

Soluzione 1: Pasticceria

E' un problema di *lot-sizing* multi-prodotto.

Dati:

Ci sono 2 prodotti ($j = A, B$), 3 turni ($i = 1, \dots, 3$) e 3 ingredienti ($k = 1, \dots, 3$). Sono noti:

- i costi di produzione $c(i, j)$ di ogni lavorato in ogni turno,
- i costi di stoccaggio $h(j)$ per ogni lavorato,
- la percentuale $p(k, j)$ di ogni ingrediente nella composizione di ogni lavorato,
- il volume $v(k)$ occupato da ciascun ingrediente,
- la capacità del magazzino c ,
- la fornitura minima da garantire P ,
- la quantità minima $m(j)$ e massima $M(j)$ di lavorati trasportabili dopo ogni turno.

Variabili:

Vengono utilizzati diversi tipi di variabili continue e non negative:

- $x(i, j)$, la quantità di lavorato j prodotta durante il turno i
- $s(i, j)$, la quantità di lavorato j conservata dopo il turno i
- $d(i, j)$, la quantità di lavorato j trasportata dopo il turno i
- $q(k)$ la quantità di ingrediente k acquistata

Obiettivo:

Minimizzare i costi, dati dalla somma dei costi di produzione e stoccaggio.

I costi di produzione dipendono dalle variabili x :

$$12 x_{1A} + 8 x_{2A} + 10 x_{3A} + 15 x_{1B} + 11.5 x_{2B} + 12 x_{3B}$$

I costi di stoccaggio dipendono dalle variabili s :

$$1.8 s_{1A} + 1.8 s_{2A} + 0.4 s_{1B} + 0.4 s_{2B}$$

Vincoli:

I vincoli impongono innanzitutto la conservazione della merce tra turni consecutivi:

$$\text{Flow1A)} \quad x_{1A} - d_{1A} - s_{1A} = 0$$

$$\text{Flow1B)} \quad x_{1B} - d_{1B} - s_{1B} = 0$$

$$\text{Flow2A)} \quad s_{1A} + x_{2A} - d_{2A} - s_{2A} = 0$$

$$\text{Flow2B)} \quad s_{1B} + x_{2B} - d_{2B} - s_{2B} = 0$$

$$\text{Flow3A)} \quad s_{2A} + x_{3A} - d_{3A} = 0$$

$$\text{Flow3B)} \quad s_{2B} + x_{3B} - d_{3B} = 0$$

Esistono poi i limiti minimi e massimi alle quantità complessive trasportate in ogni turno:

$$\text{Min1)} \quad d_{1A} + d_{1B} \geq 65$$

$$\text{Min2)} \quad d_{2A} + d_{2B} \geq 70$$

$$\text{Min3)} \quad d_{3A} + d_{3B} \geq 50$$

$$\text{Max1)} \quad d_{1A} + d_{1B} \leq 135$$

$$\text{Max2)} \quad d_{2A} + d_{2B} \leq 135$$

$$\text{Max3)} \quad d_{3A} + d_{3B} \leq 135$$

Un unico vincolo impone la produzione complessiva minima:

$$\text{Prod)} \quad d_{1A} + d_{2A} + d_{3A} + d_{1B} + d_{2B} + d_{3B} \geq 300$$

I classici vincoli tecnologici legano le quantità di ingredienti consumate alle quantità di prodotti. Tali quantità consumate non possono eccedere le disponibilità di materie prime.

```
Ingr1) 0.2 x1A + 0.2 x2A + 0.2 x3A + 0.5 x1B + 0.5 x2B + 0.5 x3B
- q1 <= 0
Ingr2) 0.6 x1A + 0.6 x2A + 0.6 x3A + 0.1 x1B + 0.1 x2B + 0.1 x3B
- q2 <= 0
Ingr3) 0.2 x1A + 0.2 x2A + 0.2 x3A + 0.4 x1B + 0.4 x2B + 0.4 x3B
- q3 <= 0
```

Infine c'è un vincolo di capacità del magazzino

```
Vol1) 20 q1 + 35 q2 + 15 q3 <= 7100
```

Il modello completo è nel file LINDO PASTICC.LTX e la soluzione è nel file PASTICC.OUT.

Dall'analisi post-ottimale, il prezzo ombra del vincolo di capacità del magazzino risulta essere:

INGR1)	0.000000	7.058824
INGR2)	0.000000	12.352942
INGR3)	0.000000	5.294117
VOL)	0.000000	0.352941

Quindi affittare il magazzino a 0.20 Euro / decimetro cubo è vantaggioso. Dall'analisi parametrica si ottiene inoltre:

RIGHTHANDSIDE PARAMETRICS REPORT FOR ROW: VOL

VAR OUT	VAR IN	PIVOT ROW	RHS VAL	DUAL PRICE BEFORE PIVOT	OBJ VAL
			7100.00	0.352941	3208.82
X1B	S2A	3	7550.00	0.352941	3050.00
X2B	SLK	15	8400.00	0.247059	2840.00
			10000.0	0.507531E-16	2840.00

Quindi l'acquisto di risorsa è vantaggioso fino a 1300 decimetri cubi.

Il prezzo ombra sul vincolo di produzione minima è:

ROW PROD)	SLACK OR SURPLUS 0.000000	DUAL PRICES -18.782352
--------------	------------------------------	----------------------------------

RIGHTHAND SIDE RANGES			
ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
PROD	300.000000	5.256410	23.076923

La base ottima non cambia aumentando di 5 unità il termine noto del vincolo. Il costo di 5 Kg di produzione aggiuntiva è dunque $18.782352 * 5$, ovvero poco più di 93.9 Euro

al giorno. Sicuramente non è vantaggioso aumentare il termine noto del vincolo sul trasporto minimo durante il primo turno, dato che è l'unico vincolo attivo

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
MIN1)	0.000000	-3.100000
MIN2)	65.000000	0.000000
MIN3)	50.000000	0.000000

ROW	RIGHTHAND SIDE RANGES		
	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
MIN1	65.000000	50.000000	35.000000
MIN2	70.000000	65.000000	INFINITY
MIN3	50.000000	50.000000	INFINITY

La base ottima, tuttavia, non cambia in nessun caso.