Soluzione: Fontana

Le variabili del problema sono ovviamente le coordinate cartesiane dei centri dei due cerchi ed i loro raggi. Sono quindi sei variabili continue. Le coordinate dei centri sono variabili libere, mentre i raggi hanno valori non-negativi. Indichiamo con *(x, y, r)* e con *(X, Y, R)* le variabili relative al cerchio interno ed al cerchio esterno rispettivamente.

Per imporre che il cerchio esterno sia ricoprente, basta richiedere che per ogni punto dato (vertice del poligono, di coordinate (x_i, y_i), $i=1..N$), la sua distanza dal centro sia minore o uguale al raggio. L'obiettivo in questo caso è la minimizzazione del raggio *R*.

$$dist\left((X, Y), (x_i, y_i)\right) \leq R \; \forall i=1\ldots N$$

Per imporre che l'altro cerchio sia contenuto nel poligono è necessario imporre che il centro *(x,y)* del cerchio piccolo sia distante dai lati almeno quanto il raggio *r*. La distanza del centro dai lati si può esprimere conoscendo l'equazione delle rette dei lati, che a sua volta si ricava conoscendo le coordinate di due punti per ogni lato. L'equazione della retta per i punti *i* e *i+1* è:

$$(x-x_i)(y_{i+1}-y_i)=(y-y_i)(x_{i+1}-x_i) \; \forall i=1\ldots N$$

dove l'indice va letto modulo *N*.

Utilizzando la formula della distanza di un punto da una retta, i vincoli sono pertanto:

$$\frac{(y_{i+1}-y_i)x+(x_i-x_{i+1})y+\left[y_i(x_{i+1}-x_i)-x_i(y_{i+1}-y_i)\right]}{\sqrt{(y_{i+1}-y_i)^2+(x_i-x_{i+1})^2}} \geq r \; \forall i=1\ldots N$$

In questo secondo caso l'obiettivo è la massimizzazione di *r*.

In entrambi i casi il problema è convesso e la soluzione trovata è ottima non solo localmente ma anche globalmente.

Il terzo caso richiede di massimizzare il rapporto tra *r* e *R* dopo aver introdotto i vincoli *x=X* e *y=Y*.