Esercizio 1: Euro

Si può formulare il problema con un modello di PLI. Detto S il numero di possibili importi (nel nostro caso S=1000) e T il numero di diversi tagli delle monete/banconote (nel nostro caso T=10), detto inoltre v il vettore dei valori dei diversi tagli (nel nostro caso v=[1 2 5 10 20 50 100 200 500 1000]), si può introdurre una variabile intera *x(i,j)*, che indica quante monete/banconote di tipo i=1...T vengono usate per pagare ogni importo j=1...S. Per ogni importo j=1...S, si introduce il vincolo

$$\sum_{i=1}^{T} v_i x_{ij} = j \qquad \forall j = 1...S$$

che impone che il valore complessivo delle monete/banconote corrisponda all'importo da pagare. La minimizzazione si ottiene con una funzione obiettivo di tipo min-max

$$\min \quad z$$

$$z \geq \sum_{i=1}^{T} x_{ij} \qquad \forall j = 1..S$$

Il modello ha 2S=2000 vincoli e ST=10000 variabili intere: quindi non può essere risolto con il sw a disposizione.

Nel caso in cui si considera il resto, si possono introdurre altrettante variabili intere *y(i,j)* che indicano in numero di monete/banconote di tipo i che vengono restituite quando si paga l'importo j. Il modello viene modificato così:

$$\min \quad z$$
$$subject\ to$$
$$\begin{cases} z \geq \sum_{i=1}^{T} (x_{ij} + y_{ij}) & \forall j = 1...S \\ \sum_{i=1}^{T} v_i (x_{ij} - y_{ij}) = j & \forall j = 1...S \\ x_{ij}, y_{ij} = 0,1 & \forall i = 1...T, \forall j = 1...S \end{cases}$$

Anche in questo caso il modello è troppo grande per poter essere risolto con il sw a disposizione, avendo 2S=2000 vincoli e 2ST=20000 variabili intere.

Poiché tutti i problemi per j fissato sono indipendenti gli uni dagli altri, è possibile risolvere molti (1000) problemi, uno per ogni valore di $j=1..S$, e confrontare le loro soluzioni.

Nel file EURO1.LTX è contenuto il modello per il valore $j=3.33$, che è uno dei valori che richiedono almeno 6 monete, nel caso senza resto.

Nel file EURO2.LTX è contenuto il modello per il valore $j=3.33$, che richiede 6 monete anche nel caso con il resto.