Campagna elettorale

Le variabili decisionali corrispondono ai pulmini: ciascun pulmino può essere usato oppure no. Quindi le variabili sono binarie. Si conoscono i paesi toccati da ogni pulmino e si vuole scegliere un sottinsieme di pulmini tale da toccare tutti i paesi almeno una volta. Si tratta quindi di un problema di Set Covering.

Il costo associato ad ogni pulmino, ossia ad ogni variabile binaria, è dato dal tempo che il pulmino impiega in viaggio, cioè dalla lunghezza del suo percorso. Ogni percorso è fatto dalla concatenazione di tanti cammini minimi quanti sono i tratti da paese a paese. Quindi è opportuno dapprima calcolare la matrice dei cammini minimi tra tutte le coppie di paesi, con l'algoritmo di Floyd. Tale matrice è contenuta nel file CAMMINI.TXT (preceduta dal numero di nodi del grafo).

Successivamente si può scrivere la formulazione del problema di PLI e risolverlo con LINDO (v. programma nel file FORMUL.PAS). La formulazione (v. file ELEZIONI.LTX) contiene la funzione obiettivo che richiede di minimizzare la somma pesata delle 20 variabili binarie corrispondenti ai 20 pulmini; i coefficienti sono dati, come detto, dalla somma dei cammini minimi percorsi dal pulmino. Ad esempio il pulmino n.1 tocca in sequenza i paesi 30 13 19 22 23 7 e quindi il suo tempo di viaggio è pari alla somma dei cammini minimi 30➔13, 13➔19, 19➔22, 22➔23 e 23➔7, ossia 17 + 10 + 14 + 26 + 9 = 76.

I vincoli sono tanti quanti i paesi: in ciascun vincolo la somma delle variabili corrispondenti ai pulmini che toccano il paese viene posta maggiore o uguale a 1. Ad esempio il primo paese viene toccato dai pulmini 5, 6, 13 e 17 e dà quindi luogo al vincolo $x5 + x6 + x13 + x17 >= 1$.

Infine tutte le 20 variabili sono dichiarate binarie.

La soluzione ottima (file ELEZIONI.OUT) indica i 7 pulmini che al costo di 207 ore uomo coprono tutti i paesi.

Per valutare l'*integrality gap* basta togliere il vincolo di integralità imposto alla variabili e risolvere il rilassamento continuo del problema: la soluzione è contenuta nel file ELEZION2.OUT. Il valore ottimo del rilassamento è 202: quindi l'*integrality gap* è pari al 2.5% circa (5/207). Come si può notare nella soluzione del rilassamento continuo alcune variabili hanno valore frazionario (pari a 0.5).