$

Infine il valore di *Tviaggio* è tale che moltiplicato per la velocità *v*, deve essere sufficiente a raggiungere l'ultima città visitata. Il prodotto *Tviaggio* x *v* deve quindi essere maggiore o uguale alla distanza *s(i)* tra il punto di partenza e ciascuna delle città visitate.

$$Tviaggio \times v \ge s(i) \times \sum_{j=1}^{2} x(i,j) \qquad \forall i = 1..25$$

Si tratta quindi di un problema di programmazione lineare binaria.

Il modello, supponendo di percorrere l'autostrada da A verso Y, è nel file LINGO denominato COMIZI1AY.LG4. La soluzione ottima è nel file COMIZI1AY.LGR, e vale 2980.

Per valutare se sia più conveniente percorrere l'autostrada da A a Y o viceversa, basta riscrivere la formulazione sostituendo la distanza da A, *s(i)*, con la distanza da Y, *298-s(i)* (file COMIZI1YA.LG4). Risolvendo nuovamente si constata che il valore ottimo è lo stesso (file COMIZI1YA.LGR).

Usando le stesse due formulazioni si può modificare il valore di *v* (60 Km/h invece che 100 Km/h) e rifare il confronto: viaggiando da A a Y il valore ottimo è 2690, mentre da Y verso A è 2780 (files COMIZI2*). Perciò la pioggia avvantaggerebbe il candidato che si sposta da Y verso A.

Per sapere a che velocità bisognerebbe viaggiare per poter arringare più elettori, occorre lasciare variabile la velocità *v* e porre come vincolo che il numero di elettori arringati (che nella formulazione precedente è la funzione obiettivo) sia maggiore o uguale al valore ottimo più uno, cioè 2981. Si ottiene in questo caso un problema non-lineare a variabili intere (files COMIZI3*.LG4) le cui soluzioni ottime sono nei files COMIZI3*.LGR: la velocità minima dovrebbe essere di 119.2 Km/h, viaggiando da A verso Y e di106.8 Km/h viaggiando da Y verso A. LINGO non garantisce che si tratti di soluzioni globalmente ottime.

Infine potendo fare a meno di stringere mani e baciare bambini, il tempo fisso ad ogni comizio si azzererebbe (files COMIZI4*.LG4), producendo un valore ottimo migliore, pari per entrambi i candidati a 3580 anziché 2980 (files COMIZI4*.LGR), cioè circa il 20% in più.