**Prova scritta di Ricerca operativa, 14 giugno 2021**

**Esercizio 1**

In una rete logistica vengono trasportate due diverse tipologie di merce. La rete è composta da hub, collegati tra loro su gomma o via nave (v. figura). Di ogni collegamento tra due hub è nota la quantità massima trasportabile complessivamente tra di essi in ogni mese (pesi associati agli archi in figura). I costi unitari di trasporto sono in generale diversi per le due tipologie di merce su ogni tratta (indicati tra parentesi quadre per ogni tratta).

Le merci hanno origine da due stabilimenti e confluiscono in un unico hub di destinazione.

s1

1

41

6

s1

11

[2,3]

t

12

[3,2]

[2,2]

4

2

9

[4,1]

[8,8]

[6,5]

[3,3]

s2

2

13

8

9

3

[6,5]

[3,2]

Si vuole studiare quale sia il massimo flusso di merce complessiva che può essere trasportata mensilmente dalle origini alla destinazione. Si vuole quindi trovare il mix ottimale delle due tipologie che consenta di minimizzare i costi di trasporto complessivi.

Scrivere il modello matematico del problema, classificarlo e risolverlo con i dati del file Multicommodity.txt.

Discutere ottimalità e unicità della soluzione ottenuta.

Si vuole inoltre che la frazione di ciascuna delle due tipologie sia compresa tra un quarto e tre quarti del totale. Valutare l’effetto di questo ulteriore vincolo.

Si vuole presentare un progetto per richiedere un finanziamento pubblico per aumentare la capacità di una tratta (una sola) della rete, aumentando la frequenza dei viaggi tra i due hub corrispondenti. Determinare quali sarebbero le tratte sulle quali avrebbe senso effettuare l’investimento e di quanto avrebbe senso aumentare la capacità della tratta prescelta.

**Esercizio 2**

In un’impresa manifatturiera ci sono *P* macchine che devono eseguire *N* jobs. Per motivi tecnici ogni job è compatibile solo con alcune delle macchine. Il tempo necessario per eseguire uno stesso job può essere diverso da macchina a macchina e lo stesso vale per il costo. Alcuni jobs inoltre sono incompatibili tra loro, cioè non possono essere assegnati alla stessa macchina. Si vuole trovare il modo di eseguire tutti i jobs a minimo costo complessivo.

In taluni casi il sistema può risultare *oversubscribed*, quando cioè non ci sono sufficienti risorse per eseguire tutti i jobs. In tal caso è consentito trascurare alcuni jobs (subappaltandone la produzione a terzi). Tale scelta comporta un costo aggiuntivo che è rappresentato da una data penalità. Si vuole quindi trovare un sottoinsieme di jobs da trascurare, in modo da minimizzare la penalità e da consentire l’esistenza di un assegnamento ammissibile dei jobs restanti. Tra tutte le soluzioni di minima penalità, trovare quella di minimo costo.

Scrivere il modello matematico del problema, classificarlo e risolverlo con i dati del file Profitable scheduling.txt.

Discutere ottimalità e unicità della soluzione ottenuta.

**Esercizio 3**

Dato un insieme di punti nel piano, in posizioni note, si vuole trovare il più piccolo triangolo equilatero che li copra tutti.

Formulare il problema, classificarlo e risolverlo con i dati del file Triangolo.txt.

Discutere ottimalità e unicità della soluzione.