Esercizio 1: Chiatte

Si tratta di un problema di flusso dove la rete è costituita dai due canali paralleli, bidirezionali, che collegano due nodi, che rappresentano i due porti a monte e a valle. Esistono quindi quattro archi, corrispondenti alle due direzioni d=1..2 nei due canali c=1..2. I flussi su questi quattro archi, x(c,d), sono le quattro variabili (continue e non-negative) del problema e sono misurati in numero di chiatte per unità di tempo.

Poiché non c'è accumulo di chiatte nel tempo né a monte né a valle, i flussi complessivi in salita e in discesa devono essere bilanciati. Deve cioè valere l'uguaglianza

$$\sum_{c=1...2} x(c,1) = \sum_{c=1...2} x(c,2)$$

L'obiettivo è di massimizzare il flusso di merce (misurato in unità di peso per unità di tempo), che è dato dal flusso di chiatte moltiplicato per la loro capacità.

$$\textit{maximize} \sum_{c=1...2} \textit{x}(c \text{ ,1})$$

Dato il vincolo precedente, non fa alcuna differenza massimizzare il flusso in salita o quello in discesa (o la loro somma), dato che devono essere uguali.

Il vincolo sulle strettoie impone che in ciascun canale il tratto a senso unico alternato venga percorso da una chiatta per volta, o in un senso o nell'altro, in mutua esclusione. Dai dati sulle velocità e sulle lunghezze, è possibile ricavare facilmente il tempo di attraversamento delle strettoie, t(c,d), per ogni canale c=1...2 e per ogni direzione d=1...2. Dopodiché bisogna imporre il vincolo sulle frazioni di tempo complessivamente disponibili al traffico in ogni direzione d su ogni canale c.

$$t(c,1)x(c,1)+t(c,2)+x(c,2) \le 1 \forall c=1...2$$

Il problema risultante è di programmazione lineare. Il modello è contenuto nel file CHIATTE.XLS.

La soluzione è ottima e unica.

Modificando la lunghezza delle strettoie, si modifica di conseguenza il tempo di attraversamento, attraverso un coefficiente che dipende dalle velocità.

Risolvendo il modello con valori modificati (uno per volta) è possibile valutare l'impatto dei lavori, come richiesto.