

## Esercizio 1: Mozzarelle di bufala

Il problema si formula con i seguenti dati:

- Un insieme di allevamenti (10).
- Un insieme di caseifici candidati (7).
- Un insieme di punti vendita (20).
- Un insieme di catene cui appartengono i punti vendita (4).
- La posizione di ogni allevamento.
- La posizione di ogni caseificio.
- La posizione di ogni punto vendita.
- La produzione di ogni allevamento (quintali di latte al giorno).
- La capacità di lavorazione di ogni caseificio (quintali di latte al giorno). Per i caseifici per i quali tale capacità non è specificata, essa può essere rappresentata per comodità da un numero sufficientemente grande a far sì che il vincolo di capacità non sia mai attivo: ad esempio, una quantità maggiore della somma di tutte le produzioni degli allevamenti.
- La catena di appartenenza di ogni punto vendita.
- Il rapporto tra i costi unitari di trasporto del latte e delle mozzarelle. Per inserire nel modello i costi, dato che i valori numerici e le unità di misura non sono specificati, è possibile fissare arbitrariamente uno dei due costi e ricavare l'altro di conseguenza: ad esempio fissare pari ad 1 il costo unitario di trasporto del latte e ricavare quindi il valore 1,5 per quello delle mozzarelle.
- La resa del latte, cioè il rapporto tra il peso delle mozzarelle prodotte e il peso del latte lavorato.
- La massima percentuale di prodotto finito che può essere venduto in ogni punto vendita.
- La minima percentuale di prodotto finito che deve essere rifornita a ciascuna catena di punti vendita.

Da questi dati si ricavano innanzitutto le distanze tra gli allevamenti ed i caseifici ( $10 \times 7 = 70$  distanze) e le distanze tra i caseifici e i punti vendita ( $7 \times 20 = 140$  distanze) con la formula del calcolo della distanza tra due punti nel piano. Benché la formula sia non-lineare essa lavora solo su dati, non su variabili e quindi non introduce alcuna non-linearità nel modello del problema.

Le variabili del problema sono:

- Le quantità di latte trasportate da ogni allevamento ad ogni caseificio.
- Le quantità di latte trasportate da ogni caseificio ad ogni punto vendita.
- Le variabili binarie che indicano se ogni caseificio è usato oppure no.

L'obiettivo è la minimizzazione dei costi, che sono dati dalla combinazione lineare delle distanze per le quantità trasportate per i costi unitari corrispondenti. Ci sono due voci di costo, una relativa al trasporto del latte e una relativa al trasporto delle mozzarelle, che vanno sommate.

I vincoli del problema sono i seguenti:

- Per ogni allevamento la quantità di latte in uscita verso tutti i caseifici deve essere complessivamente pari alla produzione dell'allevamento.
- Per ogni caseificio, la quantità di latte in ingresso da tutti gli allevamenti deve essere complessivamente non superiore alla capacità del caseificio. Un caseificio non usato ha capacità nulla, perché al termine destro della disequazione la capacità viene moltiplicata per la variabile binaria che indica l'uso del caseificio.
- Per ogni caseificio, la quantità complessiva di latte in ingresso dagli allevamenti moltiplicata per il fattore di resa deve essere uguale alla quantità complessiva di mozzarelle in uscita verso i punti vendita.

- Per ogni punto vendita, la quantità di prodotto fornita al punto vendita è pari alla somma delle quantità trasportate in esso da ciascun caseificio.
- Per ogni punto vendita la quantità di mozzarelle fornite ad esso deve essere non superiore alla massima percentuale data rispetto alla produzione totale di mozzarelle.
- Per ogni catena di vendita, la somma su tutti i punti vendita appartenenti a quella catena delle quantità di mozzarelle ad essi fornite deve essere non inferiore alla minima percentuale data rispetto al totale di mozzarelle prodotte.
- Le variabili di uso dei caseifici devono essere binarie.
- Nel primo scenario occorre infine imporre che si usino solo i due caseifici 1 e 2, fissando ad 1 le loro variabili di uso e a 0 tutte le altre (basta la seconda di queste due restrizioni per implicare la prima).
- Nel secondo scenario invece bisogna imporre che la somma delle variabili binarie sia pari ad 1, cioè che un solo caseificio venga usato.

Il modello risultante è lineare. Nel primo scenario (caseifici dati) tutte le variabili binarie sono fissate ed il problema è di programmazione lineare. Nel secondo scenario invece le variabili binarie non sono fissate ed il problema è di programmazione lineare 0-1.

I modelli sono nei files Lingo BUFALE1.LG4 e BUFALE2.LG, mentre le corrispondenti soluzioni, che sono garantite essere ottime, sono nei files BUFALE1.LGR e BUFALE2.LGR.

Lo scenario migliore è il primo che costa 64924 contro 73675 del secondo. Nel secondo scenario il caseificio più conveniente è il numero 5.