Esercizio 3: Piscina nel parco

Il problema richiede di localizzare la piscina e quindi ha due variabili decisionali che sono l'ascissa e l'ordinata del centro della piscina nel sistema di riferimento dato. Tali variabili sono vincolate ad assumere valori in un range che è definito dalle ascisse e dalle ordinate massime e minime (confini del parco) corrette di una quantità pari al raggio dato della piscina (minima distanza del centro piscina dal confine del parco).

La funzione obiettivo richiede invece di minimizzare il valore complessivo degli alberi da abbattere, che si ottiene come combinazione lineare di variabili binarie associate agli alberi con i coefficienti di valore naturalistico dati.

Note le posizioni degli alberi, è possibile esprimere (con un vincolo non-lineare) la distanza di ogni albero dal centro della piscina (variabile). Dopodiché si può mettere in relazione il valore di tale distanza con la variabile binaria che indica la necessità di abbattere l'albero. La variabile binaria (che indichiamo con *z(i)*)deve essere posta ad 1 ogni volta che la distanza tra albero e centro-piscina (che indichiamo con *d(i)*) risulta inferiore al raggio *r* della piscina. A questo scopo si può ricorrere ad una costante molto grande, che rende ridondante un vincolo di uguaglianza quando appare ad uno dei membri. In particolare si può imporre $M * z(i) >= r - d(i)$, cosicché il vincolo risulta ridondante per $z=1$ (albero abbatutto) e impone invece che valga la diguaglianza $d(i) >= r$ quando $z=0$ (albero non abbattuto).

Il modello risultante è non-lineare e con variabili binarie. Il modello Lingo è nel file PISCINA1.LG4 e la soluzione è nel file PISCINA1.LGR. La soluzione trovata prevede l'abbattimento del solo albero n.6, di valore pari a 4. Poiché il problema non è convesso, non c'è alcuna garanzia che tale soluzione corrisponda ad un ottimo globale.

Nella seconda variante del problema, il modello precedente viene modificato nel senso di rendere variabile il raggio *r* e imporre $z=0$, cioè $d(i)>=r$, per tutti gli alberi, come riportato nel file Lingo PISCINA2.LG4. La soluzione risulta pari a 10.92169, che è la distanza dal bordo occidentale del parco e da due alberi (il n.3 e il n. 4). Anche in questo caso il problema non è convesso e pertanto la soluzione trovata è un ottimo locale. Inizializzando le coordinate del centro-piscina in punti diversi del parco, è possibile ottenere soluzioni diverse.