

Programmazione non lineare

Introduzione

Giovanni Righini

6 agosto 2010

1 Introduzione

Dal punto di vista modellistico ovviamente la Programmazione Non Lineare (PNL) non pone alcun limite al tipo di problema che si vuole studiare ed ha quindi una potenza espressiva straordinaria, soprattutto se combinata con l'uso di variabili binarie per rappresentare condizioni logiche (Programmazione Non Lineare 0-1). Nel seguito tuttavia consideriamo solo problemi di PNL con variabili continue.

Le tecniche per la PNL tuttavia sono le più deboli dal punto di vista algoritmico, poiché non sempre possono garantire l'ottimalità della soluzione.

A differenza della PL e della PLI, infatti, gli attuali solutori commerciali non garantiscono l'ottimalità globale; essi restituiscono piuttosto un *ottimo locale*, cioè una soluzione che è ottima relativamente ad un suo *intorno*.

Per questo motivo l'*inizializzazione* dell'algoritmo può influire sul risultato. Non a caso diversi metodi per la ricerca dell'ottimo globale dei problemi di PNL consistono proprio nel ripetere l'ottimizzazione partendo da soluzioni iniziali ogni volta diverse.

2 Richiami teorici

I problemi di ottimizzazione sono detti di programmazione non-lineare quando la funzione obiettivo o almeno un vincolo sono funzioni non-lineari delle variabili.

In generale i problemi di PNL possono avere numerosi *ottimi locali*. Una soluzione \bar{x} è localmente ottima se esiste un suo intorno $I(\bar{x})$ tale che nessuna soluzione nell'intorno è migliore di \bar{x} .

Gli algoritmi per la PNL trovano in generale punti localmente ottimi e non danno garanzie sull'errore compiuto rispetto all'ottimo globale.

Un caso particolare è rappresentato dai problemi di *programmazione convessa*. Un problema è di programmazione convessa quando richiede la minimizzazione di una funzione convessa (o la massimizzazione di una funzione concava) ed ha una regione ammissibile convessa. In tal caso non ci sono soluzioni lo-

calmente ottime che non siano anche globalmente ottime; inoltre l'insieme delle soluzioni ottime è a sua volta convesso.

I solutori di PNL usano varianti più meno sofisticate dell'*algoritmo del gradiente*, che consiste nello spostarsi iterativamente da una soluzione all'altra seguendo la direzione di massimo miglioramento della funzione obiettivo. Tali algoritmi si fermano quando raggiungono (entro una certa tolleranza) soluzioni localmente ottime, nelle quali il gradiente è (quasi) nullo.